

:-4.922000

: 0.001636

1st Qu.:-0.640000

Median: 0.038500

3rd Qu.: 0.596750

Min.

Arbeitsblatt 4

Aufgabe 1: Nächste-Nachbarn-Klassifizierer

Der Datensatz Smarket aus dem Paket ISLR enthält die Renditen (relative Änderung) des Aktienindex S&P 500 von Anfang 2001 bis Ende 2005: das sind 1250 Handelstage. An jedem Tag sind die Renditen der vorhergehenden 5 Handelstage angegeben (Variablen Lag1, ..., Lag5). Das Volumen des Handelstages ist in der Variable Volume enthalten (Anzahl Aktien die am Vortag gehandelt wurden in Milliarden). Die Variable Today enthält die Renditen des aktuellen Tages und die Variable Direction beschreibt, ob die aktuelle Rendite positiv oder negativ war. Hier soll versucht werden, die Richtung ("Direction") der Marktentwicklung vorherzusagen, wobei als erklärende Variablen die Renditen der 2 vorangegangenen Tage (Lag1 und Lag2) benutzt werden sollen. Wir wollen die Jahre 2001-2004 zum Trainieren benutzten und dann den Klassifikator auf das Jahr 2005 anwenden. Die Daten findet man im Package ISLR und kann mit dem Befehl Smarket aufgerufen werden.

Ziel: KNN Klassifikation anhand der Aktienmarktbewegungen durchführen.

a) Verschaffen Sie sich einen Überblick über den Datensatz (R-Hinweis: summary(), str(), dim(), pairs(), ts.plot()...). Datensatz auf Moodle oder direkt aus dem Paket ISLR.

```
# Wir verschaffen uns einen Überblick Über die Daten.
library(ISLR)
data <- Smarket
            # Struktur
str(data)
                 1250 obs. of 9 variables:
'data.frame':
 $ Year
            : num
                   2001 2001 2001 2001 2001 ...
                   0.381 0.959 1.032 -0.623 0.614 ...
 $ Lag1
            : num
 $ Lag2
                   -0.192 0.381 0.959 1.032 -0.623 ...
            : num
                   -2.624 -0.192 0.381 0.959 1.032 ...
 $ Lag3
 $ Lag4
                   -1.055 -2.624 -0.192 0.381 0.959 ...
            : num
 $ Lag5
                   5.01 -1.055 -2.624 -0.192 0.381 ...
 $ Volume
            : num
                   1.19 1.3 1.41 1.28 1.21 ...
            : num 0.959 1.032 -0.623 0.614 0.213 ...
 $ Direction: Factor w/ 2 levels "Down", "Up": 2 2 1 2 2 2 1 2 2 2 ...
summary(data)
      Year
                      Lag1
                                           Lag2
                                                                Lag3
Min.
        :2001
                Min.
                        :-4.922000
                                     Min.
                                             :-4.922000
                                                           Min.
                                                                  :-4.922000
 1st Qu.:2002
                1st Qu.:-0.639500
                                     1st Qu.:-0.639500
                                                           1st Qu.:-0.640000
Median:2003
                Median: 0.039000
                                     Median: 0.039000
                                                           Median: 0.038500
        :2003
Mean
                        : 0.003834
                                             : 0.003919
                                                                  : 0.001716
                Mean
                                     Mean
                                                           Mean
 3rd Qu.:2004
                3rd Qu.: 0.596750
                                     3rd Qu.: 0.596750
                                                           3rd Qu.: 0.596750
                                             : 5.733000
Max.
        :2005
                Max.
                        : 5.733000
                                     Max.
                                                           Max.
                                                                  : 5.733000
                                              Volume
                                                                Today
                                                                                 Direction
      Lag4
                           Lag5
```

Min.

Mean

:0.3561

:1.4783

1st Qu.:1.2574

Median :1.4229

3rd Qu.:1.6417

Min.

Mean

Down:602

Up :648

:-4.922000

: 0.003138

1st Qu.:-0.639500

Median: 0.038500

3rd Qu.: 0.596750

:-4.92200

: 0.00561

1st Qu.:-0.64000

Median: 0.03850

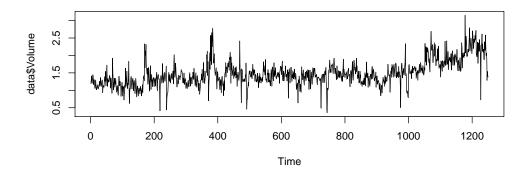
3rd Qu.: 0.59700

Min.

Mean



```
Max.
        : 5.733000
                      Max.
                              : 5.73300
                                           Max.
                                                   :3.1525
                                                                     : 5.733000
                                                             Max.
## Verteilung der Klassen
table(data$Direction)
Down
       Uр
602
      648
## Volume über die Zeit
ts.plot(data$Volume, type = "1")
```



Alles sind numerische Variablen bis auf die Direction, welche ein Faktor-Variable ist. Das Handelsvolumen ist recht volatil. Wir sehen einen klaren Trend. Es liegt also keine Stationarität vor. Warum das Handelsvolumen am Ende der Zeitreihe so ansteigt, muss zusätzlich untersucht werden. Nach dem Platzen der Dot-Com Blase ist der S&P 500 Index im Oktober 2002 auf seinen Tiefststand gefallen. Danach begann der Index wieder zu steigen. Der Anstieg wird erst durch die globale Finanzkrise 2008 gebrochen.

b) Wählen Sie alle Beobachtungen in den Jahren vor 2005 mit den Variablen $Lag\ 1$ und $Lag\ 2$ als Trainings-Datensatz und die Beobachtungen in den restlichen Jahren als Test-Datensatz (auch mit den Variablen $Lag\ 1$ und $Lag\ 2$).

```
train_index <- data$Year < 2005
table(train_index)

train_index
FALSE TRUE
    252    998

train <- data[train_index, c("Lag1", "Lag2", "Direction")]
test <- data[!train_index, c("Lag1", "Lag2", "Direction")]</pre>
```

c) Trainieren Sie mit der Funktion train aus caret ein knn-Modell. Starten Sie mit einem nearest neighbor (tuneGrid=data.frame(k=1)). Verwenden Sie das Modell für eine Vorhersage auf dem Trainings-Datensatz (predict(model, newdata=train). Quantifizieren Sie die Performance, indem Sie eine Kreuztabelle der wahren und vorhergesagten Klassen – also eine Konfusions-Matrix für den Trainings-Datensatz erstellen (Befehl table oder confusionMatrix aus 'caret). Was fällt Ihnen auf?

```
library(caret)
knn1 <- train(Direction ~., data = train, method="knn",</pre>
```



Down

ďρ

491

0 507

```
tuneGrid=data.frame(k=1))
knn.pred1_train <- predict(knn1, newdata=train)</pre>
confusionMatrix(data=knn.pred1_train, reference=train$Direction)
Confusion Matrix and Statistics
          Reference
Prediction Down Up
     Down 491
     Uр
              0 507
               Accuracy : 1
                 95% CI: (0.9963, 1)
    No Information Rate : 0.508
    P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16
                  Kappa: 1
 Mcnemar's Test P-Value : NA
            Sensitivity: 1.000
            Specificity: 1.000
         Pos Pred Value: 1.000
         Neg Pred Value : 1.000
             Prevalence: 0.492
         Detection Rate: 0.492
  Detection Prevalence: 0.492
     Balanced Accuracy: 1.000
       'Positive' Class : Down
# Alternative
table(knn.pred1_train, train$Direction)
knn.pred1_train Down Up
```

Der Klassifikationsansatz hat alle Beobachtungen des Trainingsdatensets richtig klassifiziert. Dies ist nicht weiter überraschend, da er alle Beobachtungen der eigenen Beobachtung zugeordnet hat.

d) Nun wollen wir das knn-Modell mit k=1 richtig testen. Wenden Sie dazu die Prediction auf den Test-Datensatz an. Führen Sie predict-Funktion auch einmal mit dem Argument type = prob" durch. Was ist der Zweck des Types prob.

```
knn.pred1 <- predict(knn1, newdata=test)
knn.pred1_prob <- predict(knn1, newdata=test, type = "prob")
## Wahrscheinlichkeiten für Klassenzuweisung</pre>
```

Mit dem Argument type = "prob"kann man neben den Vorhersagen auch die Wahrscheinlichkeit für die zugewiesen Klasse erhalten. Das heisst, wie gross der Anteil der k-nächsten Nachbarn in



der vorhergesagten Klasse ist. Bei k=1 muss die Wahrscheinlichkeit 1 sein, da nur 1 Nachbar die Klasse bestimmt und damit keine Uneinigkeit entstehen kann.

e) Erstellen Sie eine Konfusionsmatrix für den Test-Datensatz und beurteilen Sie damit die Performance Ihres Klassifikators anhand der Accuracy.

```
## Konfusionsmatrix
confusionMatrix(data=knn.pred1, reference=test$Direction)
```

Confusion Matrix and Statistics

```
Reference
Prediction Down Up
Down 43 58
Up 68 83
```

Accuracy: 0.5

95% CI: (0.4366, 0.5634)

No Information Rate : 0.5595 P-Value [Acc > NIR] : 0.9751

Kappa: -0.0242

Mcnemar's Test P-Value: 0.4227

Sensitivity : 0.3874
Specificity : 0.5887
Pos Pred Value : 0.4257
Neg Pred Value : 0.5497
Prevalence : 0.4405
Detection Rate : 0.1706
Detection Prevalence : 0.4008
Balanced Accuracy : 0.4880

'Positive' Class : Down

Die Performance ist wesentlich schlechter als das perfekte Ergebnis, wenn nur mit dem Trainingsset gearbeitet wird. Das war auch zu erwarten! Das heisst, obwohl im Trainingssample alles richtig klasssifiziert wurde, ist die Fehlerrate in einem neuen Testsample 50%, das heisst für uns, dass der Klassifikator absolut nutzlos ist. Da es nur zwei Möglichkeiten gibt (Up oder Down) ist das gleich gut wie raten.

f) Wiederholen Sie nun die Teilaufgaben d) - e) mit der Anzahl nearest neighbors von k=2-7 (tuneGrid=data.frame(k=2:7)). Welches k führt zum besten Resultat?

k-Nearest Neighbors



```
998 samples
2 predictor
2 classes: 'Down', 'Up'

No pre-processing
Resampling: Bootstrapped (25 reps)
```

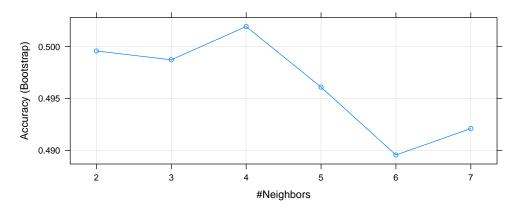
Summary of sample sizes: 998, 998, 998, 998, 998, 998, ...

Resampling results across tuning parameters:

k Accuracy Kappa
2 0.4995801 -0.0005764467
3 0.4987284 -0.0027363959
4 0.5019327 0.0041440873
5 0.4960967 -0.0071721632
6 0.4895533 -0.0204319286
7 0.4921021 -0.0152456160

Accuracy was used to select the optimal model using the largest value. The final value used for the model was k = 4.

plot(knn)



```
knn.pred <- predict(knn, newdata=test)
knn.pred_prob <- predict(knn, newdata=test, type = "prob")

## Konfusionsmatrix
confusionMatrix(data=knn.pred, reference=test$Direction)</pre>
```

Confusion Matrix and Statistics

```
Reference
Prediction Down Up
Down 48 63
Up 63 78
```

Accuracy : 0.5

95% CI : (0.4366, 0.5634)

No Information Rate : 0.5595



P-Value [Acc > NIR] : 0.9751

Kappa: -0.0144

Mcnemar's Test P-Value : 1.0000

Sensitivity : 0.4324
Specificity : 0.5532
Pos Pred Value : 0.4324
Neg Pred Value : 0.5532
Prevalence : 0.4405
Detection Rate : 0.1905
Detection Prevalence : 0.4405

Balanced Accuracy: 0.4928

'Positive' Class : Down

Die Analyse zeigt, dass der optimale Wert für k im bereich von 4 liegt. Der Wert ist jedoch nicht sehr sensitiv und kann je nach Durchführung bei einem leicht anderen Wert liegen. Für die Wahl des k verwenden wir hier nur die Trainingsdaten. Das ist auch das korrekte vorgehen, da wir sonst auf den Testdaten optimieren. Auf den Testdaten erhalten wir eine Accuracy von ca. 54%. Bei zwei Klassen sollte man eigentlich immer eine ungerade Anzahl nächste Nachbarn wählen, damit immer eine eindeutige Wahl gefällt wird. Bei einem Patt wird die Klassenzugehörigkeit ausgelost. Mit dem Argument type=prob "kann man anhand der Wahrscheinlichkeiten sehen, in welchen Fällen eine zufällige Zuordnung erfolgt. Bei mehr als 2 Klassen kann man ein Patt bei k>1 nicht immer verhindern. Allgemein funktioniert die Klassifikation hier nicht besonderes gut.

Aufgabe 2: Kreuzvalidierung

In dieser Aufgabe wird das Churn-Verhalten (Wechseln zu einem anderen Anbieter) von Telekommunikationskunden untersucht. Der Wettbewerb unter den Telekommunikationsanbietern ist sehr gross. Viele Kunden wechseln jedes Jahr den Anbieter. Telekommunikationsunternehmen sind deshalb bestrebt, Kunden durch geeignete Marketing-Programme vom Wechseln abzuhalten. Dazu müssen jedoch die zu einem Wechsel neigenden Kunden identifiziert werden, was z.B. mit einem Klassifikationsverfahren aufgrund der Kundenmerkmale gemacht werden kann.

Ihnen steht nun ein Datensatz zur Verfügung, in dem von 3'333 Kunden eines US-Telekommunikationsunternehmens bekannt ist, ob sie den Anbieter gewechselt haben oder nicht. Zugleich kennen wir noch folgende Kundenmerkmale:

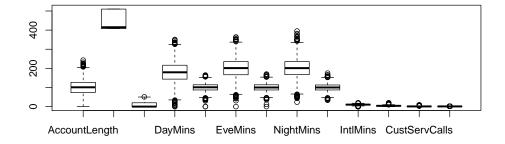
Variablenname	Kurzbeschreibung	Тур
AccountLength	Vertragsdauer in Monaten	integer
AreaCode	Postleitzahl	drei Integerwerte
IntlPlan	Spezialvertrag für internationale Anrufe	binär
VMailPlan	Voice-Mail-Plan	binär
VMailMsg	Anzahl Voice-Mail-Nachrichten	integer
DayMins	Zeitdauer mit Gesprächen am Tag (in Minuten)	stetig
DayCalls	Anzahl Anrufe am Tag	integer
EveMins	Zeitdauer mit Gesprächen am Abend (in Minuten)	stetig
EveCalls	Anzahl Anrufe am Abend	integer
NightMins	Zeitdauer mit Gesprächen in der Nacht (in Minuten)	stetig



Variablenname	Kurzbeschreibung	Typ
NightCalls	Anzahl Anrufe in der Nacht	integer
IntlMins	Zeitdauer mit internationalen Gesprächen (in Minuten)	stetig
IntlCalls	Anzahl internationale Anrufe	integer
${\bf CustServCalls}$	Anzahl Anrufe an den Kundenservice	integer
Churn	Kunde hat den Anbieter gewechselt oder nicht	binär

a) Laden Sie die Daten churn (Churn1.rdata). Die Faktorvariablen IntlPlan und VMailPlan wollen wir hier nicht berücksichtigen, obwohl das mit der caret-Funktion auch funktionieren würde. Löschen Sie diese Features (z.B. churn\$IntlPlan <- NULL). Skalieren Sie die restlichen Daten, falls nötig (Funktion scale() oder preProcess = c(center", ßcale") in der Funktion train. Verwenden Sie 80 Prozent der Daten als Trainingset und 20 Prozent der Daten als Testset (z.B. mit der Funktion createDataPartition(y=churn_sc\$Churn, p=0.8, list=F)). Wie gross ist die Performance eines k=1 Klassifikators auf dem Trainingsund Testset. Begründen Sie, wieso die Fehlerrate (mean(res.knn != y_test)) auf dem Trainingset kleiner ist.

```
load("Daten/Churn1.rdata")
churn$IntlPlan <- NULL
churn$VMailPlan <- NULL
boxplot(churn)</pre>
```



[1] 0



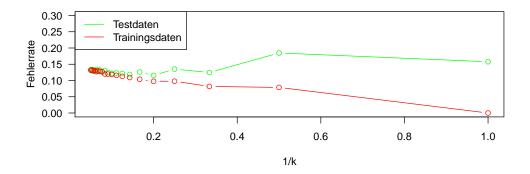
```
pred_test <- predict(knn, newdata=churn_test)
mean(pred_test != churn_test$Churn)</pre>
```

[1] 0.1576577

Bei k=1 muss die Fehlerrate bei den Trainingsdaten immer 0 sein, da nur das eigene Label die Klasse definiert.

b) Wiederholen Sie a) für alle Werte von $k=1,\ldots,20$ und plotten Sie die Fehlerrate von Trainings- und Testdaten gegenüber 1/k. Für welches k performt der knn-Klassifizierer am besten.

```
error_test <- error_training <- rep(NA,20)
set.seed(8)
for (k in 1:20){
 knn <- train(Churn ~., data = churn_train, method="knn",</pre>
                    tuneGrid=data.frame(k=k),
             preProcess = c("center", "scale"))
 pred_train <- predict(knn, newdata=churn_train)</pre>
  error training[k] <- mean(pred train != churn train$Churn)
  pred test <- predict(knn, newdata=churn test)</pre>
  error_test[k] <- mean(pred_test != churn_test$Churn)</pre>
plot(x=1/(1:20), y=error_test, ylim = c(0,0.3), type='b', col='green',
     xlab="1/k",
     ylab="Fehlerrate", las=1)
lines(x=1/(1:20),y=error_training,col='red', type="b")
legend("topleft", legend=c("Testdaten", "Trainingsdaten"),
       col=c("green", "red"), lty=1)
```



which.min(error_test)

[1] 5

Die Abbildung zeigt die Fehlerrat in Abhängigkeit des reziproken k-Wertes für die Anzahl berücksichtiger Nachbarn für Test- und Trainingsdaten. Bis zu einen Wert von 0.3 ist die Fehlerrate in etwa konstant. Anschliessend fällt Sie bei den Trainingsdaten ab und steigt bei den Trainingsdaten leicht an. Bei dieser Realisierung wird der minimale Fehler bei den Testdaten bei k=9 erreicht. Dieser Wert ist aber sehr variable. Je nach Dateneinteilung in a) und dem set seed in b) ist für k

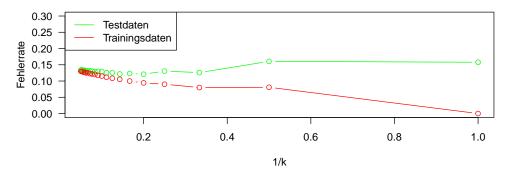


irgendein Wert im Bereich von 5 bis 20 möglich.

c) Wiederholen Sie die Analyse aus b). Führen Sie diesmal aber eine 5-fache Kreuzvalidierung auf dem gesamten Datensatz durch. Verwenden Sie dazu folgenden Code und versuchen Sie ihn nachzuvollziehen.

```
x \text{ fold } \leftarrow 5
groups <- rep(1:x fold, length.out=dim(churn)[1])</pre>
samp <- sample(x=groups, size=dim(churn)[1], replace=FALSE)</pre>
error_test <- error_training <- rep(NA,20)
for (k in 1:20){
  error_test_fold <- rep(NA, x_fold)
  error_train_fold <- rep(NA, x_fold)</pre>
  for (i in 1:x_fold){
    churn_train <- churn[samp!=i,]</pre>
    churn_test <- churn[samp==i,]</pre>
    knn <- train(Churn ~., data = churn_train, method="knn",</pre>
                     tuneGrid=data.frame(k=k),
              preProcess = c("center", "scale"))
    pred_train <- predict(knn, newdata=churn_train)</pre>
    error_train_fold[i] <- mean(pred_train != churn_train$Churn)</pre>
    pred_test <- predict(knn, newdata=churn_test)</pre>
    error_test_fold[i] <- mean(pred_test != churn_test$Churn)</pre>
  error training[k] <- mean(error train fold)</pre>
  error_test[k] <- mean(error_test_fold)</pre>
plot(x=1/(1:20), y=error_test, ylim = c(0,0.3), type='b', col='green', xlab="1/k",
     ylab="Fehlerrate", las=1,
     main=paste(x_fold, "-fach Kreuzvalidierung", sep=""))
lines(x=1/(1:20),y=error_training,col='red', type="b")
legend("topleft", legend=c("Testdaten", "Trainingsdaten"),
       col=c("green", "red"),
       lty=1)
```

5-fach Kreuzvalidierung



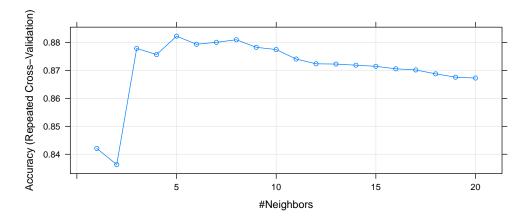
```
which.min(error_test)
```

[1] 5



Die Evaluierung der optimalen Anzahl Nachbaren mit der 5-fach Kreuzvalidierung ist stabiler als diejenige mit dem Standard-Validierungsansatz.

d) Viel einfacher kann man die Kreuzvalidierung direkt mit dem Paket caret durchführen (Code unten). Dort kann man mit der Funktion trainControl() die Parameter für die Validierung festlegen. Wir verwenden method = 'repeatedcv', bei dieser Methode wird die Kreuzvalidierung mehrmals wiederholt und der Mittelwert verwendet. Das reduziert die Schwankungen, dauert aber auch länger. Die Anzahl an Wiederholung wird mit dem Argument repeats festgelegt. Bei method = cv wird die Kreuzvalidierung nur einmal durchgeführt. Das k für die k-fache Kreuzvalidierung wird über den Parameter number gesteuert. number = 10 bedeutet zum Beispiel 10-fache Kreuzvalidierung. Das Trainieren des Klassifizierer geschieht mit der Funktion train(). Der Funktion müssen die Parameter aus dem trainControl übergeben werden (Argument trControl). Die zu evaulierenden Parameter können in einem Dataframe an das Argument tuneGrid übergeben werden. Auch das Preprocessing der Daten ist direkt möglich. Mit preProcess = c('center', 'scale') werden die Daten zum Beispiel zentriert und skaliert. Mit einen Plot auf den Output, erhält man direkt eine Abbildung der Accuracy in Abhängigkeit der Anzahl Nachbarn. (Das Vorgehen kann einfach auf einen anderen Klassifizier übertragen werden, es muss nur eine andere Methode gewählt werden und allenfalls die Parameter angepasst werden).



e) Wieso empfiehlt es sich in diesem Fall, eine 10-fache Kreuzvalidation und keine Leave-oneout-Kreuzvalidierung zu verwenden?

Der Rechenaufwand bei der Leave-one-out-Crossvalidation wird zu gross. Die Leave-one-out-Kreuzvalidierung könnten Sie durchführen, wenn Sie im R-Code von c) x fold auf 3333 setzen.

Aufgabe 3: Diskriminanzanalyse

Verwenden Sie den Boston Datensatz Boston. RData um vorherzusagen, ob ein Stadtteil (Zeile im Datensatz) eine grosse Kriminalitätsrate hat. Die Zielvariable ist dabei Boston\$crime



a) Laden Sie die Daten und unterteilen Sie den Datensatz in einen Trainings und einen Testdatensatz, wobei die Daten gleich verteilt werden sollen. Verwenden Sie dazu den Befehl createDataPartition aus dem Packet caret.

```
load("Daten/Boston.RData")
index = createDataPartition(y=Boston$crime, p=0.5, list=FALSE)

train = Boston[index,]
test = Boston[-index,]
```

b) Verwenden Sie mit dem Befehl train aus dem Packet caret die LDA Methode und sagen Sie anhand der Trainingsdaten die Testdaten voraus. Erstellen Sie anschliessend eine Konfusionsmatrix daraus.

Confusion Matrix and Statistics

Accuracy : 0.8373

95% CI : (0.7858, 0.8806)

No Information Rate : 0.5 P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16

Kappa: 0.6746

Mcnemar's Test P-Value : 0.0001781

Sensitivity: 0.9365
Specificity: 0.7381
Pos Pred Value: 0.7815
Neg Pred Value: 0.9208
Prevalence: 0.5000
Detection Rate: 0.4683
Detection Prevalence: 0.5992
Balanced Accuracy: 0.8373

'Positive' Class : 0

c) Gehen Sie gleich wie bei Teilaufgabe b) vor, dieses mal einfach mit der QDA Methode. Erstellen Sie wiederum daraus die Konfusionsmatrix.



```
pred.crime2 = predict(qda.fit, test)
confusionMatrix(data= pred.crime2, reference = test$crime)
```

Confusion Matrix and Statistics

Reference Prediction 0 1 0 119 27 1 7 99

Accuracy : 0.8651

95% CI: (0.8166, 0.9047)

No Information Rate : 0.5 P-Value [Acc > NIR] : < 2e-16

Kappa : 0.7302

Mcnemar's Test P-Value : 0.00112

Sensitivity : 0.9444
Specificity : 0.7857
Pos Pred Value : 0.8151
Neg Pred Value : 0.9340
Prevalence : 0.5000
Detection Rate : 0.4722
Detection Prevalence : 0.5794

'Positive' Class : 0

Balanced Accuracy: 0.8651

d) Welcher Ansatz funktioniert besser?

Die Evaluationsmetriken für QDA sind allgemein etwas besser.

Aufgabe 4: Leistungsnachweise

• Versuchen Sie einen unser Klassifizierer auf Ihren Datensatz anzuwenden. Beachten Sie dabei die Aspekte, welche wir heute besprochen haben.