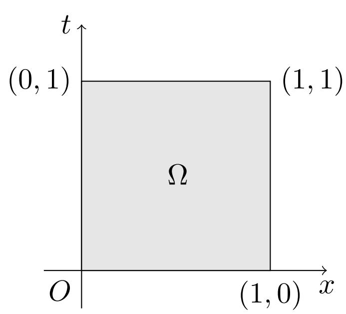
微分方程数值解计算实习 Lecture 12

朱荃凡

(吉林大学数学系计算唐班)

2023 年 5 月 19 日

如图所示, Ω 表示 $[0,1]^2$ 的区域:



分别用求解向前差分，向后差分和六点对称差分进行求解区域 Ω 上的抛物型方程:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin(\pi x) + \pi^2 t \sin \pi x, & (x,y) \in \Omega, \\ u(x,0) = \sin(\pi x), & 0 \le x \le 1, \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, & 0 \le t \le 1., \end{cases} \tag{0.1}$$

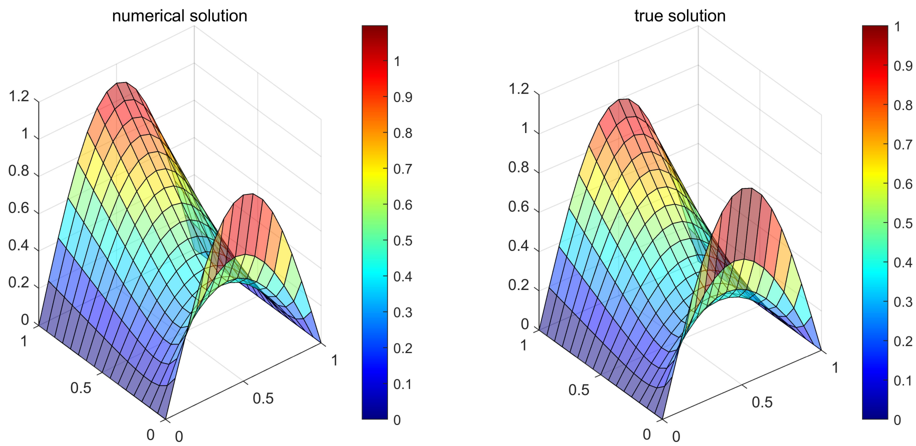
其相应的的真解为

$$u^* = e^{-\pi^2 t} \sin(\pi x) + t \sin(\pi x). \tag{0.2}$$

并给出相应算法在 $t = 1$ 时刻的 0-范数收敛阶.

程序结果

在程序中, 我使用了矩阵运算的方式去一次生成一整行的函数值. 取 x 轴步长 $h = 1/16$, 网比 $r = 16$, 使用向后差分法画出了如下的函数图像:



然后在 $r = 1/2$ 的情况下, 画出了三种差分格式在 $t = 1$ 处的 0-范数收敛阶. 可以看出三种格式下的收敛阶均为二阶, 并且向后差分格式稍好一些.