# 1 Нотация

Рассмотрим на плоскости *стол* $T$, вершины которого имеют координаты

$$\{(0,0),\ (T_1,0),\ (0,T_2),\ (T_1,T_2)\},$$

где $T_1$ и $T_2$ – положительные целые числа. Будем говорить, что вектор из плоскости $\mathbb{R}^2$ является *целым*, если он имеет целочисленные координаты.

**Определение 1.** Многоугольник $P$ называется *опорным полиомино*, если $P$ может быть составлен из блоков размера $1 \times 1$, и все вершины многоугольника $P$ являются целыми векторами (проще говоря, $P$ составлен из "клеточек").

**Определение 2.** Будем называть множество $\mathbf{K}_{P,N} = \bigsqcup_{j=1}^{N} P^j$ *расположением полиомино типа-$P$*, если $P^j$ является образом фиксированного опорного полиомино $P \subset \mathbb{R}^2$ под действием композиции некоторого поворота с центром в начале координат на угол $\varphi \in \{0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}\}$ и некоторого параллельного переноса на целый вектор для каждого $j \in \{1, 2, \ldots, N\}$ (проще говоря, $\mathbf{K}_{P,N}$ — множество, состоящее из $N$ непересекающихся по внутренности копий опорного полиомино $P$).

**Определение 3.** Набор расположений полиомино $\mathbf{K}_{P_1,N_1}, \mathbf{K}_{P_2,N_2}, \ldots, \mathbf{K}_{P_M,N_M}$ является *замощением* стола $T$, если $\bigsqcup_{i=1}^{M} \mathbf{K}_{P_i,N_i} \subseteq T$.

# 2 Формулировка задания

Мы предлагаем вам задачу о поиске замощения и ожидаем от вас решения в виде файловой директории, содержащей исходные файлы, инструкции к запуску вашей программы на языке Python (3.8 +) и комментарии в коде, относящиеся к логике вашей программы. Также будет плюсом, если вы сможете оценить сложность и затраченную память решения.

**Проблема.** Для данного стола $T$ и данного множества $\{P_1, P_2, \ldots, P_M\}$ опорных прямоугольных-полиомино и опорных П-полиомино с заданными соответствующими мощностями $N_1, N_2, \ldots N_M$ узнать, существует ли такой набор расположений

$$\mathbf{K}_{P_1,N_1}, \mathbf{K}_{P_2,N_2}, \ldots, \mathbf{K}_{P_M,N_M},$$

который является замощением $T$.

**Входящие параметры алгоритма.** Лист из трех элементов:

1. $(T_1, T_2)$ – размеры стола $T$, тапл-пара положительных целых чисел;
2. $[\,\big((S_i^1, S_i^2), N_i\big)]_{i=1}^{M_1}$ — лист из тапл-пар, $i$-ый элемент которого содержит информацию о расположении прямоугольного полиомино типа-$P_i$. А именно, $(S_i^1, S_i^2)$ – размер (ширина с высотой) опорного прямоугольника-полоимино $P_i$, представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел с условием $S_i^1 \geq S_i^2$, а $N_i$ – мощность расположения полиомино типа-$P_i$;

3. $\left[\left((Q_i^1, Q_i^2), N_i\right)\right]_{i=1}^{M_2}$ — лист из тапл-пар, $i$-ый элемент которого содержит информацию о расположении П-полиомино типа-$P_i$. А именно, $(Q_i^1, Q_i^2)$ – размер опорного П-полоимино $P_i$, представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел ($Q_i^1$ – длина левой и правой "каемок", $Q_i^2$ – длина верхней "каемки"), а $N_i$ – мощность расположения полиомино типа-$P_i$.

**Выход алгоритма.** Существование замощения с заданными параметрами — True или False.

Например, входящие параметры алгоритма, проверяющего возможность замощения стола $4 \times 6$ одним П-полиомино с 3 блоками слева-справа и четыремя блоками сверху, одним П-полиомино с 2 блоками слева-справа и тремя блоками сверху и двумя квадратным полиомино:

1. $(4, 6)$ – размер стола.
2. $\Big[\big((2, 2), 2\big)\Big]$ – первая тапл-пара кодирует два квадратных полиомино.
3. $\Big[\big((3, 4), 1\big), \big((2, 3), 1\big)\Big]$ – первая тапл-пара кодирует одно П-полиомино (красное), вторая – другое П-полиомино (синее).

Выход алгоритма: Правда.

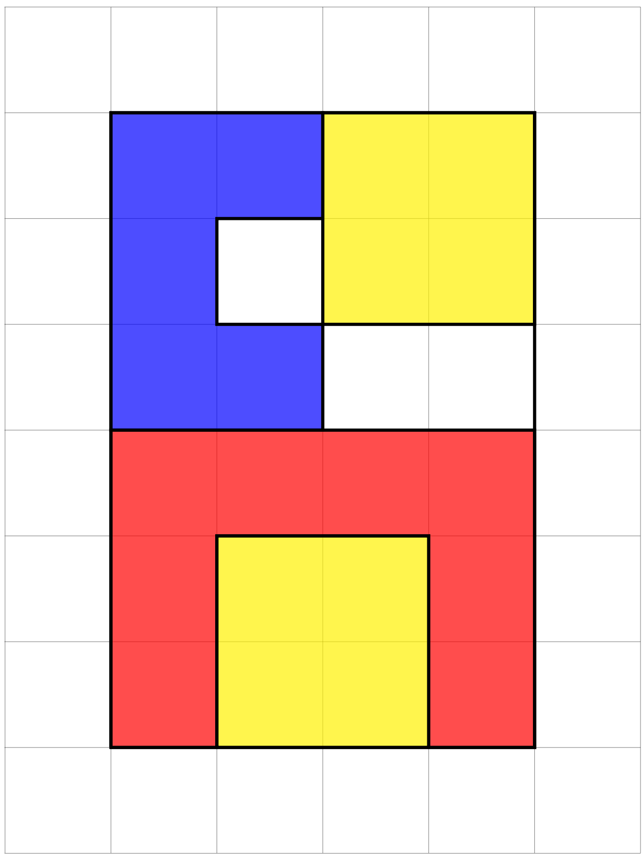

Рисунок 1: Пример замощения с рассмотренными значениями параметров.