

프로젝트명	AC/DC 정류기 시뮬레이션
수행자	2503 김도윤
수행 기간	2025/05/20 ~
제출 형태	<a href="#">Github Repo</a>

## 2. 개요

### 가. 주제 선정 배경

#### 1) 물리 현상

정류기는 주기적으로 방향이 바뀌는 교류를 한 방향으로만 흐르는 직류로 변환하는 전기장치이다. 이들 중에는 교류 중 한쪽 방향에 대해서만 직류를 만드는 Half-Wave Rectifier, 양쪽 방향에 대해 직류를 만드는 Full-Wave Rectifier가 있다. 또한, 전압의 진동을 막기 위해 보통은 축전기가 붙게 된다.

#### 2) 주제 선정 이유

정류기의 회로도를 보다 보면 대충 어떤 방법으로 작동하는지는 알 수 있으나, 다이오드가 이상적이지 않을 때는 어떤 영향을 끼치는지, 축전기의 유무, 용량은 어떤 영향을 끼치는지 상상이 가지 않아 이 주제를 선정했다. 또한 정류기는 우리 삶에서 보이지 않는 곳에 많이 있기 때문에 이해하는 것이 중요하다고 생각했다.

### 나. 목적

#### 1) 물리적 의미

정류기의 여러 요소들의 상호작용을 탐구하고자 한다.

#### 2) 구현하고자 하는 시스템의 범위

정류기, AC 전압 소스, 걸리는 Load (저항)를 구현하고자 한다.

## 3. 물리적 이론

### 가. 물리 법칙

우리가 구현하고자 하는 시뮬레이션은 간단한 회로 법칙, 저항·축전기 등 기본 부품의 공식 등에서 유도될 수 있다.

#### 1. Kirchhoff's Current Law

어떤 점에서 들어가는/나가는 전류의 합은 0이다.

#### 2. 저항

$$V = IR \\ \therefore I = \frac{V}{R}$$

#### 3. 축전기

$$Q = CV \\ \therefore I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

## 4. 코일

$$V = L \frac{dI}{dt}$$

## 5. 다이오드

다이오드는 정방향의 전압에 대해서는 저항이 0에 가깝고, 역방향의 전압에 대해서는 저항이 무한대에 가까운 부품이다. 여기에서는 Shockley Diode Equation을 사용해 이를 시뮬레이션하려 한다.

$$I_D = I_S \left( \exp\left(\frac{V_D}{nV_T}\right) - 1 \right)$$

$I_D$ : 다이오드에 흐르는 전류  $V_D$ : 다이오드에 걸린 전압

$I_S$ : Saturation Current (역전압이 걸렸을 때 약간 흐르는 전류)

$V_T$ : Thermal Voltage

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

으로 정의된다. ( $k$ : Boltzmann Constant,  $q$ : Elementary Charge)

$n$ : Ideality Factor 이상적인 정도,  $\geq 1$  이하 내용에서는 이와 같이 사용한다:

$$I = I_S (\exp(kV) - 1)$$

## 수학적 모델

MNA (Modified Nodal Analysis)를 통해 회로를 시뮬레이션할 계획이다. MNA는 각 점의 전위, Voltage Source와 Inductor 등에 흐르는 전류를 벡터  $x$ 로 저장해, 미분방정식

$$Gx + C \frac{dx}{dt} = b$$

의 형태로 표현한 다음 이를 수치적으로 푸는 것으로 요약될 수 있다. 다만, MNA에서는 C의 거의 모든 원소가 0이기 때문에 역행렬이 존재하지 않는데, 따라서  $\frac{dx}{dt}$ 를 저 수식에서 직접적으로 구할 수 없다. 따라서 Backward Differentiation Formula와 연립해 미래의  $x$ 를 구할 수 있다. 더 정확히는, BDF2를 사용할 계획이다:

$$x_{n+2} - \frac{4}{3}x_{n+1} - \frac{1}{3}x_n = \frac{2}{3}\Delta t x'_{n+2}$$

여기에서의  $x'_{n+2}$ 를 위 식에 대입하면:

$$Gx_{n+2} + C \frac{3x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n}{2\Delta t} = b,$$

따라서

$$\left( G + \frac{3C}{2\Delta t} \right) x_{n+2} = b + C \frac{4x_{n+1} - x_n}{2\Delta t},$$

여기에서  $x_{n+2}$ 를 바로 구할 수 있다.

## 4. 시뮬레이션 구현 계획

### 가. 물리 모델 설계

특정 전위를 가지는 점 (Node)와, 여러 개의 Node를 연관시키는 부품 (Element)을 사용하여, 특정 상황이 아닌 일반적인 상황에서 사용될 수 있도록 설계한다.

## 나. 구현

### 1. Initial Commit

MNA에 대한 이해를 검증하고, 디버깅이 쉬운 코드를 짜기 위해 처음에는 전위, 전류, G와 C 행렬을 수작업으로 계산해 코드에 입력한다. RLC 회로 등 웰노운 회로를 입력해 코드 로직을 확인하고 검토한다.

### 2. OOP

$x$ 에 전류를 쉽게 추가할 수 있도록  $x$ 를 생성하는 StateBuilder 클래스를 제작한다. StateBuilder 클래스는 add\_variable() 함수를 통해  $x$ 에 새로운 항을 추가할 수 있다.

G, C, b를 하나의 객체로 묶어 전달할 수 있도록 Equation 클래스를 제작한다. StateBuilder 클래스가 적절한 크기의 Equation 클래스를 자동 생성할 수 있도록 한다. 저항, 축전기 등의 부품은 Element 클래스에서 상속하도록 한다. Element 클래스는

- StateBuilder를 인자로 받아 적절히 항을 추가하는 build() 메소드
- G, C, b에 적절한 항을 추가하는 stamp() 메소드 를 가진다.

마지막으로, Element 리스트와 현재 상태 등을 관리하는 Simulation 클래스를 만들어 시뮬레이션의 사용을 쉽게 한다.

### 3. 다이오드

다이오드는 전류와 전압의 관계가 선형이지 않기 때문에 선형대수학적으로 해를 구할 수 없다. 대신 다이오드를 선형근사한 후 해를 구하는 과정을 반복하는 Newton-Raphson 메소드를 이용해 해를 구한다:

$$\begin{aligned} I &= I_0 + \frac{dI}{dV}(V - V_0) \\ &= \frac{dI}{dV}V + \left(I - \frac{dI}{dV}V_0\right) \end{aligned}$$

를 G, C, b에 입력한다. 여기에서

$$I_0 = I_S (\exp(kV_0) - 1), \quad \frac{dI}{dV} = kI_S (\exp(kV_0) - 1),$$

따라서 여기에서는 G, C, b의 계수가 시간에 따라 달라진다. 다만 계수가 시간에 따라 달라지는 것은 극히 일부이기 때문에 최적화를 위해 클래스의 stamp()를

- 바뀌지 않는 const\_stamp()
- 계속 바뀌는 stamp() 로 분리한다.

위 근사를 이용해 1차 해를 구하고, 1차 해를 이용해 위 식을 더 정확하게 만든 후 2차 해를 구한다. 결국 n차 해와 n+1차 해 사이의 유클리드 거리가 일정 상수보다 작아질 때까지 이 과정을 반복한다.

## 다. AI프롬프트 활용 계획

위와 같이 코드의 구조가 안정화된 후에는, 전류 전원과 같은 간단한 Element의 구현은 AI를 사용할 계획이다. 또한 시뮬레이터의 전체적인 개발이 끝난 후, 물리적인 오차가 생길 일이 없는 GUI 부분은 AI 중심으로 개발할 계획이다.

## 5. 시각화 및 사용자 인터페이스

GUI를 사용해 각 노드 및 부품을 직관적으로 구성할 수 있도록 할 계획이다. 또한 각 부품에 흐르는 전류를 시각화할 계획이며, 각 노드의 전압을 그래프로 제시할 계획이다.

## 6. 결과 예측 및 검증 계획

### 가. 예상 결과

교류를 입력했을 때 전위차가 점차 높아지면서 결국 일정한 전위차가 유지되는 결과를 예상한다.

### 나. 검증 방법

입력 전압을 따라가다가 천천히 떨어지는 알려진 양상이 있기 때문에 이를 확인하여 시뮬레이션을 검증할 수 있다.

또한 정류기의 예상 출력 전압은 입력의 평균 전압과 같은데, 이것이 일치하는지 확인하여 검증할 수 있다.

## 7. 일정 계획

## 8. 필요 자원

### 가. 참고 자료

MNA 관련 자료: Chung-Wen Ho, A. Ruehli and P. Brennan, "The modified nodal approach to network analysis," in IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 22, no. 6, pp. 504-509, June 1975, doi: 10.1109/TCS.1975.1084079.

Kijun Lee and Song-Bai Park, "Reduced modified nodal approach to circuit analysis," in IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 32, no. 10, pp. 1056-1060, October 1985, doi: 10.1109/TCS.1985.1085605. keywords: {Circuit analysis;Equations;Impedance;Voltage control;Circuits and systems;Digital filters;Electrons;Control systems;Inductors;Circuit analysis computing},

tkinter 관련 자료: <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html>

### 나. 사용 라이브러리

numpy : 수치계산, 행렬계산 tkinter : 2D 그래픽스 matplotlib : 그래프 시각화

## 9. 기대 효과

### 가. 학습 효과

MNA를 이해하고 구현하는 과정에서 이와 같이 행렬 방정식을 푸는 형태의 시뮬레이션에 대해 익숙해질 수 있다.

### 나. 물리적 이해도 향상 측면

회로의 상태를 벡터로 표현하는 것에 익숙해질 수 있고, 또한 이 벡터와 행렬의 연산을 이용해 미분방정식을 세우며 회로를 표현하는 새로운 방법을 알 수 있다.

### 다. 프로그래밍 및 AI 활용 능력 측면

하나의 요소가 방정식에 하나의 '작용'을 하는 상황에서, SOLID 원칙을 따르면서 깔끔한 코드를 유지하는 과정에 소프트웨어 설계 능력을 기를 수 있다. 또한 수정 없이 사용할 수 있도록 코드를 작은 기능들로 나누고, AI에게 원하는 코드를 정확히 설명하는 능력을 기를 수 있다.