ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

KHOA TOÁN - TIN

CÁC PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU BÀI TOÁN VẬN TẢI VÀ PHƯƠNG PHÁP THẾ VỊ

Nhóm sinh viên thực hiện:

MSSV	Họ và Tên	Lớp
20227076	Nguyễn Thanh An	
20227079	Nghiêm Hoàng Anh	
20227035	Nguyễn Quang Anh	
20227080	Nguyễn Thị Thảo Anh	
20227081	Phạm Đức Anh	
20227082	Phạm Tuấn Anh	
20227083	Lê Gia Bảo	
20227085	Ngô Trọng Bảo	
20227086	Trần Ngọc Bảo	
20227036	Đỗ Văn Bình	

HÀ NỘI – 2025

Lời cảm ơn

Báo cáo này ...

Tóm tắt nội dung báo cáo

Mục tiêu ...

Hà Nội, ngày ... tháng ... năm 2025

Tác giả đồ án

Nhóm sinh viên thực hiện

Mục lục

Bảng ký hiệu và chữ viết tắt

$\mathcal{H}$	không gian Hilbert thực

Danh sách bảng

Danh sách hình ảnh

Mở đầu

Bài toán vận tải là một mô hình quan trọng trong lĩnh vực **quy hoạch tuyến tính**, có ứng dụng rộng rãi trong **quản lý logistics**, **tối ưu hóa chuỗi cung ứng**, **phân phối tài nguyên** và nhiều lĩnh vực khác. Mục tiêu của bài toán là tìm phương án vận chuyển tối ưu từ các nguồn đến các điểm tiêu thụ sao cho tổng chi phí là nhỏ nhất và thỏa mãn các ràng buộc cung – cầu.

Báo cáo này tập trung:

- Tổng quan lý thuyết nền tảng và mô hình bài toán.
- Phân tích các phương pháp giải cơ bản và mở rộng.
- Trình bày chi tiết các kỹ thuật khởi tạo phương án xuất phát hiệu quả.

Chương 1

Tổng quan và cơ sở lý thuyết

1.1 Giới thiệu & Mô hình toán học

Bài toán vận tải (Transportation Problem) là dạng đặc biệt của quy hoạch tuyến tính, mô tả việc phân phối hàng hóa từ m nguồn cung (A_i) đến n điểm cầu (B_j). Ở dạng chuẩn, biến quyết định x_{ij} là lượng hàng từ A_i đến B_j, với hàm mục tiêu:

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

và các ràng buộc:

$$\sum_{j} x_{ij} = a_i, \quad \sum_{i} x_{ij} = b_j, \quad x_{ij} \geq 0$$

1.2 Điều kiện tồn tại nghiệm

Để bài toán có nghiệm khả thi và tối ưu, thường yêu cầu **cân bằng thu-phát**: $\sum_i a_i = \sum_j b_j$. Nếu không cân bằng, có thể bổ sung điểm phát hoặc nhận giả để cân bằng. Khi cân bằng, luôn tồn tại phương án cơ bản tối ưu.

1.3 Bảng vận tải và chu trình

Bài toán được biểu diễn dưới dạng bảng chi phí $m \times n$. Mỗi phương án cơ bản không suy biến ứng với $m + n - 1$ ô chọn (không chứa chu trình). **Chu trình** là dãy các ô trong bảng nối tiếp theo hàng/cột sao cho ô đầu và ô cuối liền kề. Chu trình được sử dụng để điều chỉnh lưu lượng và kiểm tra cải tiến nghiệm.

1. Lý thuyết

Chu trình: là một dãy ô khép kín trong bảng vận tải, trong đó các ô liền nhau thuộc cùng một hàng hoặc cùng một cột. Chu trình có số ô chẵn, tối thiểu là 4 ô. Chu trình được dùng để điều chỉnh phương án phân bổ sao cho vẫn đảm bảo cân bằng cung cầu.

Tại sao cần chu trình? Khi xét chèn một ô mới vào cơ sở (ô rỗng), một chu trình sẽ xuất hiện. Việc điều chỉnh luồng hàng hóa theo chu trình giúp kiểm tra liệu phương án hiện tại có tối ưu không.

Tính hệ số cải tiến Δ_{ij}: Đánh dấu xen kẽ + và − trên chu trình (ô bắt đầu được đánh +), sau đó áp dụng công thức:

$$\Delta_{ij} = \sum_{\text{ô dấu }+} c_{pq} - \sum_{\text{ô dấu }-} c_{pq}$$

Nếu $\Delta_{ij} < 0$ thì phương án chưa tối ưu và có thể cải thiện chi phí bằng cách điều chỉnh theo chu trình.

2. Ví dụ minh họa

Bảng chi phí và phương án ban đầu

	B1	B2	B3	Cung
A1	8 (15)	6 (5)	10 (0)	20
A2	9 (0)	12 (30)	13 (0)	30
A3	14 (0)	9 (0)	16 (25)	25
Cầu	15	35	25	75

Các ô có phân bổ: (1,1), (1,2), (2,2), (3,3).

Xác định chu trình qua ô rỗng (2,1)

Chu trình: (2,1) + → (2,2) − → (1,2) + → (1,1) − → quay lại (2,1).

Tính hệ số $\Delta_{2,1}$

$$\Delta_{2,1} = c_{2,1} + c_{1,2} - (c_{2,2} + c_{1,1}) = 9 + 6 - (12 + 8) = -5$$

Kết luận: Vì $\Delta_{2,1} < 0$, phương án hiện tại chưa tối ưu. Có thể cải thiện chi phí nếu thêm phân bổ vào ô (2,1) theo chu trình đã xác định.

Ta biểu diễn các số liệu của bài toán vận tải bằng bảng vận tải dưới đây:

Trong đó:

- a_i là trữ lượng tương ứng tại điểm phát.
- b_j là nhu cầu tương ứng tại điểm thu.
- c_{ij} là chi phí vận chuyển từ điểm phát i tới điểm nhận j.

Ma trận các c_{ij} được gọi là phần chính, kí hiệu là T. Tập hợp các ô trong phần chính có $x_{ij} > 0$ được gọi là tập các ô chọn của bảng vận tải. Các ô còn lại có $x_{ij} = 0$ được gọi là ô loại.

Tính chất 1

Các ô $(i, j) \in T$ của bảng vận tải và các vector cột của ma trận A có sự tương ứng 1-1. Do đó:

- Phương án cực biên suy biến sẽ có ít hơn $m + n - 1$ ô chọn.
- Phương án cực biên không suy biến sẽ có đúng $m + n - 1$ ô chọn.

Chu trình

Một tập được sắp thứ tự gồm các ô của bảng vận tải dạng: $(1, 1); (1, 2); (2, 2) \ldots$ được gọi là **chu trình** nếu nó thỏa mãn đồng thời ba tính chất sau:

1. Hai ô cạnh nhau nằm trong cùng một hàng hoặc một cột.
2. Không có ba ô nằm trên cùng một hàng hay một cột.
3. Ô đầu tiên nằm ở cùng hàng hoặc cột với ô cuối cùng (chúng cũng được coi là hai ô cạnh nhau).

Ví dụ về chu trình:

Giả sử $G \subset T$ là tập các ô nào đó của bảng vận tải. G được gọi là **chứa chu trình** nếu ta có thể xây dựng được ít nhất một chu trình gồm các ô thuộc G. Trái lại, ta nói G không chứa chu trình.

Tính chất 2

Xét G là một tập các ô nào đó trong bảng vận tải. Nếu mỗi hàng và mỗi cột của bảng vận tải hoặc không chứa ô nào của G hoặc có ít nhất là hai ô của G, thì G là một chu trình.

Định lý 1

Xét tập các ô $G \subset T$. Khi đó, hệ vector $\{A_{ij} \mid (i, j) \in G\}$ là độc lập tuyến tính khi và chỉ khi G không chứa chu trình.

Tính chất 3 (hệ quả định lý 1)

Xét tập các ô $G \subset T$. Khi đó:

- Phương án $x = (x_{ij})$ là phương án cực biên khi và chỉ khi G không chứa chu trình.
- Nếu $|G| \geq m + n$ thì G chứa chu trình.
- Nếu $|G| = m+n-1$, G không chứa chu trình và (i, j) là một ô của bảng, $(i, j) \notin G$, thì $G \cup \{(i, j)\}$ chứa duy nhất một chu trình.

Ví dụ minh hoạ

	10	25	15
20	6	3	5
30	4	7	6

Trong ví dụ trên, ta có thể dễ dàng thấy được một ví dụ về chu trình như đã định nghĩa ở trên.

Chương 2

Phương pháp giải bài toán vận tải

2.1 Phương pháp thế vị

Đây là thuật toán tối ưu hóa dựa trên ý tưởng kiểm tra từng ô không thuộc cơ sở bằng cách xây dựng chu trình khép kín, tính hệ số cải tiến Δ_{ij} để xem liệu giảm chi phí tổng có thể thực hiện được hay không. Phương pháp thế vị tương đương với bài toán lõi kép của quy hoạch tuyến tính.

2.2 Các bài toán mở rộng

- **Vận tải không cân bằng**: Tổng cung $\neq$ tổng cầu. Thêm điểm giả để cân bằng.
- **Lập kho trung chuyển**: Cho phép hàng đi qua các điểm trung gian.
- **Ô cấm**: Một số ô không cho phép vận chuyển.
- **Ràng buộc bất đẳng thức**: Biến ràng buộc cung/cầu thành bất đẳng thức.
- **Bài toán phân công (Hungary)**: Trường hợp $a_i = b_j = 1$, giải bằng phương pháp Hungary.
- **Bài toán chuyển hàng**: Cho phép chuyển qua trạm trung gian, giải qua quy hoạch tuyến tính.

Chương 3

Các phương pháp tìm phương án xuất phát

3.1 Mục tiêu khởi tạo

Tìm phương án cơ sở ban đầu khả thi để bắt đầu quá trình tối ưu.

3.2 Các phương pháp khởi tạo

- **Phương pháp Góc Tây Bắc**
- **Phương pháp Chi phí thấp nhất**
- **Phương pháp Vogel (VAM)**

3.3 So sánh & minh họa

So sánh các phương pháp về số phép toán, độ gần tối ưu, và hiệu quả. Kèm ví dụ minh họa chi tiết.

Chương 4

Kết luận

Bài toán vận tải là mô hình tối ưu hóa cơ bản và hiệu quả trong logistics. Báo cáo đã trình bày tổng quan, phương pháp giải, và khởi tạo bài toán. Các hướng mở bao gồm bài toán động, bất định, hoặc dùng thuật toán di truyền.

Tài liệu tham khảo

Tiếng Việt

[1] Nguyễn Thị Bạch Kim, *Các phương pháp tối ưu – Lý thuyết và thuật toán*, , NXB Đại học Quốc gia TP.HCM, 2020.

Tiếng Anh

[2]