

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Факультет экономических наук

Царьков Никита Владимирович

*«Моделирование структурных продуктов с опцией досрочного
погашения»*

Выпускная квалификационная работа — МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ
по направлению подготовки 38.04.08 Финансы и кредит

Образовательная программа «Финансовые рынки и финансовые институты»

Рецензент
Ведущий эксперт по валидации
ПАО «Сбербанк»,
Бакланова Валерия Сергеевна

Научный руководитель
доцент, к.ф.-м.н.,
Курочкин Сергей Владимирович

Москва, 2023

Аннотация

В данной выпускной квалификационной работе исследуется моделирование структурных продуктов с возможностью досрочного погашения зарубежных эмитентов, выпущенных в 2021-2023 годах. Сравниваются разные особенности продуктов, такие как: тип купона, как он выплачивается, барьеры защиты капитала, барьеры досрочного погашения, барьеры защиты капитала. Предлагается подход к оценке приведенной стоимости продукта на момент его выпуска, основанный на методе Монте-Карло и анализируется, как изменяется приведенная стоимость продукта при изменении различных параметров. Результатом данной работы является программный продукт, который оценивает как приведенную стоимость продукта на момент его выпуска, так и оптимальную для него купонную доходность при заданных характеристиках, чтобы его чистая приведенная стоимость была равна нулю.

Ключевые слова: структурные продукты, автоколл, досрочное погашение, Монте-Карло, геометрическое броуновское движение, модель Хестона

Abstract

This paper investigates the modeling of structured products with early redemption option (i.e. Autocallables) of foreign issuers, issued in 2021-2023. We compare different features of the products, such as, coupon type, method of coupons paid, capital protection barriers, autocall barriers an etc. We propose a Monte Carlo approach to estimate the PV of the product at issue date and analyze how it changes when key parameters of the product change. The result of the work is a software which calculate both the PV at issue date and optimal coupon annual yield for product given characteristics so that its NPV is equal to zero.

Keywords (tags): structured products, autocallable, autocall, early redemption, Monte Carlo, geometric brownian motion, Heston model.

Оглавление

Введение	5
Обзор литературы	8
Глава 1. Структурные продукты	12
1.1. Общие сведения	12
1.2. Структурные продукты с возможностью досрочного погашения	16
1.3. Подробное описание работы продукта с досрочным погашением	18
1.4. Риски, связанные со структурными продуктами	28
1.5. Факторы доходности структурного продукта	29
Глава 2. Моделирование	31
2.1. Оценка справедливой стоимости структурных продуктов	31
2.2. Метод Монте-Карло	33
2.3. Модели ценообразования	34
Стохастические процессы	34
Геометрическое броуновское движение	37
Модель Хестона	39
Калибровка параметров модели Хестона	41
Геометрическое броуновское движение для нескольких активов	43
Глава 3. Практическая реализация	46
3.1. Используемые данные и технологии	46
3.2. Анализ работы	50
Заключение	57
Список литературы	58
Приложение 1: Выборка по структурным продуктам	60

Введение

На сегодняшний день в мире активно развиваются финансовые рынки и инвестиционная сфера. Многие люди слышали об акциях, облигациях, курсах валют, биржах и так далее. Некоторые слышали об опционах, фьючерсах, свопах, ETF, или, обобщая, производных ценных бумаг — ценных бумаг, цены которых зависят от цены других бумаг (базовых активов). Все вышеперечисленные активы обладают своим уровнем риска и доходности, и, как правило, чем доходнее тот или иной актив, тем выше его уровень риска. Опытные инвесторы, сочетая ценные бумаги разных видов, проводя хеджирование сделок, составляют портфели активов, чтобы получить оптимальный для них уровень риска и доходности.

Структурные продукты многие инвестиционные компании и банки предлагают как альтернативу портфелям активов. Они также представляют собой комбинацию различных финансовых инструментов и имеют возможность снизить риск, сохраняя при этом потенциальную доходность. Такая особенность послужила толчком для последующего роста рынка структурных продуктов. По мнению (Fabozzi, 2005) рынок структурных облигаций является одним из самых быстрорастущих в части рынка ценных бумаг с фиксированной доходностью в США и Европе.

Одним из самых популярных видов структурных продуктов являются продукты с возможностью досрочного погашения, или проще, «автоколлы» (от англ.: *Autocallables Structured Products* или *Products with Early Redemption Option*). Особенность таких продуктов уже отображена в названии: при наступлении определенных условий, продукты могут быть погашены, с выплатой обычно полной суммы номинала. Согласно (Deng, 2011), начиная с 2010 года объем выпуска продуктов с возможностью досрочного погашения увеличивался ежегодно на 40%. Так же (Deng, 2011) отмечает, что одной из причин стремительного распространения «автоколлов» является простота, с

которой опцию досрочного погашения можно добавить на многие виды структурных продуктов.

На данный момент существует большое количество научной литературы по оценке справедливой стоимости структурных продуктов типа «Автоколл» на дату выпуска: (Deng et al., 2011), (Hansson, 2012), (Koster, Rehmet, 2015). Однако такие исследования направлены на оценку самых простых видов продуктов, либо на предложение очередного подхода к оценке, который можно будет применить на узкий класс продуктов. Данная работа дополнит существующую литературу предложением подхода к оценке справедливой стоимости продуктов с нестандартными барьерами досрочного погашения, купонных выплат и защиты капитала, предложением подхода к оценке годовой доходности купона, а также анализом зависимости справедливой стоимости и годовой доходности продукта от различных особенностей продукта.

Цель данной работы — предоставить углубленный анализ структурных продуктов с возможностью досрочного погашения, их особенностей, рисков, потенциальных преимуществ и недостатков. Также будет представлен калькулятор оценки их приведенной стоимости. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- Подготовить обзор литературы, требуемой для изучения структурных продуктов, их ключевых особенностей, выгод для инвестора и эмитента, а также подходов к оценке справедливой стоимости.
- Собрать данные по выпускам структурных продуктов от популярных зарубежных эмитентов: Goldman Sachs, Leonteq, UBS, Vontobel и др.
- Разработать калькулятор оценки справедливой стоимости на основе заданных характеристик продукта.
- Провести анализ полученных результатов калькулятора для продуктов популярных эмитентов.

Опираясь на академическую литературу и эмпирические наблюдения по данной теме, были выдвинуты следующие исследовательские вопросы:

- Как меняется стоимость продукта с досрочным погашением и его купонная доходность в зависимости от изменения различных параметров?
- Как меняются результаты и какова производительность расчётов в зависимости от используемой модели ценообразования: постоянная или стохастическая волатильность?

Объектом данного исследования является рынок структурных продуктов с возможностью досрочного погашения.

Предметом исследования — справедливая стоимость продукта в зависимости от различных факторов.

Структура работы

В первой главе вкратце рассказывается о структурных продуктах с досрочным погашением, их основных характеристиках и особенностях, рассматриваются модель работы структурного продукта и основные компоненты, отвечающие за доходность.

Во второй главе описывается подход к оценке структурного продукта, основанный на методе Монте-Карло и двух стохастических моделях ценообразования: геометрическом броуновском движении и модели Хестона.

В третьей главе демонстрируется программная реализация и проводится анализ результатов.

Обзор литературы

При написании данной работы были использованы книги, публикации из научных изданий, проспекты эмиссии структурных продуктов от зарубежных финансовых организаций: Goldman Sachs, Leonteq, UBS, Societe Generale, BIL.

Многие определения, связанные со структурными продуктами, основаны на различных трактовках от эмитентов, авторов научных работ и на собственном опыте автора исследования.

Выделим несколько научных работ, авторы которых проводили исследование в области оценки стоимости структурных продуктов:

- F. Hannson, (2012). A pricing and performance study on autocallable products

Автор исследует методы оценки продукта с досрочным погашением: PDE и разновидности метода Monte-Carlo (обычный Монте-Карло и Монте-Карло с квазислучайными последовательностями), сравнивает различные методы ценообразования. Автор также проводит оценку рисков инвесторов. В качестве примеров использует продукты от шведских эмитентов. Общий вывод работы, носящий эмпирический характер, сводится к рекомендации учитывать при разработке продуктов соотношение «риск/доходность», важное для клиентов.

- G. Deng et al., (2011). Modelling Autocallable Structured Products

Автор исследует метод оценки продукта с помощью решения дифференциального уравнения в частных производных. Предлагается два подхода: для продуктов с американским барьером — решение в явной форме, а для продуктов с европейским барьером — через дискретизацию Эйлера.

В практической части исследования автор оценивает стоимость трех продуктов: облигации с фиксированным купоном, Autocallable с европейским барьером и Autocallable с американским барьером.

Исследование показало, что при прочих равных продукт с опцией досрочного погашения стоит дешевле, так как инвестор после погашения не получит те купоны, которые могли платиться, если бы продукт еще бы действовал. Также в статье приведен результат, утверждающий, что продукт с американским барьером обычно дороже продукта с европейским барьером. Автор говорит о спорности этого утверждения, ссылаясь на то, что продукт с европейским барьером имеет меньшую вероятность быть досрочно погашенным, что в свою очередь дает большую потенциальную доходность.

Важность данной работы заключается в предложенном методе к оценке продуктов с американским барьером, пускай хоть и на ограниченном числе.

- D. Bergstresser, (2008). The Retail Market for Structured Products: Issuance Patterns and Performance

В этой работе автор также оценивают справедливую стоимость структурных продуктов, и проводит анализ зависимости стоимости продуктов от поведения фондовых индексов. Техника, автор по которой оценивал зависимость, заключалась в построении портфеля продуктов, оценке их годовой доходности, и построении регрессии на динамику фондового индекса.

Проводя исследование на выборке продуктов в период с 1995 по 2008 годы, авторы пришли к выводам, что портфель структурных продуктов показывает линейную зависимость от динамики фондового индекса, а отдельно взятые продукты — нелинейную. Результаты регрессии показывают, что альфа у структурных продуктов на 2000-2005 гг. была отрицательной и была на 100 б.п. меньше по отношению к альфе фондовых индексов. На период 2006-2008 гг., разница была меньше, но

доходность фондового индекса была заметно выше, чем у портфеля структурных продуктов.

- E. Wårhag, I. Tepes, (2020). Autocalls Versus Underlying Assets

В данной работе авторы исследуют зависимость между доходностью структурного продукта и доходностями его базовых активов. Для анализа взаимосвязи использовались данные по ценам продуктов, ценам и волатильности его базовых активов, кредитный рейтинг эмитента, безрисковая процентная ставка.

Исследование проводилось на выборке структурных продуктов от шведских эмитентов на период 2010-2018 гг. Авторы отметили, что большинство продуктов показывали положительную доходность, при этом самая высокая доходность у продуктов была у досрочно погашенных продуктов, а с течением времени доходность продукта падает. Кроме того, было показано, что доходность структурного продукта растёт вместе с доходностью его базовых активов. Помимо этого, авторы пришли к выводу, что кредитный рейтинг эмитента также оказывает значительное влияние на доходность: если кредитный рейтинг эмитента ниже A2, то доходность структурных продуктов, выпущенных им, заметно растёт.

Также стоит упомянуть книги, материал которых активно использовался для написания теоретической части:

- John. C. Hull. Options, Futures, and Other Derivatives.

Книга представляет собой огромную фундаментальную «базу» по финансовому рынку, ценным бумагам, производным финансовым инструментам, моделям ценообразования и торговым стратегиям.

- Steven E. Shreve. Stochastic Calculus for Finance (2-я часть)

Книга включает в себя теоретический материал по теории вероятности и стохастическому исчислению, моделям ценообразования с постоянной и стохастической волатильностью.

- A. Bluemke. How to Invest in Structured Products: A Guide for Investors and Asset Managers.

В этой книге подробно рассказывается о структурных продуктах, как об особом виде инвестиций, описываются их ключевые особенности, виды, то, что происходит во время срока действия, от каких параметров зависит доходность и многие другие аспекты, связанные с этим видом деривативов.

Глава 1. Структурные продукты

1.1. Общие сведения

Структурные продукты — это сложные финансовые инструменты, в основе которых лежат инвестиционные стратегии и которые базируются на основе более простых базовых финансовых инструментов, таких как: акции, индексы, корзины ценных бумаг (*baskets*), долговые обязательства, производные инструменты и другие (Deng et al., 2011). Как правило, денежные потоки, возникаемые во время действия продукта, а, следовательно, и его доходность, напрямую зависят от поведения базовых активов.

За счёт комбинирования различных инструментов структурные продукты могут предложить более высокую потенциальную доходность или меньшие риски. Структурные продукты обладают гибкими настройками, а поэтому они весьма привлекательны для разных групп инвесторов, у которых разные цели инвестирования, уровни риска и желаемой доходности.

С точки зрения инвестора, т.н. «структурирование» позволяет настроить желаемый в зависимости от риск-профиля и целей инвестора уровень потенциальной доходности и приемлемого риска. Так же структурные продукты могут использоваться в качестве альтернативы прямым инвестициям, таким образом упрощая процедуру составления портфеля, предоставляя эту задачу эмитенту, и уменьшая потенциальные издержки, связанные со сделками, а также оптимизируя налогооблагаемую базу.

С позиции эмитента, структурный продукт — это еще один способ заработать. Эмитенты часто берут комиссию за выпуск продукта, при этом комиссия может достигать до 1-2% годовых от суммы номинала. Довольно высокая комиссия обусловлена затратами на составление продукта, его оценку, хеджирование и прочие дополнительные услуги. Теоретически частный инвестор и сам может составить портфель, оценить и оптимизировать его, но бывают ситуации, когда требования к объему сделок по многим деривативам им не под силу или попросту рынок «экзотических» деривативов недоступен.

Структурные продукты являются доступным решением данной проблемы, так как они продаются от 100 GBP или 1000 EUR или USD за 1 лот, при этом могут имитировать поведение портфеля и предложить какие-то дополнительные бонусы: защиту капитала и кредитное плечо (*leverage*), при этом с каждого такого бонуса эмитент может брать дополнительную премию.

Структурные продукты существуют уже несколько десятилетий, их возникновение относится к 1970-м годам и связано с потребностью компаний выпускать более дешевые долговые обязательства. Одними из первых широко распространённых структурных продуктов были конвертируемые облигации (*Convertibles*). Особенность конвертируемых облигаций была в том, что при росте стоимости базовых активов, облигацию можно было обратить в них активы, получив большую прибыль после продажи базовых активов, но при этом эмитенты ставили более низкие процентные ставки по облигациям, уменьшая траты на обслуживание долга и увеличивая комиссии за сделку с такой облигацией. Добавляя различные характеристики к таким облигациям: защиту капитала, плечо, досрочное погашение, различные барьеры, эмитент мог понижать процентную ставку по ней, тем самым добиваясь снижения расходов. По сей день конвертируемые облигации являются одним из популярных видов продуктов.

В 80-х и 90-х годах структурные продукты начали приобретать широкую популярность среди инвесторов, поскольку эмитенты разрабатывали новые виды структурных продуктов, закладывая уникальные стратегии, под различные стратегии инвесторов, и предлагая различные характеристики и открывая доступ к новым рынкам для инвесторов. Первый пик популярности структурных продуктов пришелся на 2000-е годы, когда они стали доступны для частных инвесторов, тем самым вызвав еще больший рост разнообразия продуктов на рынке. По оценкам (Bergstresser, 2008) с 2003 года оборот структурных продуктов, удваивался почти каждые 18 месяцев и достиг пика в 4.5 трлн долларов уже в 2006 году, снизившись из-за кризиса до 3.4 трлн в 2008 году. Кризис в 2007-2008 года оказал значительное влияние на рынок

структурных продуктов: стало особое внимание уделяться прозрачности и информированию инвестора о рисках и выгодах инвестирования в продукты (Handerson, Pearson, 2010).

Тем не менее, в последние годы интерес к структурным продуктам растет, и теперь их используют как способ диверсификации портфеля. В настоящее время спектр структурных продуктов очень широк: как говорилось ранее, в каждый продукт заложена своя стратегия. Поэтому их довольно сложно классифицировать, но тем не менее популярностью пользуются классификация от EUSIPA и SRP, основанные на соотношении доходности и риска:

- Продукты с защитой капитала (*Capital Protection*): наименьший уровень риска и доходности.

Такие продукты предлагают полную защиту капитала, либо условную, но с низким уровнем барьера защиты, позволяя поглотить сильные просадки на рынках. Такие продукты могут подразумевать в себе купонные выплаты, но с малым размером купона.

- Продукты с повышенной доходностью (*Yield Enhancement*): доходность и риски выше, чем у облигаций.

Такие продукты сочетают в себе условные выплаты купонов, их размер при этом заметно выше (однако доходность ограничена сверху), условную защиту капитала, но с барьером заметно выше, относительно продуктов с защитой капитала, позволяя поглотить только незначительные просадки. Эта категория продуктов является самой популярной у инвесторов, а одним из примеров являются обратно конвертируемые облигации (*Reverse Convertibles*).

- Продукты с участием (*Participation*).

Доходность таких продуктов зависит от динамики базовых активов: акций, варрантов, процентных ставок, спредов, индексов. Такие продукты обладают высоким уровнем риска, так как при падении базовых активов, инвестор рискует потерять инвестированные средства, соответственно такие продукты предлагают инвесторам с большим опытом и соответствующим аппетитом к риску. Бонусные сертификаты и сертификаты отслеживания являются наиболее популярными видами этой категории продуктов.

- Продукты с кредитным плечом (*Leverage*).

Эта категория продуктов является самой рискованной, так как их доходность напрямую зависит от динамики базового актива, умноженной на плечо, а соответственно она неограниченна сверху и подразумевают в себе полную потерю капитала при негативных рыночных событиях.

В данной работе будет говориться о структурных продуктах с повышенной доходностью, имеющих в себе такую характеристику, как досрочное погашение (*Early Redemption, Autocall*). Впервые продукты с такой особенностью были предложены клиентам в 2003 году в США (Deng, 2011), и с тех пор они непрерывно набирают популярность.

1.2. Структурные продукты с возможностью досрочного погашения

Из названия понятно, что такие продукты подразумевают в себе возможность досрочного погашения при выполнении определённых условий в течение срока жизни продукта. Для таких продуктов в проспекте эмиссии (*termsheet*) обязательно прописываются:

- Даты проверки условий (*Observation Dates, Autocall Dates, Early Redemption Dates*);
- Условия досрочного погашения (*Autocall Level, Early Redemption Level, Autocall Trigger*): уровень цены базового актива, при пробитии вверх которого (т.е. если базовый актив будет стоить дороже этого уровня), инвестору полагается выплата денежных средств и досрочное погашение продукта;
- Сумма денежных средств при досрочном погашении: обычно номинал, но встречаются продукты, где сумма средств при досрочном погашении выше номинала.

Это основные характеристики, по которым можно понять является ли тот иной структурный продукт «Автоколлом». Кроме того, основываясь на выборке структурных продуктов, которая будет представлена в приложении, стоит выделить и другие характерные особенности таких продуктов:

- Различные базовые активы: акции, индексы, корзины активов, варранты и другие;
- Условная защита капитала;
- Возможность купонных выплат, при этом купон может быть гарантированным, условным или с эффектом памяти, указывается структура выплат: сразу или при погашении;

- Поставка физических активов в зависимости от рыночных сценариев для обратно конвертируемых облигаций (*Barrier Reverse Convertible*);
- Различные барьерные условия, как для купонных выплат, так и для досрочного погашения: повышающиеся или понижающиеся с каждой датой проверки условий.

Стоит выделить две основные разновидности продуктов с возможностью досрочного погашения, отличающиеся по структуре купонных выплат:

- «Классика» (*Classic Autocallables, Athena, Apollon*): для таких продуктов купонные могут либо не прилагаться, либо быть гарантированными, при этом накопленные купоны выплачиваются только при погашении продукта. Часто для продуктов без купонных выплат сумма средств при досрочном погашении больше номинала.
- «Феникс» (*Phoenix Autocallables*): для таких продуктов купонные выплаты проводятся в купонные даты, а не при погашении. Часто для таких продуктов вводятся дополнительные условия, при выполнении которых прилагается выплата купона.

Стоит отметить, что для продуктов с досрочным погашением потенциальная доходность ограничена сверху размером купона и размерами выплат при досрочном погашении. При этом потенциальные убытки могут быть не ограничены вовсе.

Ниже опишем общий механизм работы структурного продукта с досрочным погашением.

1.3. Подробное описание работы продукта с досрочным погашением

Как правило, в проспекте эмиссии — документе, который прилагается к выпуску продукта и содержащему в себе подробное описание особенностей продукта, обязательно указываются¹:

- Номинал (*Principal, Denomination*), N — сумма средств, необходимых для покупки одного лота при выпуске продукта.
- Начальная цена (*Initial Fixing Level, Asset Initial Price*), S_0 — цена базового актива на момент выпуска продукта², относительно которой будут проверяться различные условия во время действия.
- Даты проверки условий (*Valuation Dates, Observation Dates*): $t_1, \dots, t_n = T$, при этом в дату t_0 , фиксируется начальная цена S_0 , а в дату T , фиксируется цена при погашении продукта³. Считается, что эти даты идут с заданной периодичностью: каждый квартал, каждые полгода или каждый год.
- Барьеры досрочного погашения (*Autocall Level, Trigger, Barrier*, барьер автоотзыва) на каждую дату t_i проверки условий: b_j^a , $j = j_a, \dots, n - 1$, и предполагаемые выплаты (*Autocall Event Payment*) при досрочном погашении N_j^a , $j = j_a, \dots, n - 1$. Если текущая цена актива относительно начальной цены в дату проверки условий t_j не меньше, чем уровень досрочного погашения на эту дату: $S_j/S_0 \geq b_j^a$, то инвестору в ближайшее

¹ Символьные обозначения вводятся для дальнейших формул.

² На самом деле в проспектах эмиссии указываются дата фиксации начального уровня цены (*Initial Fixing Date, Initial Valuation Date*) и дата выпуска продукта (*Issue Date*). В работе используется допущение, что это один и тот же день, когда в реальной жизни проходит между ними проходит обычно одна-две недели.

³ То же самое касается и погашения, сначала фиксируется цена (*Final Fixing Date, Final Reference Date*), потом через одну-две недели продукт погашается (*Redemption Date, Maturity Date*)

время (*Autocall Early Redemption Date*) выплачивается сумма средств, равная N_j^a .

Большинство продуктов имеют уровень досрочного погашения, одинаковый для всех дат и равный 100%, при этом предполагаемая выплата при досрочном погашении равняется номиналу, но встречаются продукты с растущим и понижающимся барьером. Кроме того, часто вводится период с момента выпуска продукта, когда условия досрочного погашения не проверяются ($j_a > 1$).

- Тип купона, если предполагаются купонные выплаты, обычно один из трёх видов: гарантированный, условный, или условный с эффектом памяти. Так же указывается, когда выплачиваются купоны: в купонную дату («Феникс») или при погашении («Классика»).
- Размер купона C может быть указан в явном количестве, либо в % годовых. Начисляется после дат проверок условий $t_1, \dots, t_n = T^4$.
- Для условных купонов вводятся купонные барьеры (*Coupon Level*) на каждую дату t_j проверки условий: $b_j^c \leq b_j^a, j = j_c, \dots, n - 1$. Если текущая цена актива относительно начальной цены в дату проверки условий t_j не меньше, чем купонный барьер на эту дату: $S_j/S_0 \geq b_j^a$, то инвестору будет начислен купон за прошедший период. Как и в случае с досрочным погашением, бывают продукты, где купоны некоторый период с момента выпуска продукта, не начисляются ($j_c > 1$).

⁴ В расчётах будет считаться, что платится купон C в денежных единицах. В проспектах эмиссии часто указывается либо доля от номинала (например, 0.019, тогда будет выплачен купон, равный $0.019 \times N$, т.е. 19\$ в случае номинала, равного 1 000\$.), либо в процентах годовых (например, инвестору будут начислены те же 19\$, если указано что купон поквартальный и равен 7.6% годовых). Также стоит упомянуть о том, что купон в реальной жизни будет начислен в дату выплаты купона (*Coupon Payment Date*), которая идет обычно через неделю после проверки купонного условия (*Coupon Observation Date*).

Купоны с эффектами памяти начисляются по следующему принципу: если в прошлые проверочные даты купоны не были выплачены, они будут выплачены в следующую дату, если выполнится купонное условие.

- По какой логике происходит защита капитала. Среди выборки структурных продуктов можно встретить две разные логики защиты капитала:

- Защита капитала с одним барьером: вводится барьер $b^p \leq 100\%$ на дату погашения $t_n = T$: если текущая цена актива относительно начальной не меньше этого барьера: $S_n/S_0 \geq b^p$, то для инвестора наступает нейтральный сценарий: ему платится номинал $N_{neutral}^{mat} = N$, а цена актива относительно начальной меньше, то наступает негативный сценарий, при котором платится сумма $N_{negative}^{mat} < N$.

Для негативного сценария предполагается два варианта расчёта суммы денежных средств, в зависимости от защиты: при мягкой защите (*soft protection*) $N_{negative}^{mat} = (1 - S_n/S_0 + b^p) N$, при жёсткой (*hard protection*) $N_{negative}^{mat} = (S_n/S_0) N$.

- Защита капитала с двумя барьерами (*Deng et al., 2011*): помимо обычного барьера, логика которого описана выше, вводится дополнительный барьер (*elite barrier*) $b^e > b^p$ на дату погашения $t_n = T$, который реализует позитивный сценарий: если текущая цена актива относительно начальной не меньше этого барьера: $S_n/S_0 \geq b^e$, то инвестору будет выплачена сумма средств $N_{positive}^{mat}$, которая заметно больше чем номинал.⁵

⁵ Встречается еще один тип защиты с двумя барьерами: во время действия продукта действует непрерывный барьер, при пробитии вниз которого, для даты погашения T вводится дополнительный барьер (часто равный 100%), с помощью которого определяют размер выплаты при погашении. В данной работе примеры продуктов с таким типом защиты не рассматриваются, так как методология, описанная в работе, неприменима для случая непрерывных (американских) барьеров.

- Способ проверки условий на случай корзины активов: по наихудшей динамике актива (*worst-of performance*) или по средневзвешенной (*weighted performance*).

Также введем дополнительные переменные, которые будут необходимы для объяснения работы продукта и алгоритма оценки его справедливой стоимости:

- Цены базовых активов в моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n = T$ в матричном виде

$$S = \begin{pmatrix} S_0^1 & S_1^1 & S_2^1 & \dots & S_n^1 \\ S_0^2 & S_1^2 & S_2^2 & \dots & S_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_0^m & S_1^m & S_2^m & \dots & S_n^m \end{pmatrix}$$

Где S_j^i — цена актива i в дату проверки условий t_j .

- Динамика базового актива в том же матричном виде $s = \{S_j^i / S_0^i\}_{j=0,1,\dots,n}^{i=1,\dots,m}$, где каждый элемент представляет отношение текущей цены актива к начальной.
- Способ проверки условий на случай корзины активов в виде функции:

$$f_j = \begin{cases} \min_i s_j^i, & \text{worst-of} \\ \sum_{i=1}^m s_j^i / m, & \text{average-of} \end{cases}, \quad j = 1, \dots, n$$

- $\tilde{\mu}$ — величина ставки дисконтирования, требуемая доходность.
- CF_j — денежный поток, возникаемый в дату t_j

Рассмотрим денежные потоки, приходящие инвестору во время действия «Классического Автоколла» во все даты проверки условий, кроме последней. Ввиду того, что для такого продукта купоны либо гарантированы, либо их нет, то проверяются только условия досрочного погашения (рис. 2.1):

$$\begin{cases} f_j \geq b_j^a \Rightarrow CF_j = (j - j_c)C + N_j^a \\ CF_{j+1} = \dots = CF_n = 0, & j = j_a, \dots, n - 1^6 \\ f_j < b_j^a \Rightarrow CF_j = 0 \end{cases}$$

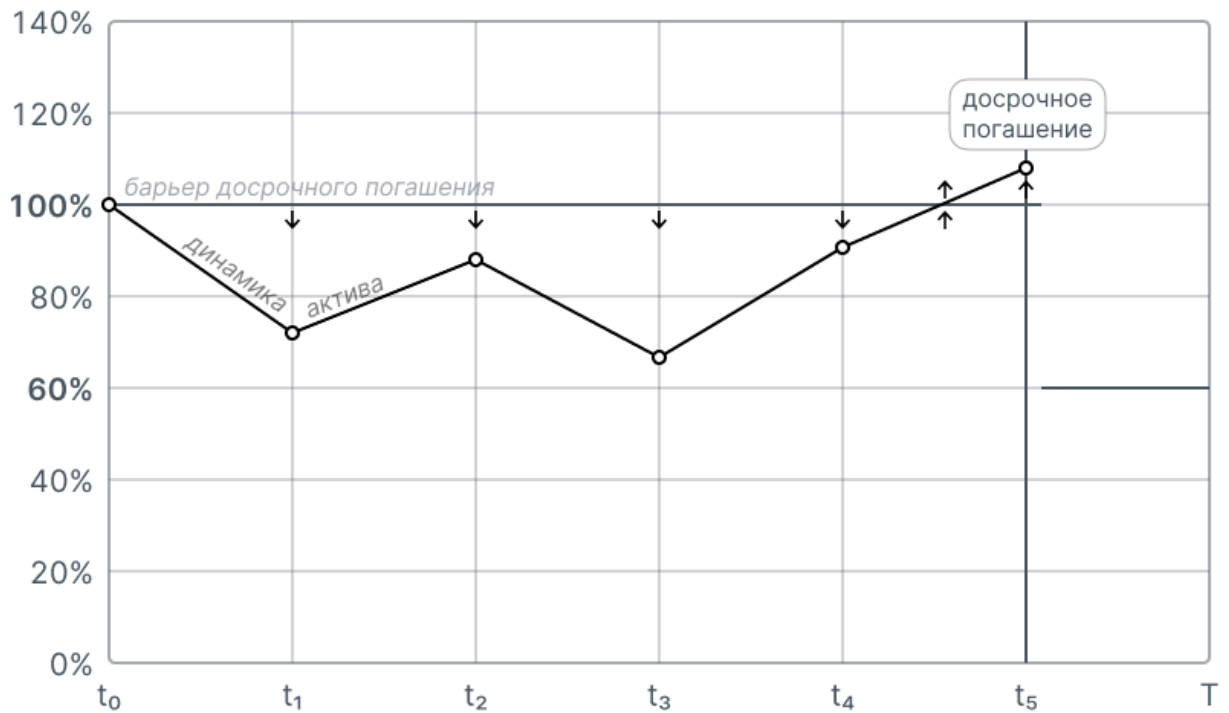


Рис. 2.1: Досрочное погашение (на дату t_5 цена базового актива выше барьера досрочного погашения)

Для последней даты проверки $t_n = T$, в случае если продукт еще не погашен, то проверяются условия защиты капитала (в данном случае показана жесткая защита капитала с одним барьером, рис. 2.2.):

$$\begin{cases} f_n \geq b^p \Rightarrow CF_n = N_{neutral}^{mat} + C(n - j_c) = N + C(n - j_c) \\ f_n < b^p \Rightarrow CF_n = N_{negative}^{mat} + C(n - j_c) = f_n N + C(n - j_c) \end{cases}$$

Если для продукта не предполагается купонных выплат, считается, что $C = 0$

⁶ Рассматриваются даты вне периода, когда условия досрочного погашения не проверяются, поэтому смотрятся все даты t_j , начиная с t_{j_a} .

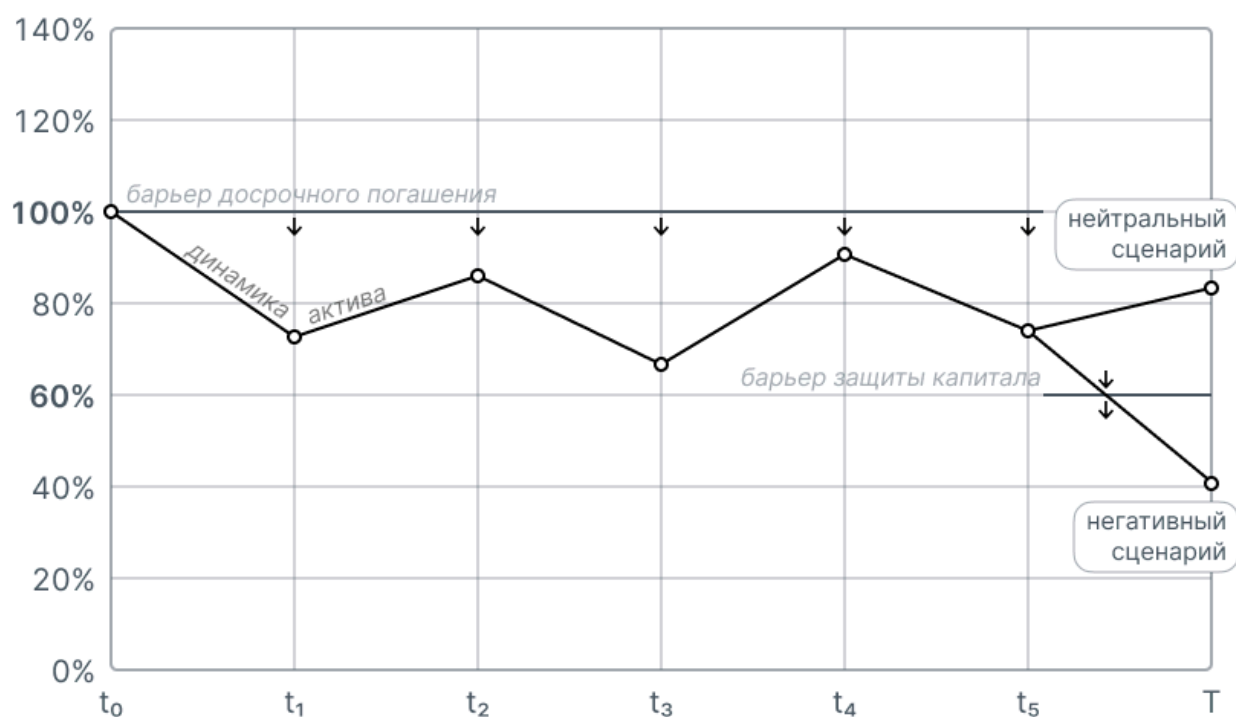


Рис. 2.2: Защита капитала с одним барьером (нейтральный и негативный сценарий)

Теперь рассмотрим логику продукта «Феникс Автоколл», в нем купонные выплаты происходят сразу, как выполняются условия купона. Рассмотрим денежные потоки, приходящие инвестору в случае условного купона во все даты проверки условий, кроме последней:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_j \geq b_j^a \Rightarrow CF_j = C + N_j^a \\ CF_{j+1} = \dots = CF_n = 0 \\ b_j^a > f_j \geq b_j^c \Rightarrow CF_j = C \\ f_j < b_j^c \Rightarrow CF_j = 0 \end{array} \right., \quad j = \max(j_a, j_c), \dots, n-1^7$$

В первой строке проверяется условие досрочного погашения, во второй и третьей — условие выплаты купона (рис. 2.3)

⁷ Данная система условий показана для тех дат, когда возможны и купонные выплаты ($t_j > t_{j_c}$) и досрочное погашение ($t_j > t_{j_a}$). В случаях, когда купонные выплаты возможны, а досрочное погашение — нет ($t_{j_a} > t_j > t_{j_c}$), то из системы убирается проверка досрочного погашения (первая строка).

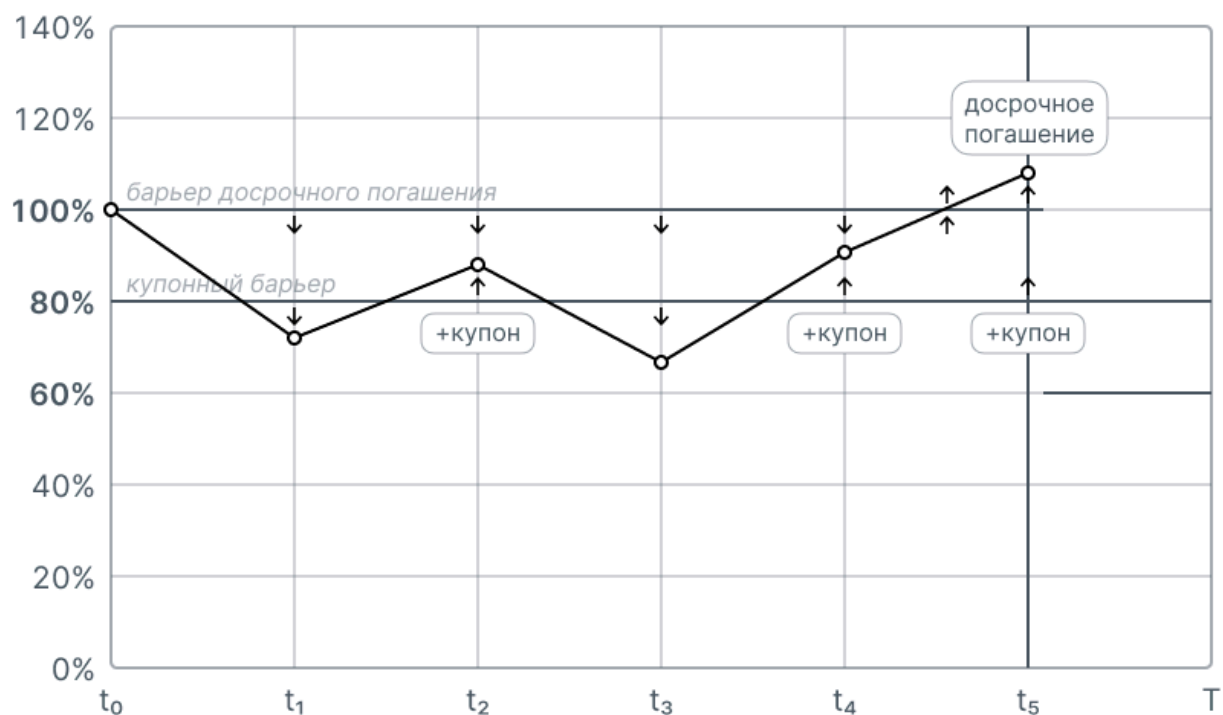


Рис. 2.3. Купонный барьер и досрочное погашение

Теперь рассмотрим денежный поток в последнюю в дату погашения $t_n = T$. Покажем, как поведет себя продукт в ситуации жесткой защиты капитала с двумя барьерами (позитивный, нейтральный и негативный сценарии), где при этом $b^e > b_n^c > b^p$:

$$\begin{cases} f_n \geq b^e \Rightarrow CF_n = N_{positive}^{mat} + C \\ f_n \geq b_n^c > b^p \Rightarrow CF_n = N_{neutral}^{mat} + C = N + C \\ b_n^c > f_n \geq b^p \Rightarrow CF_n = N_{neutral}^{mat} = N \\ f_n < b^p \Rightarrow CF_n = N_{negative}^{mat} = f_n N \end{cases}$$

В первой строке проверяется условие для позитивного сценария при погашении, во второй — условие для купонной выплаты, в третьей и четвёртой — условие защиты капитала (нейтральный и негативный сценарий, рис. 2.4)

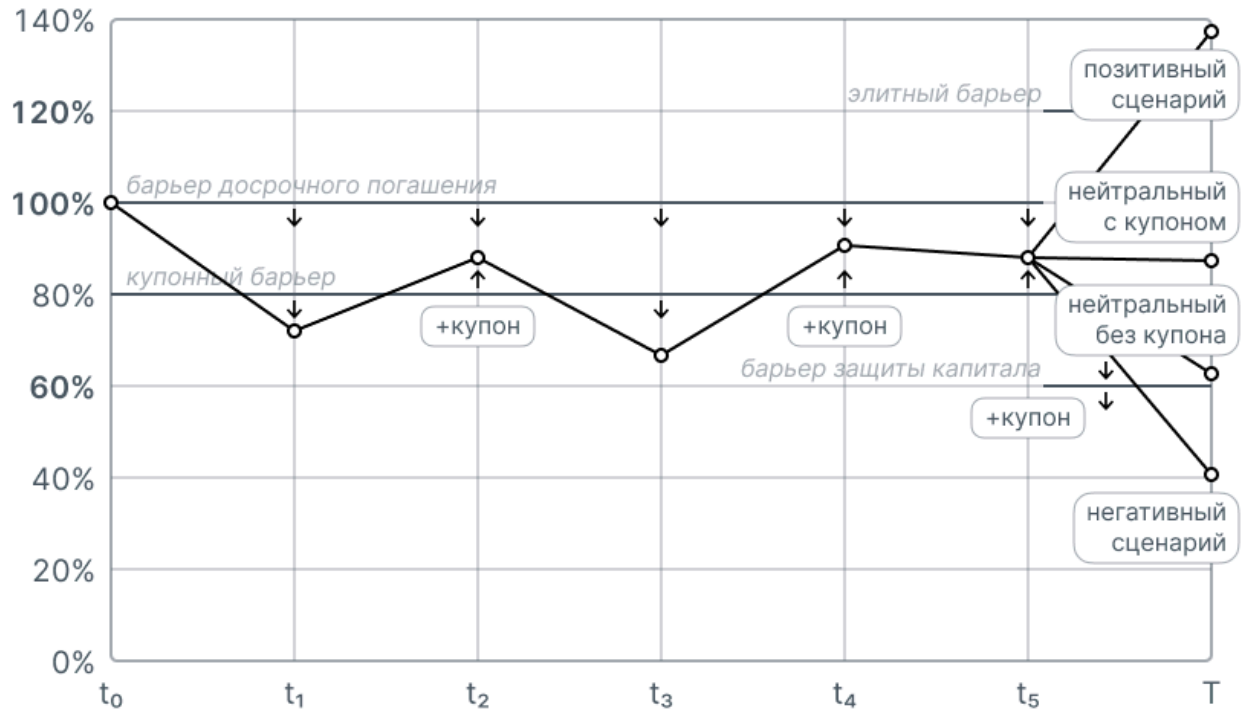


Рис. 2.4: Защита капитала с двумя барьерами (позитивный, нейтральный и негативный сценарии)

Если для «Феникс Автоколла» указано, что купон с эффектом памяти, то модель расчётов заметно усложняется. Пусть t_p — дата последней выплаты купона, изначально $t_p = t_0$ (т.е. $p = 0$). Рассмотрим все даты, кроме последней:

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_j \geq b_j^a \Rightarrow \begin{array}{l} CF_j = N_j^a + C(j - p) \\ CF_{j+1} = \dots = CF_n = 0 \end{array} \\ b_j^a > f_j \geq b_j^c \Rightarrow \begin{array}{l} CF_j = C(j - p) \\ p = j \end{array} \\ f_j < b_c \Rightarrow CF_j = 0 \end{array} \right. , \quad j = \max(j_a, j_c, \dots, n - 1)$$

В дату погашения T логика расчёта похожа со случаем условного купона:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_n \geq b_n^c > b_p \Rightarrow CF_n = N_{neutral}^{mat} + C(n - p) = N + C(n - p) \\ b_n^c > f_n \geq b_p \Rightarrow CF_n = N_{neutral}^{mat} = N \\ f_n < b_p \Rightarrow CF_n = N_{negative}^{mat} = f_n N \end{array} \right.$$

Для оценки справедливой стоимости продукта, необходимо продисконтировать все денежные потоки на дату t_0 и их просуммировать — так будет найдена **приведенная стоимость продукта** (*present value, PV*):

$$PV = \sum_{j=1}^n \frac{CF_j}{(1 + \tilde{\mu})^{(t_j - t_0)}}^8$$

Где $\tilde{\mu}$ — ставка дисконтирования, которая включает в себя безрисковую процентную ставку и премию за кредитный риск эмитента.

В качестве прокси безрисковой процентной ставки можно использовать ставки по государственным долгосрочным облигациям для валюты номинала (для России — ОФЗ, для США — US Treasuries, для Великобритании — Gilts), ключевые ставки Центральных Банков или межбанковские ставки (*€STR, LIBOR, EURIBOR*), а в качестве премии за кредитный риск эмитента — кредитный дефолтный своп (*CDS*) на эмитента, по срочности продукта.

Чистая приведенная стоимость (*Net Present Value, NPV*) — это разница между номиналом и приведенной стоимостью:

$$NPV = PV - N$$

Если $NPV > 0$, то инвестиция в продукт является экономически эффективной, а если $NPV < 0$, то инвестиция экономически невыгодна, то есть альтернативный проект, доходность которого принята в качестве ставки дисконтирования требует меньших инвестиций для получения аналогичного потока доходов.

Многие эмитенты закладывают размер NPV в комиссию при приобретении продукта. Формально это выглядит так: если задан номинал, равный 1000\$ и сказано, что комиссия при выпуске составляет 6% от суммы номинала, то это можно интерпретировать как то, что эмитент оценил по своей методике

⁸ Как говорилось ранее, дисконтировать нужно, начиная с дат выплаты купона и с даты выплаты при погашении. В данной работе используется допущение, что денежные потоки происходят сразу в даты проверки условий купонных выплат и досрочного погашения. В реальной жизни разница между этими датами составляет обычно одну-две недели.

приведенную стоимость продукта на момент выпуска, допустим она будет равна 940\$, а до 60\$ разницы он может взять в качестве комиссии.

Годовая доходность купона оценивается схожим образом: необходимо найти такой размер купона \tilde{C} , чтобы приведенная стоимость продукта равнялась номиналу за вычетом комиссии эмитента:

$$PV(\tilde{C}) = N - commission \times N$$

1.4. Риски, связанные со структурными продуктами

Говоря об инвестициях в структурные продукты, стоит упомянуть о рисках, связанных с ними.

Одним из потенциальных недостатков структурных продуктов является то, что они могут быть неликвидными на вторичном рынке, то есть их трудно продать до наступления срока погашения. Тем временем активы, на которых структурный продукт базируется часто более ликвидны (Friewald et al., 2017), (Avdiu, 2020).

Помимо неликвидности стоит упомянуть, что срок действия продукта зачастую фиксирован, а длинный временной горизонт повышает неопределенность как в отношении самого актива, так и в отношении эмитента.

Если у продукта нет защиты капитала, то существует риск полной потери капитала. Защита капитала сделана для того, чтобы ограничивать потери при некоторых рыночных сценариях (когда стоимость базового актива проседает ненамного), однако за эту функцию инвесторы платят пониженной доходностью. Кроме того, доходность структурных продуктов может быть ниже, чем потенциальная доходность других инвестиций с аналогичным профилем риска.

Структурные продукты могут также нести риск контрагента, который означает то, что эмитент продукта может оказаться не в состоянии выполнить свои финансовые обязательства (один из самых масштабных примеров — банкротство инвестиционного банка Lehman Brothers). Этот риск можно снизить, выбирая продукты, выпущенные авторитетными финансовыми учреждениями с высоким кредитным рейтингом или приобретая страховку от дефолта (CDS). Если кредитный рейтинг ниже A2 (AA), то купонная доходность структурных продуктов растет. (Henderson, Pearson, 2011) обнаружили, что если кредитный рейтинг эмитента не оценен должным

образом, то стоимость структурной ноты будет завышена. Тут же стоит упомянуть и про операционные риски, которые могут случиться с эмитентом.

Поскольку за структуру продукта отвечает непосредственно эмитент, то во время его действия он может носить некоторые корректировки в продукт при особых неблагоприятных событиях (кризис, банкротство компании, связанной с базовым активом и другое). Такие корректировки могут оказать негативное влияние на стоимость продукта. В некоторых ситуациях, эмитент может сам досрочно прекратить действие продукта, выплатив неустойку.

В проспектах эмиссии обязательно указываются риски, связанные с продуктами. Это сделано для повышения прозрачности и для выполнения требований законодательств.

1.5. Факторы доходности структурного продукта

Очевидно, что доходность продукта с досрочным погашением зависит от того, как изменяется цена базовых активов. Однако на доходность влияют и многие другие факторы.

Тип купона и его размер напрямую влияет на доходность: чем выше размер купона, тем выше потенциальная доходность. Кроме того, сам по себе вид купона тоже влияет на доходность: наибольшую потенциальную доходность при прочих равных принесёт гарантированный купон, потом условный купон и меньшую купон с эффектом памяти. Однако в реальной жизни все не так: эмитент для гарантированных купонов сделает ставку заметно ниже, чем для условных купонов, иначе приведенная стоимость продукта окажется заметно выше, чем номинал, и эмитент понесет значительные убытки, исполняя обязательства по выплате купонов.

Также, если купон имеет условный характер, то его размер будет зависеть от уровня купонного выплат и уровня защиты капитала, так как при высоких барьерах увеличивается вероятность их пробития вниз, что может лишить

инвестора купонной выплаты или привести к потере части инвестированного капитала. Поэтому часто продукты с высоким уровнем купонных выплат имеют высокий размер купона.

Также стоит упомянуть волатильность активов в корзине. Высокая волатильность ведет к снижению доходности, так как она увеличивает вероятность пробития барьеров вниз. Но эмитенты обычно для высоковолатильных активов ставят низким уровни купонных выплат и защиты капитала.

Говоря о базовых активах, стоит подчеркнуть влияние корреляции между активами на доходность. При фиксации по наихудшей динамике слабая корреляция оказывает отрицательный эффект на доходность структурной ноты. Кроме того, с ростом количества активов в корзине растет вероятность пробития барьеров, а, следовательно, и растет потенциальная доходность. Надежность эмитентов базовых активов также влияет на потенциальную доходность: чем надежнее актив, тем меньше доходность.

С пробитием уровня досрочного погашения инвестор получает купон и номинал, однако, сталкивается с проблемой реинвестирования капитала. Оптимальный рыночный сценарий для инвестора заключается в динамике базового актива в промежутке между купонным барьером и уровнем досрочного погашения, так достигается наибольший доход от продукта и при этом не возникает проблемы реинвестирования.

В части про практическую реализацию будет наглядно показано, как меняется доходность продукта при изменении его параметров.

Глава 2. Моделирование

2.1. Оценка справедливой стоимости структурных продуктов

Существует несколько подходов, используемых для определения справедливой стоимости структурного продукта, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки. Ниже приведены те, которые можно найти в научной литературе по моделированию структурных продуктов:

- **Аналитический подход через решение дифференциального уравнения в частных производных (PDE)**

Этот подход часто используется для структурных продуктов с простой, четко определённой структурой выплат и одним активом. С помощью него можно оценить «Автоколл» как с европейским барьером через метод конечных разностей, так и с американским барьером через решение PDE в явной форме. При расчёте цены продукта рассчитываются вероятности пробития барьера досрочного погашения в каждую купонную дату.

Основным достоинством этого подхода является быстрота и малая вычислительная сложность, так как мы имеем дело с решением в явной форме. Основным недостатком является негибкость этого подхода — он применим только для узкого набора структурных продуктов.

- **Репликация, имитация, повторение (Replication)**

В данном подходе предполагается разбиение структурного продукта на его составляющие: опционы и облигации, и последующее воспроизведение денежных потоков для каждой составляющей. Однако этот подход больше подходит для частных случаев продуктов с простой структурой, так как сам по себе сложно реализуем в общем виде.

- **Моделирование на основе исторических данных**

Этот подход полезен для продуктов с доступными историческими данными, но может неточно отражать будущие рыночные условия. Часто на основе такого подхода проводят бэктестинг разработанных моделей.

- **Метод Монте-Карло**

Этот подход предполагает генерацию большого количества потенциальных рыночных сценариев и расчет справедливой стоимости продукта по каждому сценарию. Этот подход позволяет учесть влияние волатильности рынка и других факторов неопределенности на цену продукта.

Подходит для оценки продуктов с более сложными характеристиками, такими как: изменяющиеся барьерные уровни или несколько базовых активов. Основным недостатком этого подхода является его большая вычислительная сложность, и невозможность оценивать продукты с американским барьером.

В целом, выбор метода ценообразования зависит от особенностей структурного продукта, а также от наличия рыночных данных.

2.2. Метод Монте-Карло

На практике чаще всего используется метод Монте-Карло так, как он просто и быстро реализуем, а его гибкость позволяет оценивать широкий спектр структурных продуктов. В данной работе будут использоваться он вместе с моделированием по историческим данным. Ниже представлен алгоритм, по которому будет оцениваться стоимость продуктов с возможностью досрочного погашения на момент выпуска:

- 1) Определение базовых активов и поиск по ним рыночных данных: текущая цена, дивидендная доходность, волатильность, безрисковая процентная ставка;
- 2) Генерация 1 000 000 рыночных сценариев методом Монте-Карло на основе предложенных ниже моделей ценообразования;
- 3) Расчёт денежных потоков по структурному продукту для каждого сценария, согласно алгоритму, описанному в пункте (1.3) главы 1;
- 4) Дисконтирование денежных потоков на дату выпуска продукта и их суммирование — получение приведенной стоимости продукта и последующая агрегация с целью получения справедливой стоимости продукта;
- 5) Расчёт стоимости продукта на основе исторических данных до даты выпуска (смотрится временной интервал, равный сроку продукта) и сравнение расчётов, полученных двумя методами.

2.3. Модели ценообразования

Опишем модели ценообразования, которые будут использоваться в методе Монте-Карло при генерации рыночных сценариев. Сперва сделаем небольшое введение в теорию стохастических процессов.

Стохастические процессы

В этом разделе будут перечислены необходимые определения, теоремы и методы, необходимые для понимания моделей ценообразования.

Определение 1.

Пусть задано вероятностное пространство (Ω, \mathcal{F}, P) и некоторое множество индексов N . Будем называть отображение $\xi: \Omega \times N \rightarrow \mathbb{R}$ случайным (или стохастическим) процессом, если при каждом фиксированном $n \in N, \omega \in \Omega$ отображение $\xi(\omega, n)$ является случайной величиной.

Определение 2.

Непрерывный случайный процесс $W(t), t \geq 0$ называют винеровским процессом (или броуновским движением), если $W(0) = 0$ и для $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m$ малые приращения процесса:

$$W(t_1) - W(t_0), W(t_2) - W(t_1), \dots, W(t_m) - W(t_{m-1})$$

являются независимыми друг от друга и подчиняются нормальному распределению с параметрами:

$$\begin{cases} \mathbb{E}[W(t_{i+1}) - W(t_i)] = 0 \\ \text{Var}[W(t_{i+1}) - W(t_i)] = t_{i+1} - t_i \end{cases}$$

Из определения следует свойство, которое позже будет использоваться при дискретизации Эйлера непрерывного стохастического процесса: приращение винеровского процесса на малом промежутке времени Δt удовлетворяет равенству:

$$W(t + \Delta t) - W(t) = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

где ε — случайная величина, подчиняющаяся стандартному нормальному распределению $\mathcal{N}(0,1)$.

Лемма Ито

Пусть задан случайный процесс $X(t)$, $t \geq 0$, подчиняющийся стохастическому дифференциальному уравнению $dX(t) = a(t, X(t))dt + b(t, X(t))dW(t)$, где $W(t)$ — винеровский процесс. Пусть также существует непрерывная функция $G(t, X(t))$, $t \geq 0$, которая является дважды непрерывно дифференцируемой. Тогда при этих предположениях выполняется:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial X} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial X^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial X} b dW$$
⁹

Так же приведем алгоритм разложения Холецкого — представления симметричной положительно определённой матрицы A в виде $A = LL^T$. Это разложение применяется в методах Монте-Карло для генерации коррелированных случайных величин (где A — корреляционная матрица).

Разложение Холецкого

Пусть C — это положительно определённая матрица размерности $N \times N$ вида:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix}$$

⁹ В формуле леммы Ито: $G = G(t, X(t))$, $X = X(t)$, $a = a(t, X(t))$, $b = b(t, X(t))$.

Тогда можно получить нижнетреугольную матрицу L , такую что $A = LL^T$:

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N1} & l_{N2} & \cdots & l_{NN} \end{pmatrix}$$

Где элементы на главной диагонали:

$$l_{11} = \sqrt{a_{11}},$$

$$l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2}, \quad i = 2, \dots, N$$

А элементы, не лежащие на главной диагонали ($i \neq j$):

$$l_{j1} = \frac{a_{j1}}{l_{11}}, \quad j = 2, \dots, N$$

$$l_{ji} = \frac{(a_{ji} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik} l_{jk})}{l_{ii}}, \quad i = 2, \dots, N-1, \quad j = i+1, \dots, N$$

Геометрическое броуновское движение

Одной из популярных моделей ценообразования является геометрическое броуновское движение (GBM). Это непрерывный стохастический процесс, который представим в виде дифференциального уравнения (в мерах, нейтральных к риску):

$$dS(t) = (r - q)S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$$

Где $S(t)$ — цена базового актива в момент времени t ,

σ — волатильность цены базового актива, при этом постоянная во времени,

r — безрисковая процентная ставка, постоянная во времени по всем срочностям,

q — дивидендная доходность и остальные совокупные доходы/расходы, связанные с владением базового актива,

$W(t)$ — винеровский процесс.

Применяя лемму Ито¹⁰, получаем решение уравнения:

$$S(t) = S(0) \exp \left[\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W(t) \right]$$

Проводя дискретизацию Эйлера на интервале $[t, t + \Delta t]$ получаем выражение:

$$S(t + \Delta t) = S(t) \exp \left[\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma (W(t + \Delta t) - W(t)) \right]$$

Используя свойство нормальности приращений винеровского процесса на малых промежутках времени, получаем выражение, которое будет использоваться при генерации рыночных сценариев:

$$S(t + \Delta t) = S(t) \exp \left[\left(r - q - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z \right]$$

Здесь $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$ и Δt — малое изменение времени.

¹⁰ Взяв в лемме Ито: $G = \ln S$, $a = (r - q)S$, $b = \sigma S$

Обратим внимание на то, что в модели геометрического броуновского движения волатильность постоянна. В реальной жизни волатильность меняется непрерывно вместе с ценой.

В формуле выше её можно определить двумя способами. Первый — это вычисление исторической волатильности за определенный период (обычно год) как стандартное отклонение логарифмических дневных доходностей.¹¹ Второй способ — вычисление вмененной (подразумеваемой) волатильности (*implied volatility*), используя модель Блэка-Шоулза-Мертон (Black, Scholes, 1973), (Merton, 1973) для оценки теоретической цены опционов:

$$c = S e^{-qt} N(d_1) - K e^{-rt} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rt} N(-d_2) - S e^{-qt} N(-d_1)$$

Где:

$$d_1 = \frac{\ln \frac{S}{K} + \left(r - q + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{t}$$

И $N(x)$ — функция стандартного нормального распределения.

Суть вычисления вмененной волатильности заключается в подборе такого значения σ , чтобы теоретическая цена опциона при текущей цене S для заданной цены исполнения K и срока погашения t совпадала с рыночной ценой.

¹¹ Для получения волатильности за временной интервал T (в рабочих днях) необходимо дневную волатильность домножить на \sqrt{T}

Модель Хестона

Альтернативой модели ценообразования с постоянной волатильностью являются модели со стохастической волатильностью. В работе будет использоваться модель Хестона, которая описывает совместную динамику цены базового актива и её волатильности. В ней волатильность подчиняется стохастическому процессу Кокса-Ингерсолла-Росса.

Модель Хестона (в риск-нейтральном подходе) описывается следующими уравнениями (Heston, 1993):

$$\begin{cases} dS(t) = (r - q)S(t)dt + \sqrt{v(t)}S(t)dW^S(t) \\ dv(t) = \kappa(\theta - v(t))dt + \sigma\sqrt{v(t)}dW^V(t) \end{cases}$$

Здесь:

$S(t)$ — цена базового актива в момент времени t

$v(t)$ — дисперсия (волатильность) базового актива в момент времени t

r — безрисковая процентная ставка, постоянная во времени по всем срочностям

κ — скорость возврата процесса волатильности к среднему долгосрочному значению θ : $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \theta$

σ — волатильность процесса волатильности,

И винеровские процессы $W^S(t)$ и $W^V(t)$ коррелируют между собой с коэффициентом корреляции ρ :

$$\mathbb{E}[dW^S(t)dW^V(t)] = \rho dt$$

Процесс волатильности строго положителен $v(t) > 0$, если $2\kappa\theta > \sigma^2$ (условие Феллера).

Удобно представить два коррелирующих винеровских процесса через независимые. Пусть $W(t)$ и $\tilde{W}(t)$ два независимых винеровских процесса и C — корреляционная матрица для процессов $W^S(t)$ и $W^V(t)$ вида:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$$

Тогда, применяя разложение Холецкого $C = LL^T$, получаем выражения:

$$\begin{cases} dW^S(t) = dW(t) \\ dW^V(t) = \rho dW(t) + \sqrt{1 - \rho^2} d\tilde{W}(t) \end{cases}$$

Таким образом, после разложения Холецкого, модель Хестона выглядит таким образом:

$$\begin{cases} dS(t) = (r - q)S(t)dt + \sqrt{v(t)}S(t)dW(t) \\ dv(t) = \kappa(\theta - v(t))dt + \sigma\sqrt{v(t)}\left(\rho dW(t) + \sqrt{1 - \rho^2} d\tilde{W}(t)\right) \end{cases}$$

Применяя к ней свойства нормальности малых приращений винеровского процесса и дискретизацию Эйлера, получаем такие выражения:

$$\begin{cases} S(t + \Delta t) = S(t) \exp \left[\left(r - q - \frac{v(t)}{2} \right) \Delta t + \sqrt{v(t)} \Delta t Z \right] \\ v(t + \Delta t) = v(t) + \kappa(\theta - v(t))\Delta t + \sigma\sqrt{v(t)} \Delta t \tilde{Z} \end{cases}$$

Где случайные величины $Z, \tilde{Z} \sim \mathcal{N}(0,1)$ и независимы друг от друга.

Калибровка параметров модели Хестона

Для генерации рыночных сценариев необходимо сперва определить параметры модели Хестона: $\kappa, \theta, \rho, \sigma, v(0), \lambda$. Это можно сделать, основываясь на рыночных ценах опционов с различными ценами исполнения и сроками погашения. Покажем формулу стоимости опциона по модели Хестона (Heston, 1993).

Выше уже писали формулу стоимости колл-опциона по модели Блэка-Шоулза. В общем виде формулы стоимости опциона колл есть две вероятностные функции P_1 и P_2 , где первая функция показывает зависимость изменения цены опциона от изменения цены базового актива («дельта»), а вторая — условную риск-нейтральную вероятность, что цена актива S_T в дату погашения t будет больше, чем цена исполнения опциона K :

$$c(S_0, K, V_0, t) = S e^{-qt} P_1 - K e^{-rt} P_2$$

Для модели Хестона эти функции определяются следующим образом:

$$P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re} \left[\frac{e^{-iu \ln K} \varphi_j(S(0), V(0), t, T, u)}{iu} \right] du, \quad j = 1, 2$$

Где $\operatorname{Re}[x]$ — обозначает действительную часть комплексного числа x , а i — мнимая единица $\sqrt{-1}$. Функции $\varphi_j, j = 1, 2$ называются характеристическими функциями и определяются следующим образом:

$$\varphi_j(S_0, V_0, \tau, \phi) = \exp[C_j(\tau, \phi) + D_j(\tau, \phi)V(0) + i\phi S(0)], \quad j = 1, 2,$$
$$\tau = T - t$$

Здесь:

$$C(\tau, \phi) = (r - q)\phi i \tau + \frac{\kappa \theta}{\sigma^2} \left[(b_j - \rho \sigma \phi i + d)\tau - 2 \ln \left(\frac{1 - g e^{d\tau}}{1 - g} \right) \right], \quad j = 1, 2$$

$$D(\tau, \phi) = \frac{b_j - \rho \sigma \phi i + d}{\sigma^2} \left[\frac{1 - e^{d\tau}}{1 - g e^{d\tau}} \right], \quad j = 1, 2$$

и

$$g = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d}{b_j - \rho\sigma\phi i - d}, \quad d = \sqrt{(\rho\sigma\phi i - b_j)^2 - \sigma^2(2u_j\phi i - \phi^2)}$$

$$u_1 = 0.5, \quad u_2 = -0.5, \quad a = \kappa\theta, \quad b_1 = \kappa + \lambda - \rho\sigma, \quad b_2 = \kappa + \lambda$$

Будем калибровать параметры, используя метод наименьших квадратов. Рассмотрим сетку опционов со сроками погашения $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M$, ценами исполнения K_1, K_2, \dots, K_N . Определим также соответствующие срокам погашения ставки дисконтирования r_1, r_2, \dots, r_M . Определим целевую функцию для метода наименьших квадратов:

$$SqErr(\theta) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M w_{ij} \left(C_{MP}(K_i, \tau_j) - c(S(0), K_i, \tau_j, r_j) \right)^2 + Penalty(\theta_0, \theta)$$

Где $\theta = \{v(0), \kappa, \theta, \sigma, \rho, \lambda\}$, а функция $Penalty(\theta_0, \theta) = \|\theta_0 - \theta\|^2$ используется для придания дополнительной устойчивости процедуры оптимизации. Нужно минимизировать целевую функцию, чтобы получить оптимальные параметры для модели Хестона, которые будут описывать поведение цены базового актива.

Геометрическое броуновское движение для нескольких активов

Покажем расширение модели геометрического движения на случай нескольких базовых активов:

$$dS_i(t) = (r - q_i)S_i(t)dt + \sigma_i S_i(t)dW_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, d$$

Где $S_i(t)$ — цена i -го базового актива в момент времени t ,

σ_i — волатильность i -го базового актива, которая постоянна во времени

r — безрисковая процентная ставка, постоянная во времени по всем срочностям

q_i — дивидендная доходность i -го базового актива

$W_i(t)$ — винеровский процесс для i -го базового актива

Здесь винеровские процессы $W_i(t)$ и $W_j(t)$ коррелируют между собой:

$$dW_i(t)dW_j(t) = \rho_{ij}dt$$

Соответственно, используя свойство нормальности малых приращений винеровского процесса и проводя аналогичную дискретизацию Эйлера, получаем:

$$S_i(t + \Delta t) = S_i(t) \exp \left[\left(r - q_i - \frac{\sigma_i^2}{2} \right) \Delta t + \sigma_i \sqrt{\Delta t} Z_i \right], \quad i = 1, 2, \dots, d$$

При этом вместо винеровских процессов $W_i(t)$, здесь коррелируют случайные величины $Z_i \sim \mathcal{N}(0,1)$, которые можно выразить через независимые случайные величины, используя разложение Холецкого для корреляционной матрицы винеровских процессов.

Представим в векторном виде случайные величины Z_i , $i = 1, 2, \dots, d$, используемые в уравнении выше:

$$Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_d), \quad \mathbb{E}[Z_i Z_j] = \rho_{ij}^{12}, \quad Z_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Введем также вектор X , в котором компоненты являются независимыми случайными величинами, имеющими стандартное нормальное распределение:

$$X = (X_1, X_2, \dots, X_d), \quad \mathbb{E}[X_i X_j] = 0, \quad X_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

И пусть C — корреляционная матрица для винеровских процессов $W_i(t)$:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1d} \\ \rho_{12} & 1 & \cdots & \rho_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1d} & \rho_{2d} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Тогда используя разложение Холецкого, получаем нижнетреугольную матрицу L , такую что $LL^T = C$:

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{d1} & l_{d2} & \cdots & l_{dd} \end{pmatrix}$$

И умножая её на вектор независимых случайных величин X , получаем преобразование для вида $Z = LX$:

$$Z_i = \sum_{k=1}^i l_{ik} X_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, d$$

¹² Поскольку эти случайные величины имеют стандартное нормальное распределение, то их математическое ожидание равно нулю, а дисперсия равна единице. Тогда $\text{cov}(Z_i, Z_j) = \mathbb{E}[(Z_i - \mathbb{E}Z_i)(Z_j - \mathbb{E}Z_j)] = \mathbb{E}[(Z_i - 0)(Z_j - 0)] = \mathbb{E}[Z_i Z_j]$. Корреляция — это ковариация, делённая на стандартные отклонения величин, но так как в данном случае они равны единице, то корреляция равна ковариации.

В конечном итоге геометрическое броуновское движение для i -го актива после применения дискретизации Эйлера имеет следующий вид:

$$S_i(t + \Delta t) = S_i(t) \exp \left[\left(\mu_i - \frac{\sigma_i^2}{2} \right) \Delta t + \sigma_i \sqrt{\Delta t} \left(\sum_{k=1}^i l_{ik} X_{ik} \right) \right], \quad i = 1, 2, \dots, d$$

Пример (для случая трёх активов)

Корреляционная матрица:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{pmatrix}$$

Матрица L , получаемая при разложении Холецкого $C = LL^T$:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \rho_{12} & \sqrt{1 - \rho_{12}^2} & 0 \\ \rho_{13} & \frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}} & \sqrt{1 - \rho_{13}^2 - \left(\frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}} \right)^2} \end{pmatrix}$$

Соответствующие коррелирующие случайные величины $Z = LX$:

$$\begin{cases} Z_1 = X_1 \\ Z_2 = \rho_{12}X_1 + \left(\sqrt{1 - \rho_{12}^2} \right) X_2 \\ Z_3 = \rho_{13}X_1 + \left(\frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}} \right) X_2 + \left(\sqrt{1 - \rho_{13}^2 - \left(\frac{\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13}}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}} \right)^2} \right) X_3 \end{cases}$$

Глава 3. Практическая реализация

3.1. Используемые данные и технологии

Большая часть финансовой информации по акциям собиралось с помощью API сервисов Yahoo Finance и EOD Historical Data. В качестве безрисковой процентной ставки для валют номинала использовались ставки по государственным облигациям (для разных срочностей разные ставки)

В исследовании рассматриваются структурные продукты с возможностью досрочного погашения от зарубежных эмитентов с сайта structuredproducts-ch.leonteq.com: на нём в удобном виде показываються действующие продукты, их основные особенности и условия, так же предоставляются проспекты эмиссии, что заметно упрощает ввод данных для калькулятора и поиск потенциальных ошибок в модельных расчётах.

Что касается выборки из более чем 100 структурных продуктов, то наиболее часто встречающейся формой продукта была *Barrier Reverse Convertible*, обратно конвертируемая облигация, которая совмещает себе барьер защиты капитала и барьер обратной конвертации: при нейтральном рыночном сценарии продукт возвращает номинал, а при негативном сценарии обращается в актив с наихудшей динамикой цены.

Стоит обратить внимание на распределение срочностей продуктов на момент мая 2023 года: большая часть контрактов имеют срочность до 2 лет. Такое распределение срочностей вызвано падением спроса на длительные контракты в виду постепенного повышения процентных ставок в США и Европе, а также кризисом в банковской сфере, вызванным коллапсом Silicon Valley Bank в США и Credit Suisse в Европе из-за возникшего дефицита краткосрочной ликвидности, вызванным ошибками в риск-менеджменте банков.

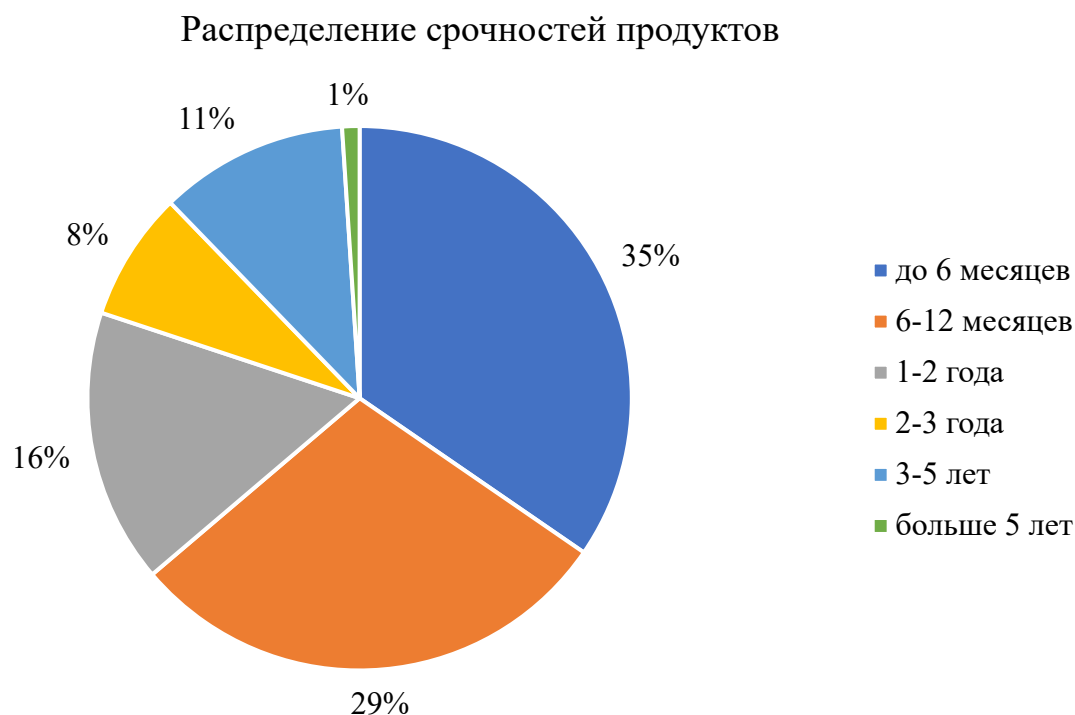


График 3.1. Распределение срочностей предлагаемых продуктов с досрочным погашением на сайте-агрегаторе Leonteq

Что касается базовых активов, то в выборке преобладают продукты с несколькими базовыми активами. При этом зачастую базовые активы в корзинах из одного сектора, например технологического (типа, Apple, Microsoft, Amazon, Alphabet), промышленного (Orange, TotalEnergies) или финансового (UniCredit, Societe Generale), либо быть связаны по страновому признаку (Deutsche Börse, SAP, Volkswagen или Logitech, Richemont), что говорит о том, что эмитенты не стремятся в корзине совмещать активы с малой корреляцией. При этом для корзин активов часто встречается фиксация цены по наихудшей динамике. Базовые активы торгуются как на европейских биржах: Euronext, SIX Swiss, LSE, так и на американских: NASDAQ, NYSE.

На графике ниже показано распределение базовых активов по секторам: самым популярными оказались секторы, связанные со сферой товаров и услуг, в том числе финансовых (банки и страховые компании). При этом так же популярен технологический и промышленный сектор.

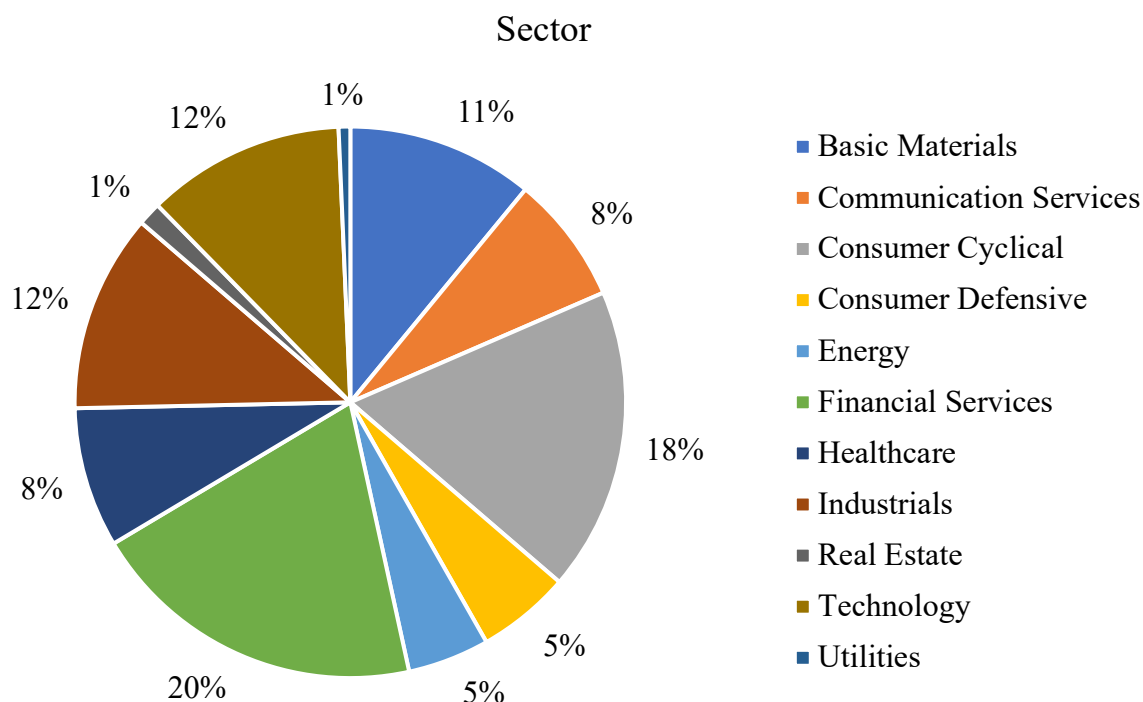


График 3.2. Распределение базовых активов по секторам экономики

Что касается валюты номинала, то чаще всего в выборке встречаются доллары США, евро или швейцарские франки.

При создании практической реализации работы использовался язык программирования Python. Для матричных вычислений, генерации случайных величин и статистического анализа использовались библиотеки NumPy и SciPy. Для обработки табличных данных использовалась библиотека Pandas. Для создания пользовательского интерфейса и вывода интерактивных графиков использовались библиотеки Dash, Plotly и Matplotlib.

Напомним краткий алгоритм работы программы:

- 1) Сбор данных по базовым активам: текущая цена, доходность, волатильность (вмененная, если имелись данные по опционам, или историческая за 1 год) и корреляции;
- 2) Генерация 1 000 000 рыночных сценариев;
- 3) Расчёт приведенной стоимости для каждого сценария и последующая агрегация

- 4) Проверка структурного продукта на историческом интервале до даты выпуска

В качестве вводных переменных брались все данные, описанные в пункте (1.3) главы 1. Программа выводит в качестве результатов работы значения приведенной стоимости продукта или купонной доходности, а также графики, показывающие вероятности досрочного погашения и купонных выплат на каждую дату проверки условий.

3.2. Анализ работы

При анализе работы программы, проверялась относительная погрешность вычислений. На проверку были взяты структурные продукты от зарубежных эмитентов с сайта structuredproducts-ch.leonteq.com: на нём в удобном виде показываються действующие продукты, их основные особенности и условия, так же предоставляются проспекты эмиссии, что заметно упрощает ввод данных для калькулятора и поиск потенциальных ошибок в модельных расчётах.

Сравнивались собственные расчёты приведенной стоимости продукта на дату выпуска с расчётами эмитента. Если эмитент явно не указывал приведенную стоимость, а например указывал комиссию при выпуске, которую включал в номинал (а законы обязывают их указывать комиссии), то в качестве приведённой стоимости бралось значение, полученной вычетом комиссии из номинала.

При расчете продуктов с одним базовым активом предлагается на выбор две модели расчёта: постоянная волатильность (геометрическое броуновское движение) и стохастическая волатильность (модель Хестона). При расчёте продуктов с несколькими базовыми активами предлагается только геометрическое броуновское движение. В процессе разработки и тестирования модель Хестона для ценообразования активов показала низкую производительность, связанную с довольно сложной процедурой калибровки модели, связанной с использованием данных по опционам (которые, кстати, могут быть просто недоступны), затем генерацией цен и корректировкой корреляционной матрицы «актив-волатильность» (алгоритм описан в работе Dimitroff, Lorenz, Szimayer, 2009). Результаты при этом получались схожие с моделью геометрического броуновского движения, но ввиду того, что модель геометрического броуновского движения отработывает расчет приведенной стоимости заметно быстрее, то предпочтение было отдано именно ей.

Расскажем подробнее о результатах работ калькулятора. Средняя процентная ошибка при расчетах приведенной стоимости на момент выпуска составляет около 1-3%. При этом если смотреть относительно валюты номинала, то наибольшую ошибку показывают продукты, где номинал платится в евро (EUR): порядка 2,5%, что говорит о том, что эмитенты используют возможно другое приближение к безрисковой процентной ставке для евро. В данной работе в качестве приближения считалась средняя ставка по государственным облигациям для Германии и Франции для каждой из срочностей, исходя из предположения что это две самые сильные экономики Еврозоны, и эмитенты проводят выпуск продуктов в евро в основном в данных юрисдикциях.

Средняя процентная ошибка, по валютам, %					
EUR		USD		CHF	
PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность
2,51%	3,95%	1,22%	1,93%	1,65%	2,05%

Таблица 3.1. Средняя процентная ошибка при расчётах приведенной стоимости и купонной доходности

При расчёте купонной доходности рассматривались продукты только с постоянными условиями для купонных выплат (барьеры и размеры купона не изменяются). Полученное значение ошибки при расчётах купонной доходности составляет до 4%, что является удовлетворительным результатом. Ввиду того, что при расчёте доходности использовался тот же алгоритм, что и при расчёте приведенной стоимости, то при номинале в евро наибольшие различия между полученными значениями и размером купона.

Помимо показателей ошибок также стоит сказать о производительности калькулятора: на современных процессорах программа 1 000 000 сценариев обрабатывает за 1-10 секунд, в зависимости от количества базовых активов, частоты проверки условий и срока действия продукта. Данный результат был достигнут с помощью распараллеливания расчётов по рыночным сценариям и

считается очень хорошим, так как альтернативные модели из схожих по теме научных работ на более простых по характеристиках продуктах работали заметно дольше: от минуты и больше.

Проанализируем на практике, как меняется купонная доходность и приведенная стоимость продуктов при изменении некоторых факторов. Анализ будет исходить из того, как меняются вероятности досрочного погашения или купонных выплат, при изменении некоторых параметров продуктов.

Поговорим сначала о вероятностях: дело в том, что в течение срока действия продукта вероятность досрочного погашения падает, причём весьма стремительно, так же ведет себя и вероятность выплаты купона, за исключением того, что она падает не так быстро. На графике ниже показано, как меняется эта вероятность с течением срока времени продукта¹³:

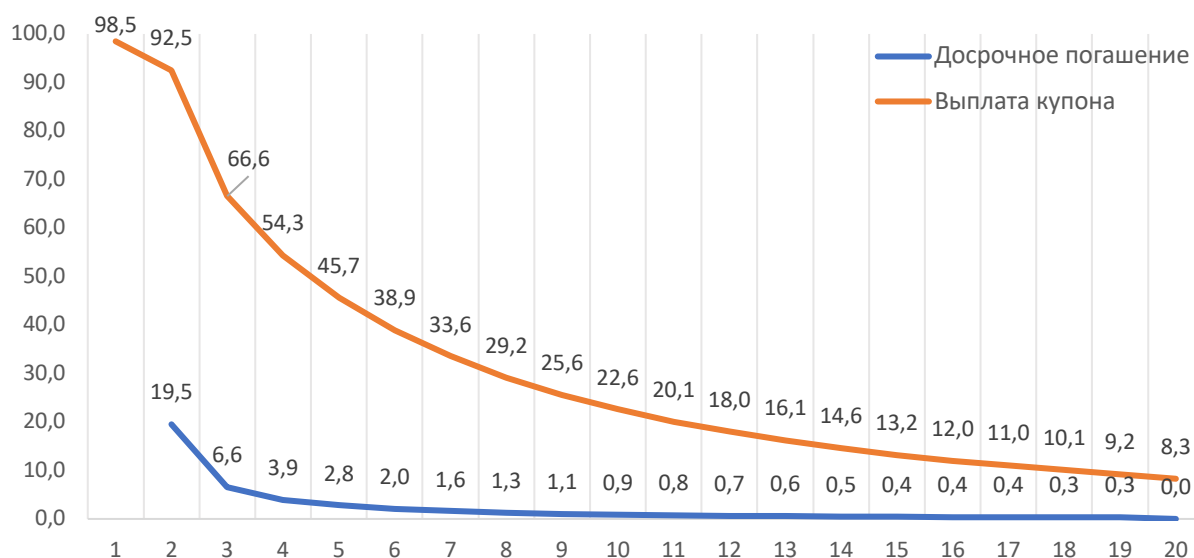


График 3.3. Смоделированные вероятности (в %) досрочного погашения и выплаты купона для примера продукта с ежеквартальной проверкой условий и сроком действия в 5 лет

¹³ Смотрится в скольких сценариях было досрочное погашение и делится на общее число сценариев. Так цифра в 19,5% в первую дату показывает, что среди 1 000 000 сценариев приблизительно в 195 000 было досрочное погашение.

Если увеличить срок действия продукта, к примеру на год, то с каждой новой датой проверкой условий вероятность досрочного погашения будет всё ниже и ниже. Это приводит к тому, что увеличение срока действия продукта приводит к понижению его приведенной стоимости. На основе выборки продуктов получили такие процентные изменения: $-0,68\%$ для PV при увеличении срока продукта на 1 год.

Так как вероятность досрочного погашения падает с каждой датой проверки условий, то стоит уделить особое внимание барьеру досрочного погашения. Вероятность того, что продукт достигнет «конца» своего срока действия зависит от вероятностей досрочного погашения и определяется по формуле:

$$(1 - p_1)(1 - p_2)(1 - p_3) \dots (1 - p_{n-1})$$

Где p_i — вероятность досрочного погашения в дату проверки условий t_i .

При повышении этого барьера, повышаются вероятности его пробития вниз, а следовательно наступления негативного сценария с убытками, из-за чего падает приведенная стоимость продукта. При понижении барьера защиты капитала, вероятность наступления негативного сценария падает, а поэтому растет приведенная стоимость, а эмитент, чтобы этому противодействовать, понижает размер купона.

Изменения PV и купонной доходности при изменении параметров					
Увеличение срока продукта на 1 год ↑		Повышение на 5% ↑ барьера капитала		Понижение на 5 % ↓ барьера капитала	
PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность
$-0,68\%$	$-0,44\%$	$-0,73\%$	$+1,43\%$	$+1,21\%$	$-0,84\%$

Таблица 2. Средние изменения PV и купонной доходности при изменении параметров

Сами по себе барьеры досрочного погашения тоже оказывают влияние на стоимость продукта. Но тут стоит обратить внимание на характер зависимости: на малой срочности (1 год) повышение барьера досрочного

погашения позитивно влияет на приведенную стоимость, а на больших срочностях — уже отрицательно. Такой неоднородный эффект от изменения барьера досрочного связан с тем, что в начале действия продукта большее влияние на его стоимость влияют накопленные купоны, вероятность выплаты которых заметно выше, чем вероятность досрочного погашения. При сдвиге вверх барьера, вероятности досрочного погашения понизились, а при этом вероятности купонных выплат не изменились. Ввиду того, что вероятности выплаты купона тоже падают, то с течением времени, «позитивное влияние» сдвига вверх барьера нейтрализовывается. С купонной доходностью логика такая же: на малых срочностях сдвиг барьера досрочного погашения вверх приводит к понижению доходности купона, а на больших — к повышению.

Изменения PV и купонной доходности при изменении барьера досрочного погашения			
Срок до года включительно			
Повышение на 5% ↑		Понижение на 5% ↓	
PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность
+0,63%	−0,44%	+0,15%	−0,37%

Срок от года			
Повышение на 5% ↑		Понижение на 5% ↓	
PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность
−0,30%	+0,06%	+0,65%	−1,07%

Таблица 3. Средние изменения PV и купонной доходности при изменении барьера досрочного погашения

Говоря о купонных барьерах, то тут все просто: повышение барьера приводит к понижению вероятности выплаты купона, а следовательно, к понижению

приведенной стоимости. Для того чтобы NPV свести к нулю, необходимо поднять купонную доходность.

Изменения PV и купонной доходности при изменении барьера купонных выплат			
Повышение на 5% ↑		Понижение на 5% ↓	
PV	Купонная доходность	PV	Купонная доходность
−1,18%	+0,94%	+0,77%	−1,23%

Таблица 4. Средние изменения PV и купонной доходности при изменении барьера купонных выплат

Тип купона также влияет на доходность продукта. Гарантированный купон выплачивается все время (т.е. вероятность выплаты равна 100%), пока продукт действует, соответственно приведенная стоимость продукта при таком купоне максимальная. Условный купон платится не всегда, а поэтому приведенная стоимость продукта будет ниже, а купонная доходность выше. Для купонов с эффектом памяти приведенная стоимость была выше, чем у просто условных купонов. Это связано с тем, что если не выполняется условие купонной выплаты, то условный купон не будет выплачен вообще, никогда, а купон с эффектом памяти может быть выплачен с некоторой вероятностью позже, если выполнится купонное условие.

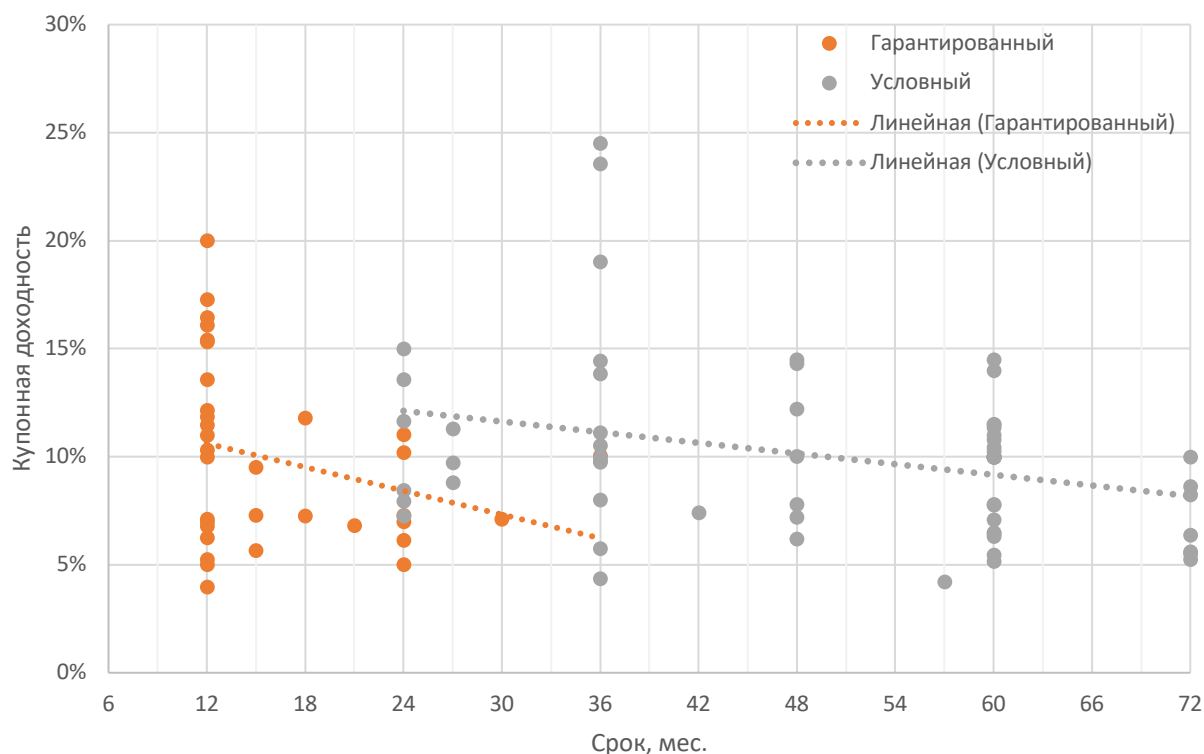


График 3.4. Точечный график купонной доходности относительно срока продукта, сгруппированный по типу купона.

Последний и немаловажный фактор доходности, который был рассмотрен при анализе — это активы, корреляция между ними и метод фиксации динамики корзины активов. Сильная корреляция между активами уменьшает вероятности пробития барьеров, а следовательно, повышает приведенную стоимость продукта и понижает его купонную доходность. Оценка по средневзвешенной динамике, по сути, нивелирует влияние отрицательной корреляции между активами (когда цена одного базового актива падает, а другого — растёт), а следовательно, уменьшает вероятности пробития барьеров досрочного погашения и купонных выплат, соответственно повышает приведенную стоимость продукта, а эмитенты для таких продуктов ставят пониженную купонную доходность. По такой причине такие продукты очень редко распространены, в условиях низких процентных ставок, эмитенты стремятся предложить инвесторам продукты с повышенной купонной доходностью.

Заключение

В данной работе мы предоставили краткий анализ структурных продуктов с досрочным погашением, продемонстрировали алгоритм работы такого вида продуктов и описали факторы его доходности. На основе метода Монте-Карло и двух моделей ценообразования: геометрического броуновского движения и модели Хестона была разработан программный продукт, для оценки «Автоколлов» с обычными и нестандартными барьерными условиями. В ходе тестирования на выборке из 100 продуктов была продемонстрирована погрешность до 2% при оценке приведенной стоимости по сравнению с эмитентами, и до 4% при оценке купонной доходности.

Был проведен анализ изменения стоимости продукта от изменения факторов доходности: было показано, что повышение барьера купонных выплат на 5% снижает его приведенную стоимость на 1,18%, повышение барьера защиты капитала на 5 % снижает PV на 0,73%. Эффект от изменения барьера досрочного погашения оказался неоднородным, его повышение для продуктов со сроком до года имеет положительное влияние на PV, а для продуктов со сроком больше года — уже негативное. Так же было показано, что продукты с условным купоном имеют больший размер купона, чем продукта с гарантированным купоном.

Были полностью выполнены поставленные задачи для данного исследования.

Программный код предоставляется по запросу: tsarkov90@gmail.com, либо можно найти на личном GitHub: <https://github.com/qtsar>.

Список литературы

- [1] G. Dimitroff, S. Lorenz, A. Szimayer, (2009). A Parsimonious Multi-Asset Heston Model: Calibration and Derivative Pricing.
- [2] Y. Aït-Sahalia, R. Kimmel, (2007). Maximum likelihood estimation of stochastic volatility models. *Journal of Financial Economics*, 83: 413–452.
- [3] L.B.G. Andersen, (2007). Efficient simulation of the Heston stochastic volatility model.
- [4] S.L. Heston, (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *Review of financial studies*, 6: 327–343.
- [5] Cox, J., J. Ingersoll, S. Ross, (1985): A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 53: 389–408.
- [6] P. Jäckel, (2002). Monte Carlo methods in finance. John Wiley & Sons, Ltd. West Sussex.
- [7] P. Glasserman, (2003). Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Stochastic Modelling and Applied Probability. Springer.
- [8] S. Mikhailov, U. Nögel, (2003). Heston's Stochastic Volatility Model Implementation, Calibration and Some Extensions.
- [9] F. Black, M. Scholes, (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy* 81, no. 3, 637–659.
- [10] R.C. Merton, (1973). Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, no. 1, 141—183
- [11] B. Handerson, N. Pearson, (2010). The Dark Side of Financial Innovation, *SSRN Electronic Journal*
- [12] Friewald et al. (2017). Transparency and Liquidity in the Structured Product Market, *Review of Asset Pricing Studies*

- [13] E. Wårhag, I. Tepes, (2020). Autocalls Versus Underlying Assets. International Economics.
- [14] Hansson F., (2012), A Pricing and Performance Study on Auto-callable Structured Products.
- [15] Hull, John C. Options, Futures and Other Derivatives.
- [16] A. Blumke. How to invest in structured products: a guide for investors and asset managers.
- [17] А.Д., Курс теории случайных процессов. М. Наука, 1975
- [18] G. Deng, J. Mallett, C. McCann, (2011). Modeling Autocallable Structured Products. Journal of Derivatives & Hedge Funds, Vol. 17, pp. 326-340.
- [19] G, Deng, T. Husson, C. McCann, (2014). Valuation of Structured Products. Journal of Alternative Investments, Vol. 16, No. 4, pp. 71-87.
- [20] T. Bjork, (2008). Arbitrage Theory in Continuous Time. Oxford, second edition.
- [21] C. Fries, M. Joshi, (2008). Conditional Analytic Monte-Carlo Pricing Scheme of Auto-Callable Products.
- [22] S. E. Shreve. Stochastic Calculus for Finance.
- [23] D. Bergstresser, (2008). The Retail Market for Structured Notes: Issuance Patterns and Performance, 1995-2008, Harvard Business School.
- [24] F. Koster, A. Rehmet, (2015). Monte-Carlo Payoff-Smoothing for Pricing Autocallable Instruments, SSRN Electronic Journal.
- [25] F. Fabozzi, (2005), The Handbook of Fixed Income Securities, McGraw-Hill.
- [26] Structured Retail Products (SRP): <https://structuredretailproducts.com>
- [27] European Structured Investment Products Association (EUSIPA): <https://eusipa.org>

Приложение 1: Выборка по всем структурным продуктам

Чтобы найти подробное написание структурного продукта достаточно в ссылке заменить ISIN.

Пример: <https://structuredproducts-ch.leonteq.com/isin/CH1253172113>

ISIN	Underlying	Principal	Term (M)	Init. Fix.date	Freq (M)	Fee, % p.a.	Autocall Non-period (M), Level, Amount			Coupon Type, Non-period (M), Level, Yield, % p.a.				Protection Type, Level, Fixation		
CH1253172113	Apple, Microsoft	USD 5 000	12	04.05.2023	3	1,40%	12	100%	100%	Guaranteed	3	-	6,80%	Hard	75,00%	Worst
CH1253171222	Alphabet, Amazon, Apple, Microsoft	CHF 1 000	12	03.05.2023	3	1,50%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	11,85%	Hard	70,00%	Worst
CH1253170257	Deutsche Börse, SAP, Volkswagen	CHF 1 000	12	25.04.2023	3	1,20%	3	100%	100%	Guaranteed	12	-	5,25%	Hard	70,00%	Worst
CH1253170570	BYD, JD.com ADR, Tencent	USD 1 000	12	27.04.2023	3	1,50%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	12,14%	Hard	50,00%	Worst
CH1253170505	Amazon	CHF 1 000	12	27.04.2023	3	1,50%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	6,26%	Hard	60,00%	Worst
CH1253170851	Electronic Arts, Take 2 Interactive	USD 1 000	12	28.04.2023	3	1,55%	3	100%	103%↑3,5%↑114%	Guaranteed	3	-	5,00%	Hard	70,00%	Worst
CH1244707050	Vonovia	CHF 1 000	24	02.05.2023	3	1,00%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	10,20%	Hard	75,00%	Worst
CH1261323419	Orange, TotalEnergies	EUR 1 000	60	19.04.2023	3	0,60%	6	100%	100%	Memory	3	70%	7,80%	Hard	60,00%	Worst
CH1244706920	ING, Stellantis	EUR 1 000	24	27.04.2023	6	1,65%	12	100%	100%	Memory	6	80%	13,57%	Hard	60,00%	Worst
CH1265325378	Alphabet, Amazon, Apple, Tesla	CHF 1 000	24	04.05.2023	3	1,00%	15	100%	100%	Memory	3	55%	11,66%	Hard	50,00%	Worst
CH1265325402	Mercedes-Benz, Renault	USD 1 000	12	04.05.2023	3	1,10%	15	100%	100%	Guaranteed	3	-	16,09%	Hard	65,00%	Worst
CH1265325253	Banco Santander, Société Générale	USD 1 000	12	04.05.2023	3	1,10%	15	100%	100%	Guaranteed	3	-	15,32%	Hard	65,00%	Worst
CH1265325287	Credit Agricole, Intesa Sanpaolo	USD 1 000	12	04.05.2023	3	1,10%	15	100%	100%	Guaranteed	3	-	13,56%	Hard	70,00%	Worst
CH1265325279	Société Générale, UniCredit	USD 1 000	12	04.05.2023	3	1,10%	15	100%	100%	Guaranteed	3	-	16,46%	Hard	65,00%	Worst
CH1210302050	BNP Paribas, Credit Agricole, Société Générale	EUR 1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓3,5%↓50%	100%	Memory	12	100%↓3,5%↓50%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1210302076	Renault, Stellantis	EUR 1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓4,5%↓50%	100%	Memory	12	100%↓4,5%↓50%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1210302084	Kering, L'Oreal, LVHM	EUR 1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓2,1%↓68,5%	100%	Memory	12	100%↓2,1%↓68,5%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1237085027	BNP Paribas, Credit Agricole, Société Générale	EUR 1 000	48	16.12.2022	6	0,63%	12	95%	100%	Memory	6	55%	10,01%	Hard	50,00%	Worst
CH1240005046	Nestle	EUR 1 000	36	18.01.2023	3	0,34%	6	100%	100%	Memory	6	100%	5,76%	Hard	50,00%	Worst
CH1240005038	Dassault Systemes	EUR 1 000	36	18.01.2023	3	0,34%	6	100%	100%	Memory	6	100%	9,81%	Hard	50,00%	Worst
CH1246018639	Amazon, Nestle, Novartis, Roche, Swiss Re, Zurich Insurance	CHF 1 000	30	01.02.2023	1	0,80%	6	95%	100%	Guaranteed	1	-	7,12%	Hard	55,00%	Worst

CH1244698499	Munich Re	EUR	1 000	48	10.02.2023	12	0,25%	12	100%	100%	Memory	12	70%	7,80%	Hard	70,00%	Worst
CH1244699257	Microsoft, Qualcomm, Salesforce.com	EUR	1 000	24	01.02.2023	1	1,00%	12	100%	100%	Guaranteed	1	-	7,00%	Hard	60,00%	Worst
CH1244697756	Orange, TotalEnergies	EUR	1 000	60	01.02.2023	1	0,63%	9	100%	100%	Memory	1	70%	6,42%	Hard	50,00%	Worst
CH1248694353	BMW, Ferrari, Porsche Automobil Holding	EUR	1 000	36	16.02.2023	3	2,67%	6	100%	100%	Memory	3	85%	9,75%	Hard	75,00%	Worst
CH1251795493	BASF, Clariant, Lonza	CHF	1 000	24	27.02.2023	3	1,00%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	11,02%	Hard	55,00%	Worst
CH1253164482	Alphabet, Meta Platforms, Microsoft	EUR	5 000	12	07.03.2023	3	1,14%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	11,00%	Hard	60,00%	Worst
CH1253164896	Air Liquide, Holcim, L'Oréal	USD	1 000	24	09.03.2023	3	1,50%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	7,30%	Hard	62,00%	Worst
CH1210309832	Kering, Société Générale	EUR	1 000	48	15.03.2023	3	1,00%	12	100%↓3%↓60%	100%	Memory	3	100%↓3%↓60%	12,20%	Hard	60,00%	Worst
CH1254833333	Stellantis	EUR	1 000	36	15.03.2023	3	2,34%	6	100%	100%	Memory	3	90%	11,12%	Hard	80,00%	Worst
CH1253166495	Deere, LVMH, VISA	USD	1 000	12	21.03.2023	3	1,20%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	11,48%	Hard	70,00%	Worst
CH1244703323	BNP Paribas	EUR	1 000	27	15.03.2023	3	1,00%	3	100%↓5%↓65%	100%	Memory	3	60%	11,28%	Hard	50,00%	Worst
CH1244703745	AXA	EUR	1 000	27	20.03.2023	3	1,00%	3	100%↓3%↓79%	100%	Memory	3	50%	9,71%	Hard	50,00%	Worst
CH1244702960	BNP Paribas, Credit Agricole, Société Générale	EUR	1 000	15	14.03.2023	3	1,60%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	9,50%	Hard	50,00%	Worst
CH1244703133	Coca-Cola, McDonalds, The Mosaic Company	EUR	1 000	21	14.03.2023	1	1,15%	12	100%	100%	Guaranteed	1	-	6,83%	Hard	55,00%	Worst
CH1261319409	Chevron, ConocoPhillips, Exxon Mobil	USD	1 000	12	03.04.2023	3	1,00%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	10,00%	Hard	59,00%	Worst
CH1244703547	Anglo American, Meta Platforms	EUR	1 000	60	16.03.2023	1	1,50%	6	85%	100%	Memory	1	70%	10,00%	Hard	60,00%	Worst
CH1261319003	Amazon, AXA, Swiss Life, Swiss Re, Tesla, Zurich Insurance	CHF	1 000	24	31.03.2023	3	1,00%	6	94, 2x90, 85, 83, 74%	100%	Memory	3	50%	15,00%	Hard	49,00%	Worst
CH1253167352	Commerzbank, Deutsche Bank, UBS	EUR	1 000	12	03.04.2023	1	1,00%	6	100%	100%	Guaranteed	1	-	20,00%	Hard	70,00%	Worst
CH1261319649	Ferrari, Kering, LVMH	EUR	1 000	15	04.04.2023	3	2,41%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	5,67%	Hard	60,00%	Worst
CH1253166479	L'Oréal, LVMH	EUR	1 000	60	24.03.2023	12	0,00%	12	100%	100%	Memory	12	4x100%, 60%	7,77%	Hard	60,00%	Worst
CH1257342084	Ferrari, Mercedes-Benz, Volkswagen	EUR	1 000	12	06.04.2023	3	2,31%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	7,11%	Hard	55,00%	Worst
CH1203655597	ASML, STMicroelectronics	EUR	1 000	12	11.04.2023	3	1,00%	6	100%	100%	Guaranteed	3	-	10,32%	Hard	70,00%	Worst
CH1261318815	Ferrari, Mercedes-Benz, Volkswagen	CHF	1 000	15	13.04.2023	3	2,40%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	7,29%	Hard	60,00%	Worst
CH1261321975	Netflix, Paypal	USD	1 000	12	13.04.2023	3	1,80%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	17,29%	Hard	60,00%	Worst
CH1261321959	Alphabet, Nvidia	USD	1 000	12	01.04.2023	3	1,50%	3	100%	100%	Guaranteed	3	-	15,42%	Hard	60,00%	Worst
CH1244706045	Delta Air Lines, General Motors, Société Générale	USD	1 000	36	17.04.2023	6	0,50%	6	100%	100%	Memory	6	55%	19,01%	Hard	55,00%	Worst
CH1261322734	AXA, Helvetia Versicherungen, Swiss Life, Zurich Insurance	CHF	1 000	72	18.04.2023	1	0,34%	9	100%	100%	Memory	1	70%	5,24%	Hard	55,00%	Worst

CH1253170356	Carvana	USD	1 000	6	25.04.2023	1	1,25%	2	90%	100%	Guaranteed	1	-	50,00%	Hard	49,00%	Worst
CH1253169929	Swiss Life, Swiss Re, Zurich Insurance	CHF	1 000	12	20.04.2023	3	1,25%	3	100%	100%	Guaranteed	12	-	3,96%	Hard	68,00%	Worst
CH1261324862	Geberit, Sika, Swiss Life, Zurich Insurance	CHF	1 000	48	25.04.2023	3	0,50%	6	99%↓1%↓86%	100%	Memory	3	55%	6,20%	Hard	55,00%	Worst
CH1244707357	Tesla	EUR	1 000	36	04.05.2023	3	1,67%	3	100%↓3%↓70%	100%	Memory	3	100%↓3%↓67%	13,84%	Hard	60,00%	Worst
CH1244707480	Airbus, LVMH, Sanofi	EUR	1 000	60	05.05.2023	3	1,00%	3	100%↓2%↓64%	100%	Memory	3	60%	5,16%	Hard	50,00%	Worst
CH1244697962	Bouygues	EUR	1 000	57	02.02.2023	3	1,00%	6	100%	102,1%↑1,05%↑119,95%	Memory	3	70%	4,20%	Hard	50,00%	Worst
CH1240007273	ConocoPhillips	USD	1 000	24	08.02.2023	3	2,28%	9	100%	100%	Memory	3	60%	7,95%	Hard	60,00%	Worst
CH1248694387	Rolls-Royce	EUR	1 000	36	16.02.2023	3	2,00%	12	100%	100%	Memory	3	90%	8,00%	Hard	80,00%	Worst
CH1244697913	Amazon	USD	1 000	60	02.02.2023	3	0,34%	6	100%	100%	Memory	3	75%	11,50%	Hard	50,00%	Worst
CH1248694395	Capri Holdings, Estée Lauder Companies, Ralph Lauren	EUR	1 000	36	16.02.2023	3	2,67%	6	100%	100%	Memory	3	85%	10,00%	Hard	70,00%	Worst
CH1251796228	Abbott Laboratories, Pfizer, Sanofi	EUR	1 000	36	01.03.2023	3	2,34%	6	100%	100%	Memory	3	85%	10,52%	Hard	85,00%	Worst
CH1244702663	Credit Agricole	EUR	1 000	27	10.03.2023	3	1,00%	6	100%↓5%↓70%	100%	Memory	3	50%	8,80%	Hard	50,00%	Worst
CH1244702549	Fresenius, Zalando	EUR	1 000	60	09.03.2023	1	1,50%	12	93%↓0,5%↓69,5%	100%	Memory	12	93%↓0,5%↓69,0%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1244706607	ASML, Nvidia	EUR	1 000	60	24.04.2023	3	1,20%	12	90%↓2%↓70%	100%	Memory	3	70%	11,50%	Hard	50,00%	Worst
CH0596646502	Dufry	EUR	1 000	60	05.03.2021	12	0,00%	12	100%	115,4%↑15,4%↑177%	-	-	-	-	Hard	60,00%	Worst
CH0587304293	Nestlé, Novartis, Roche, Swiss Re	CHF	1 000	72	12.04.2021	2	0,34%	8	98,8%↓0,4%↓86%	100%	Memory	2	85%	8,24%	Hard	59,99%	Worst
CH1110437030	Citigroup, Schneider Electric, Starbucks	USD	1 000	24	19.05.2021	3	1,00%	3	100%↓5%↓2x85%, 80%	100%	Guaranteed	3	-	6,15%	Hard	60,00%	Worst
CH0585067991	Credit Agricole, Orange	EUR	1 000	72	30.06.2021	3	1,34%	12	100%	111,2%↑2,8%↑167,2%	-	-	-	-	Hard	60,00%	Worst
CH0585069690	LVMH	EUR	1 000	60	27.07.2021	12	0,00%	36	100%	126,4%↑8,8%↑144%	-	-	-	-	Hard	80,00%	Worst
CH1129845231	EMS-Chemie, Nestlé, Novartis, Roche, Vifor Pharma	CHF	1 000	72	24.08.2021	2	0,34%	6	99,3%↓0,35%↓87,75%	100%	Memory	2	85%	6,38%	Hard	50,00%	Worst
CH1139076470	EMS-Chemie, Johnson & Johnson, Nestlé, Roche, Vifor Pharma	CHF	1 000	72	12.10.2021	3	0,34%	12	random	100%	Memory	3	81%	5,60%	Hard	52,50%	Worst
CH1129851874	Credit Suisse, Deutsche Bank, Julius Bär, UBS	CHF	1 000	72	10.11.2021	3	0,34%	12	97,25%↓0,55%↓80,75%	100%	Memory	3	75%	8,62%	Hard	50,00%	Worst
CH1143780307	Société Générale	EUR	1 000	36	26.11.2021	12	0,34%	12	100%	100%	Memory	12	100%	23,57%	Hard	70,00%	Worst
CH1143780794	Aegon, American International Group, AXA	USD	1 000	72	03.12.2021	6	0,35%	18	100%↓5%↓60%, 51%	100%	Memory	6	60%, last 51%	10,00%	Hard	51,00%	Worst
CH1143781818	Moderna, Pfizer	EUR	1 000	60	16.12.2021	6	0,56%	12	100%	100%	Memory	6	80%	10,80%	Hard	65,00%	Worst
CH1129853318	Givaudan, Partners Group, SGS	CHF	10 000	72	06.01.2022	3	0,34%	6	99,25%↓0,75%↓82,75%	100%	Memory	3	80%	5,52%	Hard	60,00%	Worst
CH1143782584	Compagnie de Saint-Gobain, Stellantis	EUR	1 000	60	07.01.2022	3	1,60%	6	100%	100%	Memory	6	100%	10,25%	Hard	70,00%	Worst

CH1143782592	Adidas, Stellantis	EUR	1 000	60	07.01.2022	1	0,67%	6	100%	100%	Memory	1	60%	5,46%	Hard	60,00%	Worst
CH1161762773	ArcelorMittal, Engie, Renault	EUR	1 000	60	27.01.2022	3	1,00%	3	90%	100%	Memory	3	90%	14,00%	Hard	60,00%	Worst
CH1143784168	Credit Agricole, Stellantis	EUR	1 000	60	14.01.2022	3	1,00%	9	100%	104,725%↑1,575%↑131,5%	Memory	3	65%	6,30%	Hard	65,00%	Worst
CH1161763235	Bank of America, Citigroup, JPMorgan Chase	USD	1 000	24	31.01.2022	6	1,50%	6	100%	100%	Guaranteed	6	-	5,00%	Hard	58,97%	Worst
CH1161765222	Paypal	USD	1 000	24	02.02.2022	3	1,75%	9	100%	100%	Memory	3	60%	7,25%	Hard	60,00%	Worst
CH1143783087	Stellantis, Veolia Environnement	EUR	1 000	60	21.01.2022	3	1,60%	3	100%	100%	Memory	3	100%	10,43%	Hard	70,00%	Worst
CH1161762096	Credit Agricole, Stellantis	EUR	1 000	60	14.02.2022	3	0,60%	6	90%	100%	Memory	3	70%	11,35%	Hard	65,00%	Worst
CH1161767467	BNP Paribas, Credit Agricole	EUR	1 000	60	15.02.2022	3	0,65%	12	100%↓1%↓85%, 60%	100%	Memory	12	100%↓1%↓85%, 60%	6,50%	Hard	55,00%	Average
CH1161767988	Bouygues, Stellantis	EUR	1 000	60	25.02.2022	3	-	3	100%	100%	Memory	3	100%	10,00%	Hard	70,00%	Worst
CH1171814416	Nestlé, Novartis, Roche, UBS, Zurich Insurance	CHF	1 000	48	21.03.2022	3	0,25%	6	random	100%	Memory	3	59%	7,20%	Hard	50,00%	Worst
CH1174364781	BNP Paribas, Credit Agricole	EUR	1 000	60	24.03.2022	3	1,06%	3	90%	100%	Memory	3	90%	14,50%	Hard	60,00%	Worst
CH1174369848	Sanofi, TotalEnergies	EUR	1 000	60	18.05.2022	3	0,82%	9	92%	100%	Memory	3	70%	7,08%	Hard	70,00%	Worst
CH1168898539	Alphabet, Apple, Microsoft	CHF	5 000	12	29.06.2022	3	0,80%	9	100%	100%	Guaranteed	3	-	7,00%	Hard	60,00%	Worst
CH1188157197	Société Générale	EUR	1 000	60	13.07.2022	3	0,70%	9	100%	100%	Memory	3	75%	11,00%	Hard	55,00%	Worst
CH1188158948	Nestlé, Novartis, Roche	EUR	1 000	36	28.07.2022	3	0,50%	6	100%	100%	Memory	3	62%	4,35%	Hard	60,00%	Worst
CH1156478922	Iberdrola, Ørsted, Vestas Wind Systems	USD	1 000	18	30.08.2022	3	0,67%	6	95%	100%	Guaranteed	3	-	11,80%	Hard	55,00%	Worst
CH1207464483	Apple	USD	1 000	24	13.09.2022	3	1,75%	9	100%	100%	Memory	3	60%	8,45%	Hard	60,00%	Worst
CH1210547068	Amgen, Novartis, Novo Nordisk, Pfizer, Roche	USD	1 000	36	14.09.2022	3	0,07%	3	100%↓3%↓67%	100%	Memory	3	100%↓3%↓67%	24,52%	Hard	67,00%	Worst
CH1210302076	Renault, Stellantis	EUR	1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓4,5%↓50%	100%	Memory	12	100%↓4,5%↓50%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1210302050	BNP Paribas, Credit Agricole, Société Générale	EUR	1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓3,5%↓50%	100%	Memory	12	100%↓3,5%↓50%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1210302084	Kering, L'Oréal, LVMH	EUR	1 000	60	15.09.2022	3	0,82%	12	100%↓2,1%↓68,5%	100%	Memory	12	100%↓2,1%↓66,4%	10,00%	Hard	50,00%	Worst
CH1168899974	Alcon, Swiss Life, Swiss Re	CHF	1 000	18	21.10.2022	3	0,67%	12	100%	100%	Guaranteed	9	-	7,27%	Hard	55,00%	Worst
CH1227054306	BMW, Ferrari, Porsche AG	EUR	1 000	36	09.11.2022	3	2,67%	12	100%	100%	Memory	3	90%	14,44%	Hard	80,00%	Worst
CH1233008668	Credit Suisse, Deutsche Bank	EUR	1 000	48	01.12.2022	3	2,00%	24	100%	100%	Memory	3	90%	14,30%	Hard	80,00%	Worst
CH1210305202	Engie	EUR	1 000	42	02.12.2022	3	1,00%	6	100%↓2,5%↓72,5%	100%	Memory	3	60%	7,42%	Hard	50,00%	Worst
CH1233011647	Lanxess, Lithium Americas	EUR	1 000	48	09.12.2022	3	1,50%	6	95%↓5%↓50%	100%	Memory	3	50%	14,50%	Hard	50,00%	Worst
CH1237083915	McDonalds, Shake Shack, Starbucks	EUR	1 000	36	14.12.2022	3	2,00%	18	100%	100%	Guaranteed	3	-	10,06%	Hard	80,00%	Worst