TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM

TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

BÁO CÁO CUỐI KỲ

MÔN HỌC: GIẢI TÍCH UD CHO CNTT

Mã môn học: 501031

TP. HỒ CHÍ MINH, THÁNG 1 NĂM 2022

TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

BÁO CÁO CUỐI KỲ

MÔN HỌC: GIẢI TÍCH UD CHO CNTT

Mã môn học: 501031

Họ và tên sinh viên: **TRẦN QUANG ĐÃNG**

Mã số sinh viên: **52100174**

Ngành học: **KHOA HỌC MÁY TÍNH**

Email: **52100174@student.tdtu.edu.vn**

TP. HỒ CHÍ MINH, THÁNG 1 NĂM 2022

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên với tình cảm sâu sắc và chân thành nhất, cho phép em được bày tỏ lòng biết ơn đến tất cả các thầy cô và nhà trường đã tạo điều kiện hỗ trợ, giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập. Trong suốt thời gian từ khi bắt đầu học tập tại trường đến nay, em đã nhận được rất nhiều sự quan tâm, giúp đỡ của quý thầy cô và bạn bè.

Với lòng biết ơn sâu sắc nhất, em xin gửi đến quý thầy cô ở Khoa Công Nghệ Thông Tin đã truyền đạt vốn kiến thức quý báu cho chúng em. Nhờ có những lời hướng dẫn, dạy bảo của các thầy cô nên bài báo cáo của em mới có thể thực hiện.

Một lần nữa, em xin chân thành cảm ơn thầy/cô – người đã trực tiếp giúp đỡ, quan tâm, hướng dẫn em hoàn thành tốt bài báo cáo này trong thời gian qua.

Em xin chân thành cảm ơn!

MỤC LỤC

NỘI DUNG CỦA BÀI BÁO CÁO:

Câu 1 (2 điểm) : Tính các giới hạn sau bằng quy tắc L' Hospital

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{76x-\sin(76x)}$

b) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\cot x-\dfrac{1}{177x}\right)$

Câu 2 (2 điểm):

a) Cho hàm $f(x,y)=xe^{76y}+ye^{177x}+1$. Tính các đạo hàm riêng cấp một $f_x(1,0), f_y(1,0)$

$b)$ Tính đạo hàm riêng cấp hai f''_{xy} với $f(x,y)=\ln\left(76x^4+177y^2+2\right)$

Câu 3 (2 điểm): Tìm cực trị địa phương của hàm số sau:

$z(x,y)=x^2+177xy+y^2-2x-7y+76$

Câu 4 (2 điểm): Tính tích phân sau: $I=\int\dfrac{76x}{177-7x}dx$

Câu 5 (1 điểm): Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số dương sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{(177n)^n}$$

Câu 6 (1 điểm): Tính đạo hàm cấp 1 của hàm số $y = x^{14x}$

---HẾT ĐỀ---

BÀI GIẢI:

Bài làm câu 1:

Câu 1 (2 điểm) : Tính các giới hạn sau bằng quy tắc L' Hospital

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{76x - \sin(76x)}$

Ta thấy giới hạn có dạng $\dfrac{0}{0}$ nên dùng quy tắc L' Hospital để khử dạng vô định

Bài làm:

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{76x - \sin(76x)} \overset{(L)}{=\!=} \lim_{x \to 0} \frac{2x}{76 - 76\cos(76x)} \overset{(L)}{=\!=} \lim_{x \to 0} \frac{2}{76^2 \sin(76x)}$$

Xét

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2}{76^2 \sin(76x)} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{2}{76^2 \sin(76x)} = -\infty$$

Vì $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{2}{76^2 \sin(76x)} \neq \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{2}{76^2 \sin(76x)}$ nên $\nexists \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2}{76x - \sin(76x)}$

$b)\ \lim_{x\to 0}\left(\cot x-\frac{1}{177x}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\tan x}-\frac{1}{177x}=\lim_{x\to 0}\frac{177x-\tan x}{177x\tan x}$

K*hi* $x\to 0$ áp dụng tính chất vô cùng bé ta có: $177x\tan x\sim 177x^2$

T*ừ* đó: $\lim_{x\to 0}\frac{177x-\tan x}{177x\tan x}\sim\lim_{x\to 0}\frac{177x-\tan x}{177x^2}$

Đ*ến* đây ta thấy có dạng $\frac{0}{0}$ nên dùng quy tắc L' Hospital để khử dạng vô định

$$\lim_{x\to 0}\frac{177x-\tan x}{177x^2}\overset{(L)}{=\!=}\lim_{x\to 0}\frac{176-\tan^2 x}{354x}=\lim_{x\to 0}\frac{176-\tan^2(0)}{354x}=\lim_{x\to 0}\frac{88}{177x}$$

$$\begin{cases}\lim_{x\to 0^+}\frac{88}{177x}=+\propto\\ \lim_{x\to 0^-}\frac{88}{177x}=-\propto\end{cases}$$

Vì $\lim_{x\to 0^+}\lim_{x\to 0^+}\frac{88}{177x}\neq\lim_{x\to 0^-}\lim_{x\to 0^+}\frac{88}{177x}$ nên $\nexists\lim_{x\to 0}\left(\cot x-\frac{1}{177x}\right)$

<u>Bài làm câu 2:</u>

Câu 2 (2 điểm):

a) Cho hàm $f(x,y)=xe^{76y}+ye^{177x}+1$. Tính các đạo hàm riêng cấp một $f_x(1,0), f_y(1,0)$

$b)$ Tính đạo hàm riêng cấp hai f''_{xy} với $f(x,y)=\ln\left(76x^4+177y^2+2\right)$

Bài làm:

Để tìm đạo hàm riêng theo 1 biến của một hàm số ta đạo hàm theo biến đó với giả thuyết rằng các biến khác là hằng số.

$a) f(x,y) = xe^{76y} + ye^{177x} + 1$

áp dụng các công thức $(uv)' = u'v + uv'$ và $\left(e^{u}\right)' = u'e^{u}$

$f'_x = e^{76y} + 177ye^{177x} \Rightarrow f_x(1,0) = 1$

$f'_y = 76xe^{76y} + e^{177x} \Rightarrow f_y(1,0) = e^{177} + 76$

$b) f(x,y) = \ln\left(76x^4 + 177y^2 + 2\right)$

áp dụng công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$$\Rightarrow f_x = \frac{\left(76x^4 + 177y^2 + 2\right)'_x}{76x^4 + 177y^2 + 2} = \frac{304x^3}{76x^4 + 177y^2 + 2}$$

áp dụng công thức $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$

$$\Rightarrow f''_{xy} = \frac{-304x^3\left(76x^4 + 177y^2 + 2\right)'_y}{\left(76x^4 + 177y^2 + 2\right)^2} = \frac{-107616x^3y}{\left(76x^4 + 177y^2 + 2\right)^2}$$

<u>Bài làm câu 3:</u>

Câu 3 (2 điểm): Tìm cực trị địa phương của hàm số sau:

$\mathrm{z}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathrm{x}^2 + 177\mathrm{xy} + \mathrm{y}^2 - 2\mathrm{x} - 7\mathrm{y} + 76$

Để tìm cực trị hàm hai biến số $z(x,y)$ ta có thể làm như sau:

$Bước\ 1:$ Tìm tập xác định D

$Bước\ 2:$ Giải hệ phương trình đạo hàm riêng cấp 1 $\begin{cases} z'_x(x,y)=0 \\ z'_y(x,y)=0 \end{cases}$

để tìm các điểm dừng$\left(nếu\ có\right)$: $(x_0,y_0)\in D$,..

$Bước\ 3:$ $Tính$ các đạo hàm riêng cấp 2:$z''_{x^2}(x,y); z''_{xy}(x,y); z''_{y^2}(x,y)$

$Bước\ 4:$ $Tại$ điểm dừng $(x_0,y_0)\in D$ tính $A=z''_{x^2}(x_0,y_0); B=z''_{xy}(x_0,y_0); C=z''_{y^2}(x_0,y_0)$

$-Nếu$ $\Delta=AC-B^2>0$ thì:

+Nếu A>0 thì điểm $(x_0,y_0)\in D$ là điểm cực tiểu.

+Nếu A<0 thì điểm $(x_0,y_0)\in D$ là điểm cực đại.

$-Nếu$ $\Delta=AC-B^2<0$ thì $(x_0,y_0)\in D$ là không phải là điểm cực trị.

$-Nếu$ $\Delta=AC-B^2=0$ thì chưa có kết luận gì về tính cực trị của điểm $(x_0,y_0)\in D$.

Chú ý: khi tìm cực trị hàm nhiều biến không chỉ dừng ở việc kiểm tra ở các điểm dừng mà nên kiểm tra ở tất cả các điểm giới hạn.

Từ các bước trên ta trình bày bài làm như sau:

$z(x,y)=x^2+177xy+y^2-2x-7y+76$

$Bước\ 1:$ $Tập$ xác định $D=\mathbb{R}$

$Bước\ 2:$

$z'_x=2x+177y-2$

$z'_y=177x+2y-7$

Tìm điểm dừng:

$$\begin{cases} 2x+177y-2=0 \\ 177x+2y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{247}{6265} \\ y=\dfrac{68}{6265} \end{cases} \to \left(\dfrac{247}{6265},\dfrac{68}{6265}\right)\in \text{D là một điểm dừng}$$

Bước 3:

$z''_{x^2} = 2, z''_{xy} = 177, z''_{y^2} = 2$

Bước 4 :

Tại $\left(\frac{247}{6265}, \frac{68}{6265}\right) \in D$

$A = z''_{x^2} = 2, B = z''_{xy} = 177, C = z''_{y^2} = 2$

$\Delta = AC - B^2 = 2.2 - 177^2 = -31325$

Ta có $\Delta < 0$ nên $\left(\frac{247}{6265}, \frac{68}{6265}\right) \in D$ không phải là điểm cực trị của hàm số.

Vậy $z(x,y) = x^2 + 177xy + y^2 - 2x - 7y + 76$ không có cực trị.

<u>Bài làm câu 4:</u>

Câu 4 (2 điểm): Tính tích phân sau: $I = \int \frac{76x}{177-7x}dx$

Ta thực hiện chia tử cho mẫu để đưa về các dạng cơ bản đã học:

Các nguyên hàm cơ bản dùng trong bài này:

$$\int dx = x + C$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$$

Bài làm:

$$I = \int \frac{76x}{177-7x}dx = -\int \frac{76(177-7x)-13452}{7(177-7x)}dx = \frac{-76}{7}\int dx + \frac{13452}{7}\int \frac{1}{177-7x}dx = I_1 + I_2$$

$$I_1 = \frac{-76}{7}\int dx = \frac{-76}{7}x + C$$

$$I_2 = \frac{13452}{7}\int \frac{1}{177-7x}dx$$

Đặt $t = 177 - 7x \Rightarrow dt = -7dx$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{13452}{7}\int \frac{1}{177-7x}dx = -\frac{13452}{49}\int \frac{1}{t}dt = -\frac{13452}{49}\ln|t| + C = -\frac{13452}{49}\ln|177-7x| + C$$

Vậy $I = \int \frac{76x}{177-7x}dx = \frac{-76}{7}x - \frac{13452}{49}\ln|177-7x| + C$

<u>Bài làm câu 5:</u>

Câu 5 (1 điểm): Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số dương sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(177n)^n}$$

Bài làm :

Tiêu chuẩn Cauchy:

Cho chuỗi số dương $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ có $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} \geq 0$.Khi đó,

-Nếu k<1 thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ hội tụ.

-Nếu k>1 thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ phân kì.

-Nếu k=1 thì chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ chưa kết luận được hội tụ hay phân kì.

Từ đó ta có bài làm như sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(177n)^n}$$

$$u_n = \frac{7^n}{(177n)^n}$$

Xét $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|u_n|} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|\frac{7^n}{(177n)^n}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{7}{177n}\right| = 0 < 1$

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{(177n)^n}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Cauchy

<u>Bài làm câu 6:</u>

Câu 6 (1 điểm): Tính đạo hàm cấp 1 của hàm số $y = x^{14x}$

Thoạt nhìn ta thấy việc đạo hàm sẽ rất khó khăn nên ta sẽ loganepe 2 vế và dùng các đạo hàm cơ bản

Một số công thức đạo hàm dùng trong bài:

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Bài làm:

$y = x^{14x} \Rightarrow \ln y = 14x \ln x$

Đạo hàm 2 vế ta có:

$$\frac{y'}{y} = 14\ln x + 14 \Rightarrow y' = y(14\ln x + 14) = 14x^{14x}(\ln x + 1)$$

Vậy $y' = \left(x^{14x}\right)' = 14x^{14x}(\ln x + 1)$

Bài báo cáo của em đến đây là hết,em xin cảm ơn quý thầy cô đã xem.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] *James Stewart, 2000,* Essential Calculus
[2] *James Stewart,* 2014, *Calculus 7th edition solutions*