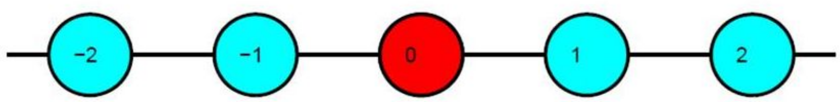
Laboratorul 9 - 2017

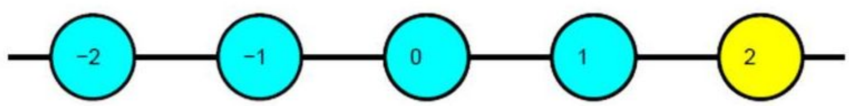
P1. ***Mersul aleator pe axă***

Un punct material se deplasează pe axa reală dintr-un nod spre un nod vecin cu probabilitatea p la dreapta şi cu probabilitea $1-p$ la stânga. Nodurile sunt centrate în numerele întregi.
a) Să se simuleze de $N(=10,15)$ ori o astfel de deplasare, pornind de fiecare dată din nodul 0 şi folosind k mutări (de exemplu $k=6$). Să se afişeze frecvenţele de apariţie ale poziţiilor finale.
b) Pentru $p=0.5$ care sunt poziţiile cu probabilitea cea mai mare de a fi poziţiile finale (k este fixat)?
c) Pentru $p=0.5$ să se realizeze o simulare (fără simulare grafică) în care se indică numărul de paşi după care particula se întoarce înapoi în orgine.
d) Care este probabilitatea ca particula să se întoarcă după 6 paşi în origine? Comparaţi rezultatele teoretice cu cele practice.

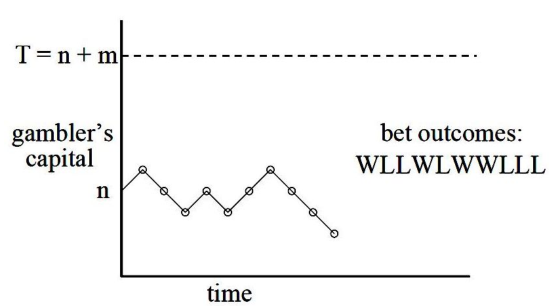
1



2

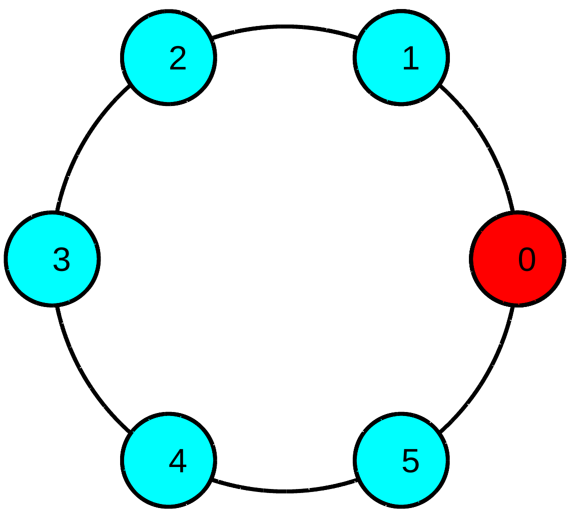


P2. *Problema jucătorului (Gambler's ruin problem)*
Un jucător începe cu un capital iniţial de n dolari şi face o serie de pariuri de 1 \$. În cazul în care câstigă pariul la un joc, primeşte 1\$ înapoi plus 1\$. Jucătorul se joacă până ajunge la faliment sau atinge suma în valoare de M \$ (sumă prestabilită). Jucătorul are aceeaşi probabilitate p de a câştiga fiecare pariu de 1\$. Jucătorul se consideră "câştigător" dacă atinge suma de M \$, înainte de a ajunge la faliment, respectiv se consideră "falit", dacă ajunge la un capital egal cu 0, înainte de a atinge câştigul stabilit (de M \$). Simulaţi scenarii în care jucătorul câştigă sau pierde. Estimaţi probabilitatea de a pierde, respectiv probabilitatea de a câştiga.

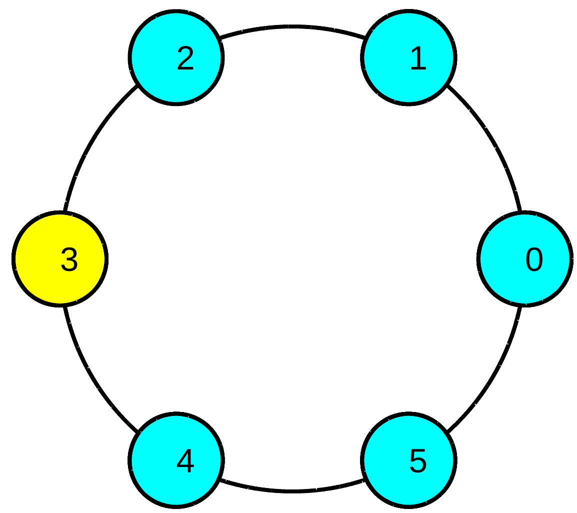


P3. *(Mersul aleator pe cerc)*
Se consideră m noduri pe un cerc (de exemplu $m = 9$), cu distanţe egale între ele, numerotate cu $0, 1, \ldots, m - 1$ (a se vedea figura). Un punct material se deplasează dintr-un nod spre un nod vecin cu probabilitatea p în sens trigonometric şi cu probabilitea $1 - p$ în sensul acelor de ceasornic.
Să se simuleze de n ori o astfel de deplasare, pornind de fiecare dată din nodul 0 şi folosind k mutări (de exemplu $k = 10$). Să se afişeze frecvenţele de apariţie ale poziţiilor finale.
Care sunt poziţiile cu probabilitea cea mai mare de a fi poziţiile finale?

1



2



P4. (*Problema lui Banach*) Un fumător are mereu doua pachete de ţigări, unul în buzunarul stâng şi unul în buzunarul drept. Presupunem că la început ambele sunt pline şi conţin fiecare N ţigări. De fiecare dată când vrea să fumeze alege o ţigară dintr-un pachet, pachetele puntând fi alese cu aceeaşi probabilitate $p = 0.5$. La un moment dat unul dintre pachete s-a golit. Simulaţi numeric probabilitatea de a-i fi rămas k ţigări în celălalt pachet $k \in \{1, 2, \ldots, N\}$.