

PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN (Design and Analysis of Algorithms)

L/O/G/O

GV: HUỖNH THỊ THANH THƯỜNG

Email: hh.thanhthuong@gmail.com

thuonghtt@uit.edu.vn

CHƯƠNG 3

THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

Algorithm Design

Homework #03: Ngoài Wecode

❖ Tuyên bố lý do phát sinh bài tập này

“Do rất nhiều SV không làm được bài trên Wecode, dẫn đến Điểm thực hành có thể rất thấp, trong khi cột Thực hành chiếm 30% tỷ trọng điểm môn học”.

Có lẽ việc chinh phục Wecode quá khó khăn → GV cho thêm cơ hội cải thiện điểm số

Như vậy, có 2 hình thức để đạt được điểm Thực hành

- 1. Làm bài tập trên Wecode
- 2. Nếu ko làm được bài trên Wecode thì cố gắng làm List bài tập HW#03 này để có được điểm thực hành
- Có thể vừa làm Wecode vừa làm cả List này luôn đều được, nếu điểm Wecode đã cao thì những bài tập trong List HW#03 sẽ được tính thành Bonus

Homework #03

❖ Một số lưu ý:

- Làm theo nhóm hay cá nhân đều được
- Làm theo khả năng của mình, được bao nhiêu thì nộp bấy nhiêu, GV không bắt buộc làm hết, không làm cũng được
- 1 bài làm hoàn chỉnh = 1-2 điểm (tùy bài)
- Muốn 10 điểm thì nên làm khoảng ~ 7-10 bài
- Có thể có thiếu sót gì đó trong phần bài làm, GV có thể trừ điểm, nên để bù lỗ cho phần bị trừ thì SV nên làm dư ra 1 vài bài
- Nếu làm được nhiều hơn 10 điểm, phần dư ra sẽ là bonus

Homework #03

❖ Một số lưu ý:

- Thời gian làm bài: Từ giờ cho đến khi kết thúc kỳ thi cuối kỳ
- GV không nhận bài nộp trễ với bất kỳ lí do gì. Hãy làm trước đó, không để phút cuối.
- Các bài làm giống nhau (trừ trường hợp làm theo nhóm)/hoặc phát hiện đạo văn/đạo code trên mạng: 0 điểm

SẢN PHẨM NỘI

❖ Yêu cầu:

Với mỗi bài tập: trình bày

- Ý tưởng giải quyết
- Thiết kế thuật toán/thuật giải để giải các bài toán (trình bày mã giả có chú thích cho người đọc dễ hiểu).
- Cho VD minh họa từng bước thực hiện theo thuật toán đã thiết kế (để người đọc dễ hiểu)
- Phân tích độ phức tạp (Nếu được, không bắt buộc, bonus)
- Cài đặt chương trình chạy được, cho kết quả đúng hoặc xém đúng (Quan trọng nhất) → trình bày kết quả thử nghiệm trên 1 vài test case

SẢN PHẨM NỘP

Yêu cầu:

Hình thức nộp bài: nộp 3 phần:

1) File nén chứa chương trình:

- Source code → viết bằng ngôn ngữ nào cũng được.
- Các testcase (ít nhất 10 testcase cho mỗi bài, mỗi test case gồm input.txt và output.txt)

2) Video quay lại quá trình test chương trình (phòng trường hợp GV chạy không được)

3) File báo cáo (word+pdf): nội dung như sau:

- Trang bìa: có đầy đủ tên thành viên, ghi tên bài tập là

BÀI TẬP MÔN HỌC

PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

SẢN PHẨM NỘI

Yêu cầu:

- Trang bìa

- 1. BÀI TOÁN 1: SỐ CHÍNH PHƯƠNG

1.1. Mô tả bài toán: chép lại mô tả cho bài toán như trong slide hoặc diễn đạt đầy đủ rõ ràng hơn

1.2. Mô hình hóa bài toán: ghi rõ Input, Output, Các điều kiện ràng buộc nếu có

1.3. Thiết kế thuật toán: trình bày ý tưởng, mã giả, lưu ý có chú thích đầy đủ, mô tả rõ ý nghĩa các CTDL (biến, mảng, ...) dùng trong giải thuật

1.4. Ví dụ minh họa: chạy tay từng bước

1.5. Thử nghiệm: Trình bày các kết quả test của chương trình trên các bộ dữ liệu cụ thể (ít nhất 3 bộ), chụp lại màn hình kết quả để làm minh chứng

1.6. Phân tích độ phức tạp (nếu làm được)

- 2. BÀI TOÁN 2: ĐẾM SỐ NGHỊCH THỂ

- ...

Nội dung

- ❖ Phương pháp chia để trị
(Divide and Conquer)
- ❖ Phương pháp tham lam
- ❖ Phương pháp quay lui
- ❖ Phương pháp quy hoạch động (sẽ bổ sung sau khi học xong QHĐ)

Chia để trị - Divide and Conquer

❖ Bài tập 1: Bài toán Vạch thước (yêu cầu có giao diện)

- Cho một cây thước có độ dài L và một chiều cao h nguyên cho trước.
- Tại vị trí chính giữa của cây thước, vạch một vạch có chiều cao h .
- Tại vị trí $1/4$ và $3/4$ của cây thước, vạch một vạch có chiều cao $h-1$.
- Tại vị trí $1/8$, $3/8$, $5/8$, và $7/8$ của cây thước, vạch một vạch có chiều cao $h-2$.
- ...
- Cho đến khi không thể vạch được nữa

(Đã giải trên lớp)

Chia để trị - Divide and Conquer

❖ Bài tập 1: Bài toán Vạch thước (yêu cầu có giao diện, như demo GV cho xem tại lớp)

- Cho một cây thước có độ dài L và một chiều cao h nguyên cho trước.
- Tại vị trí chính giữa của cây thước, vạch một vạch có chiều cao h .
- Tại vị trí $1/4$ và $3/4$ của cây thước, vạch một vạch có chiều cao $h-1$.
- Tại vị trí $1/8$, $3/8$, $5/8$, và $7/8$ của cây thước, vạch một vạch có chiều cao $h-2$.
- ...
- Cho đến khi không thể vạch được nữa

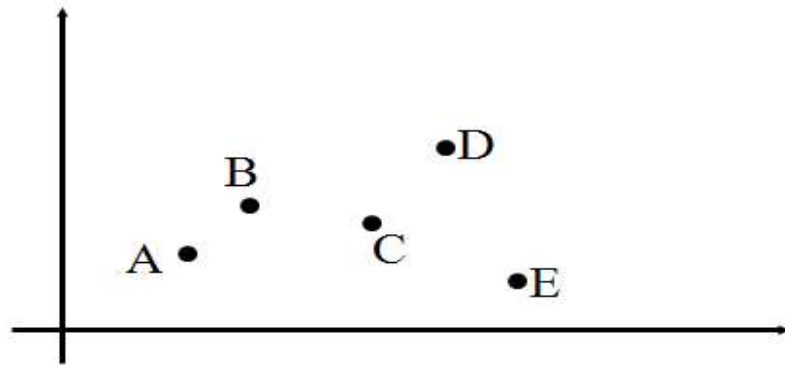
(Đã giải trên lớp)

Chia để trị - Divide and Conquer

❖ Bài tập 2: Bài toán sắp hạng trong không gian 2D

(yêu cầu có giao diện, vẽ các điểm trong KG2D)

- Cho điểm $A(a_1, a_2)$ và $B(b_1, b_2)$. A được gọi là “trội hơn” B nếu $a_1 > b_1$ và $a_2 > b_2$.



rank(A) = 0 rank(B) = 1 rank(C) = 1
rank(D) = 3 rank(E) = 0

Chia để trị - Divide and Conquer

❖ Bài tập 2: Bài toán tìm hạng trong không gian 2D

- Cho tập S có n điểm trong 2D, hạng của điểm X là số lượng các điểm mà X trội hơn
- Thiết kế thuật toán để sắp hạng các điểm trong tập S ?

(Đã giải trên lớp)

Chia để trị - Divide and Conquer

❖ Bài tập 2: Bài toán tìm hạng trong không gian 2D

- Ý tưởng 1: So sánh trực tiếp từng cặp điểm

- Độ phức tạp $O(n^2)$

- Ý tưởng 2: Áp dụng pp chia để trị

- Độ phức tạp $O(?)$

(Đã giải trên lớp)

Chia để trị

❖ Bài tập 3: Số chính phương

Bài toán tìm tất cả các số chính phương trong một danh sách các số nguyên cho trước.

- Viết hàm kiểm tra số chính phương
- Áp dụng chia để trị để viết thuật toán tìm tất cả các số chính phương
- Phân tích độ phức tạp của thuật toán tìm tất cả các số chính phương.

Chia để trị

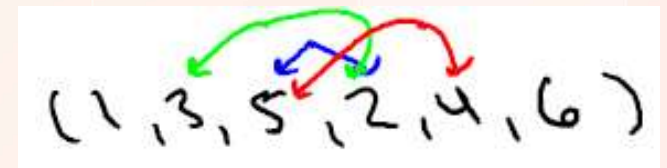
❖ Bài tập 4: Đếm số nghịch thế (Counting Inversions)

Input : array A containing the numbers $1, 2, 3, \dots, n$ in some arbitrary order

Output : number of inversions = number of pairs (i, j) of array indices with $i < j$ and $A[i] > A[j]$

Mẫu: $A = (1, 3, 5, 2, 4, 6)$

Inversions: $(3, 2), (5, 2), (5, 4)$



Chia để trị

❖ Bài tập 5: Bài toán hoán đổi 2 phần trong 1 dãy

Cho a là 1 mảng gồm n phần tử. Ta cần chuyển m phần tử đầu tiên của mảng với phần còn lại của mảng ($n-m$ phần tử) mà không dùng một mảng phụ.

Ví dụ, với $n = 8$, $a[8] = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

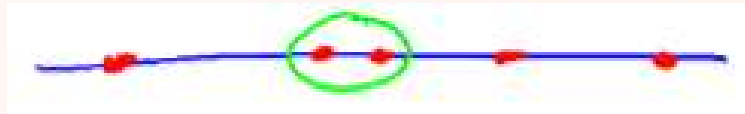
- Nếu $m = 3$, thì kết quả là : $\{ 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3 \}$
- Nếu $m = 5$, thì kết quả là : $\{ 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5 \}$
- Nếu $m = 4$, thì kết quả là : $\{ 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4 \}$

Thiết kế giải thuật để giải bài toán trên. Cho một ví dụ minh họa. Phân tích độ phức tạp.

Chia để trị

❖ Bài tập 6: Cặp điểm gần nhất (Closest Pair Problem)

6.1. Không gian 1 chiều (1-D Version of Closest Pair) → cách giải ???



Chia để trị

❖ Bài tập 6: Cặp điểm gần nhất (Closest Pair Problem)

6.2 Không gian 2 chiều:

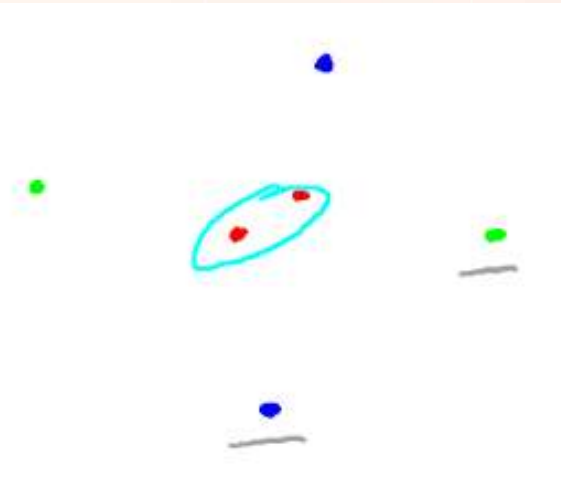
Input : a set $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ of n points in the plane \mathbb{R}^2

Notation : $d(p_i, p_j)$ = Euclidean distance

So if $p_i = (x_i, y_i)$ and $p_j = (x_j, y_j)$

$$d(p_i, p_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Output : a pair $p^*, q^* \in P$ of distinct points that minimize $d(p, q)$ over p, q in the set P



Chia để trị

❖ Bài tập 7: Xếp lịch thi đấu thể thao

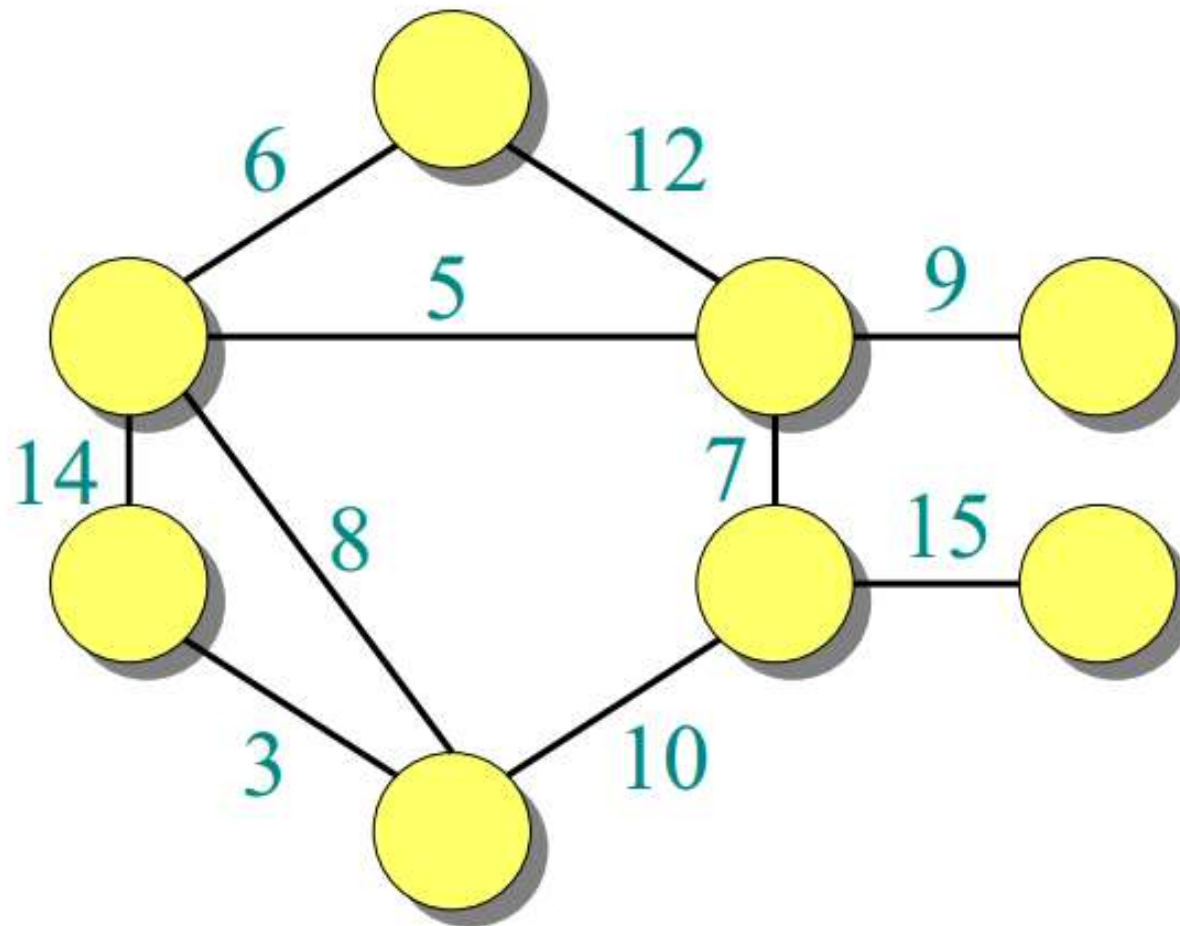
Xếp lịch thi đấu thể thao theo thể thức đấu vòng tròn 1 lượt cho n đấu thủ (đội đá banh). Mỗi đội phải đấu với các đội khác, và mỗi đội chỉ đấu nhiều nhất một trận mỗi ngày. Yêu cầu là xếp một lịch thi đấu sao cho số ngày thi đấu là ít nhất.

Thiết kế giải thuật để giải bài toán trên. Cho một ví dụ minh họa. Phân tích độ phức tạp.

Tham lam

❖ Bài tập 8: Minimum spanning tree

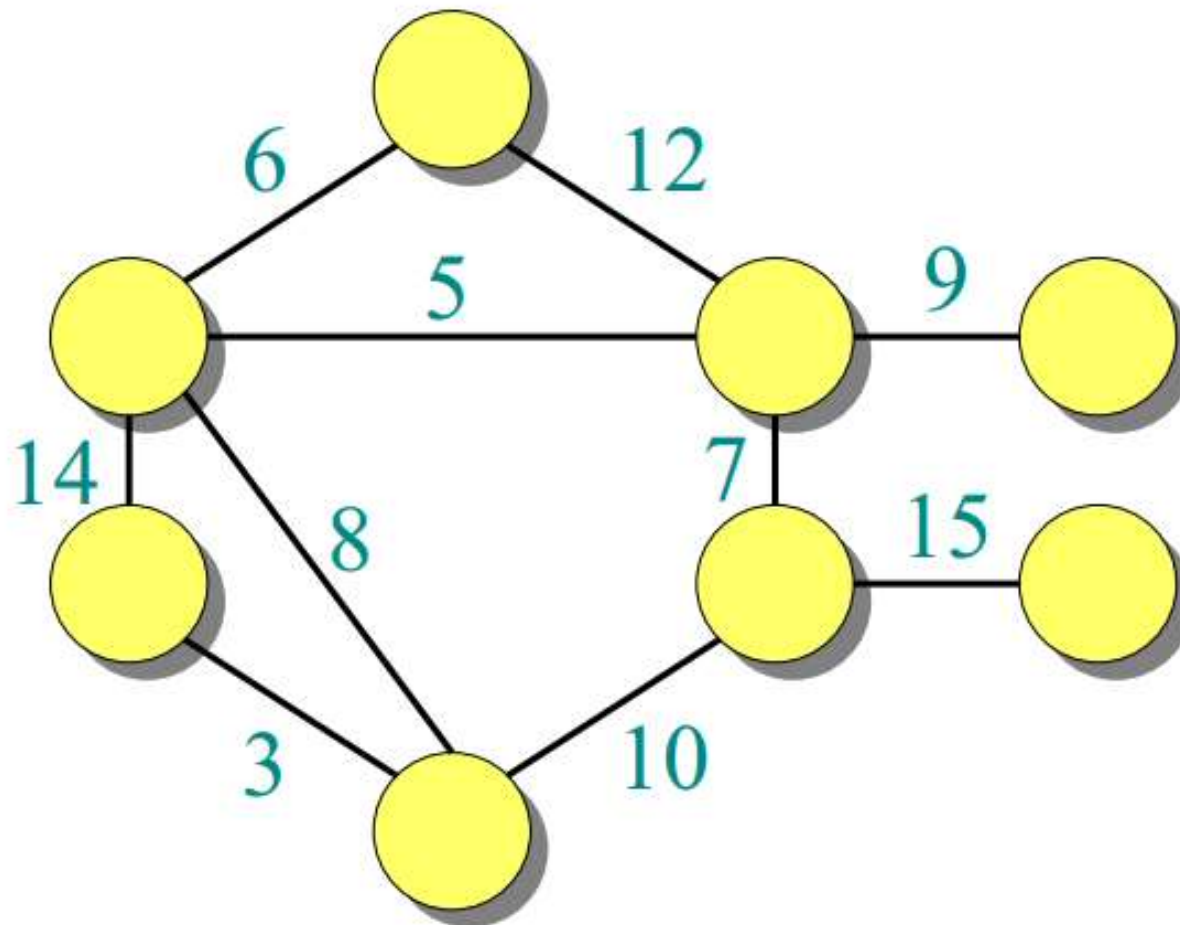
8.1. Kruskal's algorithm



Tham lam

❖ Bài tập 8: Minimum spanning tree

8.2 Prim's algorithm



Quay lui

❖ Bài tập 9: Bài toán các dãy con có tổng cho trước:

- Cho dãy số nguyên dương $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ và một số nguyên dương M . Tìm tất cả các dãy con của dãy a sao cho tổng của các phần tử trong dãy con bằng M .
 - TH1: không cần bảo toàn tính thứ tự
 - TH2: có ràng buộc bảo toàn tính thứ tự

Quay lui

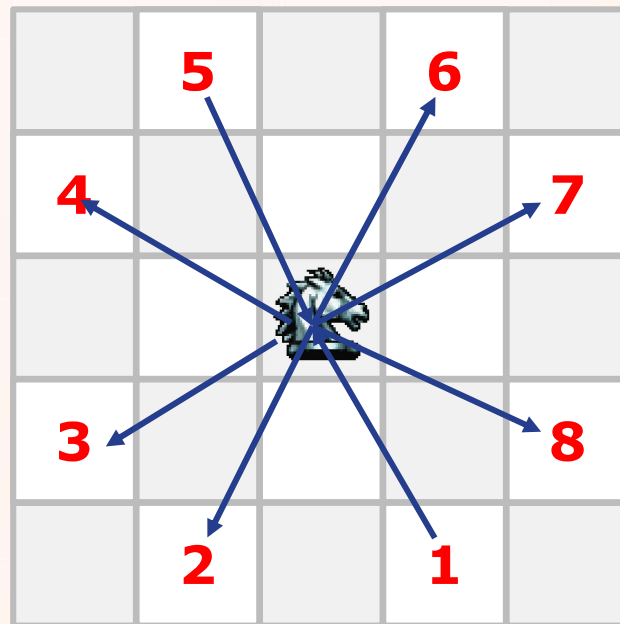
❖ Bài tập 9: Bài toán các dãy con có tổng cho trước:

- Mẫu: cho dãy (7, 1, 4, 3, 5, 6) và $M = 11$, các dãy con thỏa mãn ràng buộc "bảo toàn tính thứ tự" là:
 - (7, 1, 3) (7, 4)
 - (1, 4, 6) (5, 6)

Quay lui

❖ Bài tập 10: Bài toán con mã đi tuần

- Cho bàn cờ vua kích thước 8x8 (64 ô)
- Hãy đi con mã 64 nước sao cho mỗi ô chỉ đi qua 1 lần (xuất phát từ ô bất kỳ) theo luật:



SV XÂY DỰNG 1 GAME
MINI CÓ GIAO DIỆN
(copy source code trên mạng
là không hợp lệ)

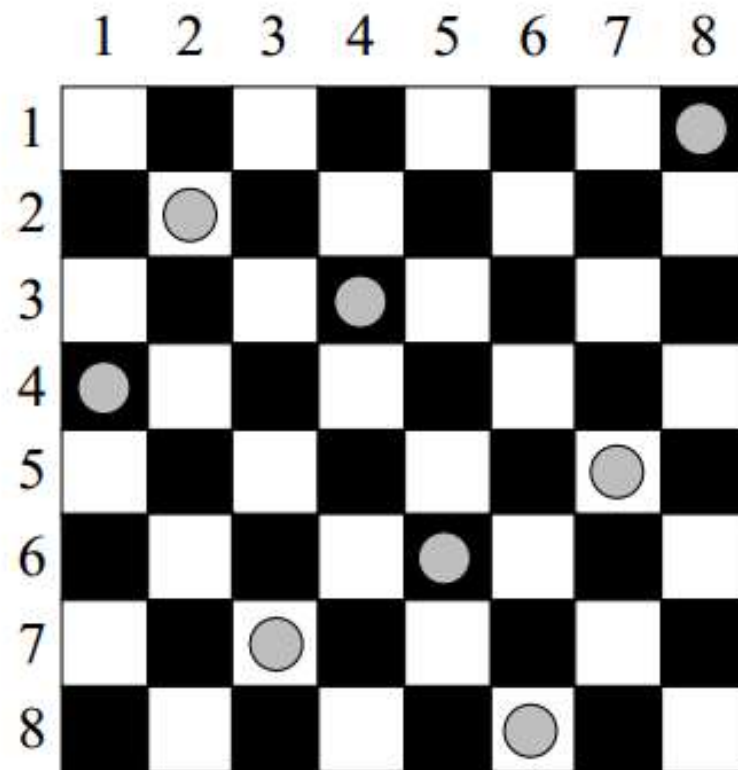
Quay lui

❖ Bài tập 11: Bài toán 8 quân hậu

- Cho bàn cờ vua kích thước 8×8
- Hãy đặt 8 hoàng hậu lên bàn cờ này sao cho không có hoàng hậu nào “ăn” nhau:
 - Không nằm trên cùng dòng, cùng cột
 - Không nằm trên cùng đường chéo xuôi, ngược.

Quay lui

❖ Bài tập 11: Bài toán 8 quân hậu



A

4	2	7	3	6	8	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Quy hoạch động

❖ Bài tập 12: Bài toán nhân chuỗi/dãy ma trận (Matrix Chain Multiplication)

Input: Cho 1 chuỗi ma trận $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$, với A_i có kích thước là $p_{i-1} \times p_i$

Output: Muốn tính tích của $A = A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$. Yêu cầu: Xác định **thứ tự nhân các ma trận** sao cho số phép nhân được sử dụng là ít nhất.

Quy hoạch động

❖ Bài tập 12: Bài toán nhân chuỗi/dãy ma trận (Matrix Chain Multiplication)

Ví dụ

Chuỗi ma trận $\langle A_1, A_2, A_3, A_4 \rangle$ có thể được đóng mở ngoặc theo 5 cách:

$$\begin{aligned} &A_1 (A_2 (A_3 A_4)) \\ &(A_1 A_2) (A_3 A_4) \\ &((A_1 A_2) A_3) A_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &A_1 ((A_2 A_3) A_4) \\ &(A_1 (A_2 A_3)) A_4 \end{aligned}$$

Quy hoạch động

❖ Bài tập 13: Chuỗi con chung dài nhất (Longest common subsequence)

Given two sequences $x[1 \dots m]$ and $y[1 \dots n]$, find **a** longest subsequence common to them both.
("a" not "the")

$x:$	A	B	C	B	D	A	B
$y:$	B	D	C	A	B	A	

Đọc tài liệu [6]. Thomas H. Cormen, Introduction to Algorithms, 3rd Edition, MIT Press

Quy hoạch động

❖ Bài tập 13: Chuỗi con chung dài nhất (Longest common subsequence)

Chuỗi con của một chuỗi x nhận được từ x bằng cách xóa đi 1 số phần tử

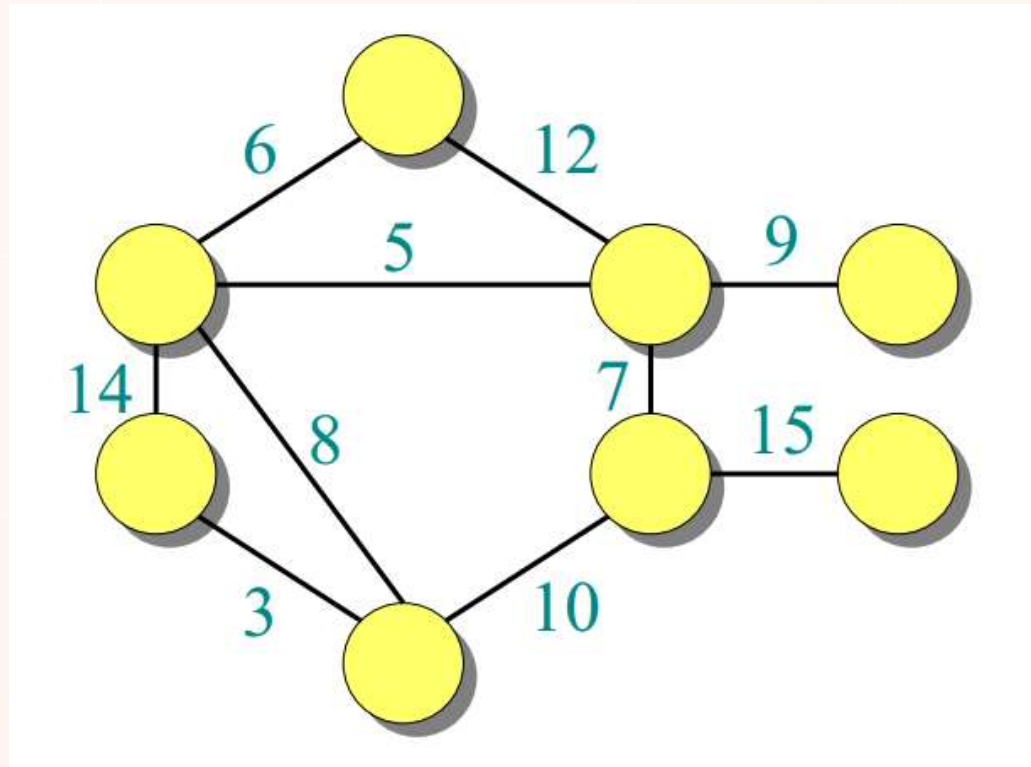
$x:$	A	B	C	B	D	A	B
$y:$	B	D	C	A	B	A	

Một số dãy con chung của x và y :

- A B A - B C A B - B D A B - B C B A

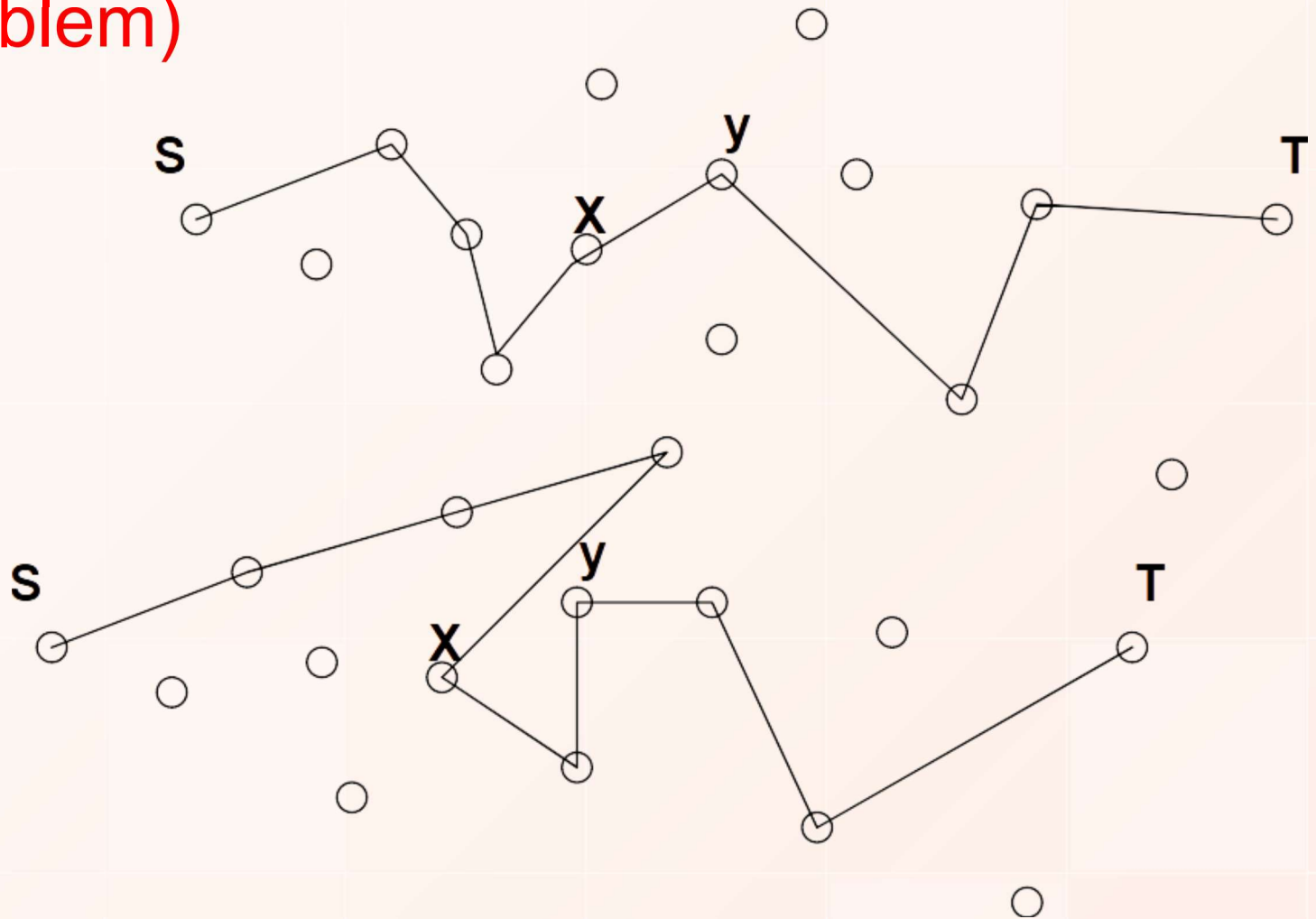
Quy hoạch động

❖ Bài tập 14: Tìm đường đi ngắn nhất (Shortest path problem) - Thuật toán Floyd



Quy hoạch động

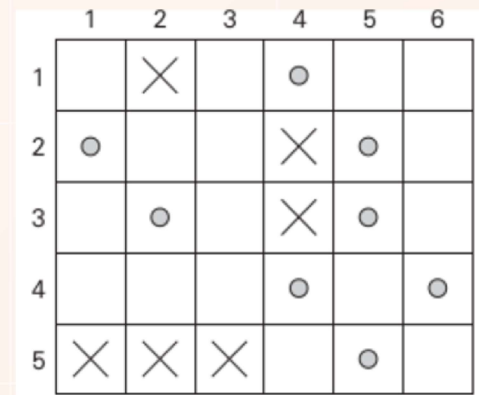
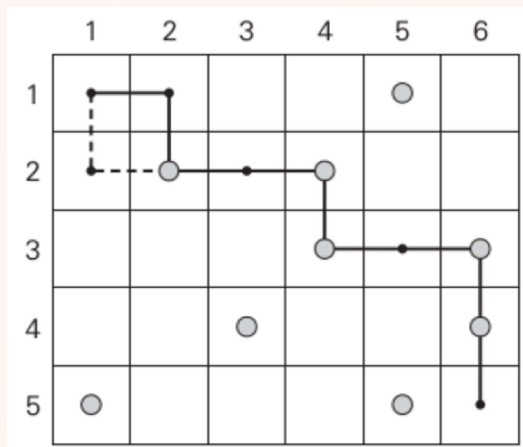
❖ Bài tập 15: Tìm đường đi dài nhất (Longest path problem)



Quy hoạch động

❖ Bài tập 16: Coin-collecting problem

Several coins are placed in cells of an $n \times m$ board, no more than one coin per cell. A robot, located in the upper left cell of the board, needs to collect as many of the coins as possible and bring them to the bottom right cell. On each step, the robot can move either one cell to the right or one cell down from its current location. When the robot visits a cell with a coin, it always picks up that coin. Design an algorithm to find the maximum number of coins the robot can collect and a path it needs to follow to do this.



Quy hoạch động

❖ Bài tập 17: Coin-row problem

There is a row of n coins whose values are some positive integers (c_1, c_2, \dots, c_n), not necessarily distinct. The goal is to pick up the maximum amount of money subject to the constraint that no two coins adjacent in the initial row can be picked up.