Thomas,

Beweise es oder gib mir ein Gegenbeispiel.

Wenn

$$\log\left(\frac{p}{q}\right) > \log\left(\frac{\hat{q}}{\hat{p}}\right) \tag{1}$$

dann

$$(p+q)\log\left(\frac{p}{q}\right) > (\hat{p}+\hat{q})\log\left(\frac{\hat{q}}{\hat{p}}\right). \tag{2}$$

Hiebei ist zu beachten dass

$$\hat{p} = 1 - p \text{ und } \hat{q} = 1 - q \tag{3}$$

und sowohl $0 < p < 1$ als auch $0 < q < 1$.

Möglichkeit (hat bei mir aber nicht funktioniert): (1) heißt schlichtweg, dass die Wahrscheinlichkeiten p und $\hat{p}$ mehr in der Mitte liegen als q und $\hat{q}$, also $0 < q < p \leq \hat{p} < \hat{q} < 1$. Man sollte das ausnutzen und (1) als folgende Bedingung umformulieren:

$$p = \frac{1-\pi}{2} \text{ und } q = \frac{1-\kappa}{2} \tag{4}$$

also $\pi = \hat{p} - p$ und $\kappa = \hat{q} - q$. Bedingung (1) ist dann

$$\frac{\pi - \kappa}{2} < 0 \tag{5}$$

und das zu Beweisende (2) ist $A < \frac{\pi-\kappa}{2}B$, wobei:

$$A = (1+\pi)\log\left(\frac{1+\kappa}{1+\pi}\right) - (1-\pi)\log\left(\frac{1-\pi}{1-\kappa}\right) \tag{6}$$

$$B = \log\left(\frac{1+\kappa}{1+\pi}\right) + \log\left(\frac{1-\pi}{1-\kappa}\right) \tag{7}$$