Laborator 7 - 2017

A1. Se dau r şi N numere naturale, precum şi $p \in (0,1)$.

La execuţia unui experiment poate să apară evenimentul A ("succes") cu probabilitatea dată p, iar $\bar{A}$ ("insucces") cu probabilitatea $1-p$. Se repetă experimentul până la apariţia primului "succes".
Fie X variabila aleatoare, care indică numărul de "insuccese" până la apariţia primului "succes"; aceasta este distribuţia geometrică.

$$X \sim Geo(p) \iff X \sim \begin{pmatrix} k \\ p(1-p)^k \end{pmatrix}_{k=0,1,2,\ldots}$$

Valori aleatoare: *geornd* din Statistics Package Octave/Matlab.
Fie Z variabila aleatoare, care indică numărul "insucceselor" până la apariţia "succesului" de rang r; aceasta este o variabilă aleatoare cu distribuţia binomial negativă $BN(r,p)$ (sau distribuţia Pascal):

$$Z \sim BN(r,p) \iff Z \sim \begin{pmatrix} k \\ C_{r+k-1}^{k} p^r (1-p)^k \end{pmatrix}_{k=0,1,2,\ldots}$$

Valori aleatoare *nbinrnd* din Statistics Package Octave/Matlab.
Fără a folosi *geornd* şi *nbinrnd*, să se scrie o funcţie care generează N numere care
a) reprezintă valorile unei variabile aleatoare X geometric distribuite $Geo(p)$;
b) reprezintă valorile unei variabile aleatoare Z cu distribuţia binomial negativă $BN(r,p)$.
Aplicaţie: a) Doi jucători trag alternativ (şi independent) la o ţintă. Probabilitatea ca primul jucător să nimerească ţinta este $p_1 = 0.8$, respectiv $p_2 = 0.75$ ca al doilea să nimerească ţinta. Se trage la ţintă până când ţinta este nimerită de cel puţin un jucător. Fie V variabila aleatoare care indică de câte ori ţinta nu a fost nimerită de niciun jucător, până când ţinta este nimerită (prima dată) de cel puţin un jucător.
b) Un al treilea jucător trage (singur) la ţintă până când ţinta este nimerită a doua oară. Fie U variabila aleatoare care indică de câte ori al treilea jucător ratează ţinta, până când nimereşte ţinta a doua oară. Probabilitatea de a nimeri ţinta la un joc este $p_3 = 0.7$.
Simulaţi valori posibile pentru variabilele aleatoare V şi U. Estimaţi valorile medii ale variabilelor aleatoare V şi U.
A2. (*Problema Huyghens*) Doi jucători A şi B aruncă alternativ două zaruri. Jucătorul A va câştiga dacă suma zarurilor este 6, iar jucătorul B va câştiga dacă suma este 7. Se stabileşte că A începe jocul.

a) Arătaţi că probabilitatea de a câştiga jucătorul A este $\frac{30}{61}$.

b) Simulaţi numeric acest joc şi analizaţi frecvenţa relativă obţinută.

A3. (Simulare Loto) Se extrag 6 numere din 49. Să se estimeze probabilitatea de a avea tichet câştigător la categoria 1, 2, 3, 4.
A4. Se aleg aleator două numere din intervalul $[0,1]$. Notăm cu x_1 şi x_2 numerele alese astfel încât $x_1 \leq x_2$. Numerele împart segmentul $[0,1]$ în trei segmente: $[0,x_1]$, $[x_1,x_2]$, $[x_2,1]$.
a) Simulaţi grafic alegerea numerelor x_1 şi x_2. În cazul în care segmentele determinate de x_1 şi x_2 formează un triunghi, să se deseneze un triunghi corespunzător şi să precizeze tipul triunghiului: ascuţitunghic, obtuzunghic sau dreptunghic (a se vedea desenul de mai jos).
b) Simulaţi de $N(=100, 1000)$ ori alegerea numerelor x_1 şi x_2. Afişaţi de câte ori segmentele formează un

triunghi şi dintre acestea de câte ori segmentele formează un triunghi ascuţitunghic. Folosind rezultatele obţinute, estimaţi *probabilitatea condiţionată* ca segmentele să formeze un triunghi ascuţitunghic, ştiind că segmentele formează un triunghi.

c) Alegeţi aleator $N(= 100, 1000)$ puncte în pătratul $[0, 1] \times [0, 1]$. Desenaţi cu roşu punctele ale căror coordonate, considerate ca numere în intervalul $[0, 1]$, împart segmentul $[0, 1]$ în trei segmente care formează un triunghi ascuţitunghic, iar cu albastru cele care determină un triunghi obtuzunghic sau dreptunghic (a se vedea figura de mai jos). Folosind numerele de puncte roşii şi albastre, estimaţi probabilitatea condiţionată de la subpunctul b).