Laborator 2 - 2017

A1. Joc de zaruri (sec. XVII): Un pasionat jucător de zaruri, cavalerul de Méré, susţinea în discuţiile sale cu Pascal că jocurile de noroc uneori conduc la rezultate, care contrazic matematica. Astfel, afirma el, că a arunca un zar de 4 ori pentru a obţine cel puţin o dată faţa şase, este acelaşi lucru cu a arunca de 24 ori câte două zaruri pentru a obţine cel puţin o dublă de şase. Cu toate acestea, cavalerul de Méré a observat că jucând în modul al doilea (cu două zaruri aruncate de 24 ori), pierdea faţă de adversarul său, dacă acesta alegea primul mod (aruncarea unui singur zar de 4 ori). Pascal şi Fermat au arătat că probabilitatea p_1 de câştig la jocul cu un singur zar aruncat de 4 ori este mai mare decât probabilitatea p_2 de la jocul cu două zaruri aruncate de 24 de ori. Deşi diferenţa dintre cele două probabilităţi este mică, totuşi, la un număr mare de partide, jucătorul cu probabilitatea de câtig p_1 câştigă în faţa jucătorului cu probabilitatea de câştig p_2. Practica jocului confirmă astfel justeţea raţionamentului matematic, contrar credinţei lui de Méré.
(1) Simulaţi cu ajutorul unui program aceste jocuri: aruncarea de patru ori a unui zar, respectiv aruncarea unui zar de 24 de ori, apoi estimaţi pe baza simulărilor cele două probabilităţi p_1 şi p_2. Are loc $p_1 > p_2$?
(2) Dacă în loc de 24 de aruncări se fac 25 de aruncări, rămâne valabil că $p_1 > p_2$?

A2. Joc de pariuri: Se arunc simultan trei zaruri. Câştigă jocul acea persoană, care prevede suma celor trei numere, care au apărut.
(1) Cu ce număr ar trebui pariat pentru a avea şanse cât mai mari de câştig?
(2) Care număr (sau numere) au probabilitatea cea mai mică de a apărea?
(3) Care sunt aceste probabilităţi?
Să se simuleze acest joc de m (100, 1000...) ori, să se realizeze un tabel cu suma numerelor care au apărut. Să se compare rezultatele obţinute din simulări cu răspunsurile teoretice de la (3).

Observaţie: Dacă folosiţi Octave şi simulaţi un experiment de un număr foarte mare de ori, obţinerea rezultatului durează foarte mult; folosind Matlab viteza de lucru este mult mai mare; dacă nu există Statistics Toolbox în Matlab, în loc de *unidrnd* folosiţi *randi*.

Completare teorie:

Fie A un eveniment asociat unei experienţe, repetăm experienţa de n ori (în aceleaşi condiţii date) şi notăm cu k numărul de realizări ale evenimentului A; frecvenţa relativă a evenimentului A este numărul

$$f_n(A) = \frac{k}{n}$$

k este frecvenţa absolută a evenimentului A.

Numărul

$$P(A) = \frac{\text{numărul de cazuri favorabile}}{\text{numărul total de cazuri posibile}}$$

se numeşte probabilitatea evenimentului A. Atenţie: $P(A) \in [0, 1]$.

Prin repetarea de multe ori a unui experiment, în condiţii practic identice, frecvenţa relativă $f_n(A)$ de apariţie a evenimentului A este aproximativ egală cu $P(A)$

$$f_n(A) \approx P(A), \text{ dacă } n \to \infty.$$