

# Giải đề khảo sát đầu vào lớp Deep Learning

Họ và tên: Chu Quốc Quân

Sinh viên: năm thứ 5 – Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

Đi làm: Chưa

Đồng ý về tiền đặt cọc: Đồng ý

## 1. Bài 1

### 1.1. Lời giải

Phương trình  $\sqrt{x} = c \Leftrightarrow x^2 - c = 0$ . Gọi  $\alpha$  là góc nhọn tạo bởi trục Ox và đường thẳng đi qua 2 điểm  $(0, -c)$  và  $(\sqrt{c}, 0)$ . Ta có  $\tan(\alpha) = \sqrt{c}$ . Như vậy thay vì tính trực tiếp  $\sqrt{c}$  thì ta tính góc  $\alpha$ .

$$\text{Ta có } \sin^2(\alpha) = \frac{c^2}{c+c^2} \Rightarrow \cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha) = \frac{c-c^2}{c+c^2}.$$

$$\text{Vậy } \sqrt{c} = \tan(\alpha) = \tan\left(\frac{1}{2} \arccos\left(\frac{c-c^2}{c+c^2}\right)\right)$$

### 1.2. Chương trình

- Bài làm cài đặt cách tính theo lượng giác như trên và cách sử dụng phương pháp Newton.
- Chạy python Bai1.py. Kết quả in ra sai số của 2 cách làm khi  $x = 2$

## 2. Bài 2

### 2.1. Lời giải

- Bước 1: Lập phương trình mặt phẳng P đi qua 3 điểm A, B, C. Giả sử phương trình mặt phẳng P có dạng:  $ax + by + cz + d = 0$ 
  - Tìm vecto pháp tuyến của P:  $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ . Ta có  $\vec{n} = (a, b, c)$ .

- Xác định hệ số  $d$  trong phương trình của mặt phẳng  $P$  bằng cách thay tọa độ điểm  $A$  vào phương trình
- Bước 2: Tìm hình chiếu  $H$  của điểm  $M$  trên mặt phẳng  $P$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  (đi qua  $M$ , vuông góc với  $P$ ) và mặt phẳng  $P$ .

- Giả sử phương trình đường thẳng  $d$  có dạng 
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
, trong đó tọa

độ  $M$  là  $(x_0, y_0, z_0)$  và  $\vec{n} = (a, b, c)$ .  $H$  thuộc  $d$  nên  $H$  có tọa độ là  $(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct)$ . Thay tọa độ  $H$  vào phương trình mặt phẳng  $P$  ta

thu được  $t = \frac{-d - ax_0 - by_0 - cz_0}{a^2 + b^2 + c^2}$ . Vậy ta tìm được tọa độ  $H$ .

## 2.2. Chương trình

- Giải thích chức năng 1 số hàm:
  - Hàm `get_direction_product(vector1, vector2)`: Tính tích có hướng của 2 vector
  - Hàm `build_vector_params()`: Tìm hệ số  $a, b, c, d$  của phương trình mặt phẳng
  - Hàm `get_foot_of_perpendicular(point)`: Tìm tọa độ hình chiếu của 1 điểm trên mặt phẳng
- Chạy python Bai2.py

## 3. Bài 3

### 3.1. Lời giải

- Giải hệ phương trình tuyến tính bằng phương pháp khử Gauss gồm 2 bước
  - Khử xuôi: Nhân từng hàng của ma trận với 1 hệ số sao cho khi cộng vào hàng bên dưới thì khử được hệ số của biến. Kết quả thu được ma trận tam giác trên
  - Thế ngược: Thế lần lượt các biến từ hàng dưới cùng lên các phương trình bên trên và ta thu được nghiệm

- Phương pháp khử Gauss phổ biến nên không trình bày kĩ phương pháp này

### 3.2. Chương trình

- Chạy python Bai3.py

## 4. Bài 4

### 4.1. Lời giải

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_0} |_{x_0=3, x_1=5} \\ \frac{\partial f}{\partial x_1} |_{x_0=3, x_1=5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\frac{\partial f}{\partial y_0} \frac{\partial y_0}{\partial x_0} + \frac{\partial f}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x_0}) |_{x_0=3, x_1=5} \\ (\frac{\partial f}{\partial y_0} \frac{\partial y_0}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x_1}) |_{x_0=3, x_1=5} \end{bmatrix}$$

Các biến số đều xác định được từ đề bài

### 4.2. Chương trình

- Chạy python Bai4.py

## 5. Bài 5

### 5.1. Lời giải

- Dùng phương pháp quy hoạch động
- Gọi  $P(n,s)$  là xác suất tung xúc xắc  $n$  lần liên tiếp và thu được tổng là  $s$
- Xét trường hợp neo đệ quy: 
$$\begin{cases} P(1,s) = 1/6, 1 \leq s \leq 6 \\ P(0,s) = P(n,0) = 0 \end{cases}$$
- Xét trường hợp tổng quát: 
$$P(n,s) = \sum_{t=s-6}^{t=s-1} \frac{P(n-1,t)}{6}$$
- Lời giải cần tìm là  $P(5,17)$

### 5.2. Chương trình

- Chạy python Bai5.py

## 6. Bài 6

### 6.1. Lời giải

- Dùng phương pháp Newton. Ý tưởng là xấp xỉ phương trình phi tuyến bằng phương trình tuyến tính và dùng thủ tục lặp để cải thiện nghiệm.

## 6.2. Chương trình

- Chạy python Bai6.py

## 7. Bài 7

### 7.1. Lời giải

- Gọi  $P(X = Sunny)$  là xác suất ngày thứ  $X$  nắng,  $P(Sunny | Rain)$  là xác suất ngày tiếp theo là nắng nếu ngày hiện tại là mưa. Ta có

$$P(X = Sunny) = P((X-1) = Sunny) \times P(Sunny | Sunny) + P((X-1) = Rain) \times P(Sunny | Rain)$$

$$P(X = Rain) \text{ tính tương tự}$$

- Dùng thủ tục lặp ta tính được  $P((X+7) = Sunny)$  và  $P((X+7) = Rain)$

### 7.2. Chương trình

- Chạy python Bai7.py