TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

BÁO CÁO CUỐI KỲ

MÔN HỌC: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH CHO CNTT
Mã môn học: 501032

TP. HỒ CHÍ MINH, THÁNG 6 NĂM 2022

TỔNG LIÊN ĐOÀN LAO ĐỘNG VIỆT NAM
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÔN ĐỨC THẮNG

BÁO CÁO CUỐI KỲ

MÔN HỌC: GIẢI TÍCH UD CHO CNTT

Mã môn học: 501032

Họ và tên sinh viên: **TRẦN QUANG ĐÃNG**

Mã số sinh viên: **52100174**

Ngành học: **KHOA HỌC MÁY TÍNH**

Email: **52100174@student.tdtu.edu.vn**

TP. HỒ CHÍ MINH, THÁNG 6 NĂM 2022

LỜI CẢM ƠN

Trước tiên với tình cảm sâu sắc và chân thành nhất, cho phép em được bày tỏ lòng biết ơn đến tất cả các thầy cô và nhà trường đã tạo điều kiện hỗ trợ, giúp đỡ em trong suốt quá trình học tập. Trong suốt thời gian từ khi bắt đầu học tập tại trường đến nay, em đã nhận được rất nhiều sự quan tâm, giúp đỡ của quý thầy cô và bạn bè.

Với lòng biết ơn sâu sắc nhất, em xin gửi đến quý thầy cô ở Khoa Công Nghệ Thông Tin đã truyền đạt vốn kiến thức quý báu cho chúng em. Nhờ có những lời hướng dẫn, dạy bảo của các thầy cô nên bài báo cáo của em mới có thể thực hiện.

Một lần nữa, em xin chân thành cảm ơn thầy/cô – người đã trực tiếp giúp đỡ, quan tâm, hướng dẫn em hoàn thành tốt bài báo cáo này trong thời gian qua.

Em xin chân thành cảm ơn!

MỤC LỤC

NỘI DUNG CỦA BÀI BÁO CÁO:

Đề tài số 1

Câu 1: Tính định thức ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{pmatrix}$$

Câu 2:Cho 2 ma trận A và B giải hai phương trình AX=B và XB=A

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 3:Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho cơ sở $S = \{(-1,1,1), (1,-1,1), (1,1,-1)\}$ tìm toạ độ vecto $v = (2,4,8)$ đối với cơ sở S

Câu 4:Tìm các giá trị riêng và không gian con riêng tương ứng của ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Câu 5:Chéo hoá ma trận sau nếu đươc:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

---HẾT ĐỀ---

<u>BÀI GIẢI:</u>

<u>Bài làm câu 1</u>:

$Câu\ 1: Tính\ định\ thức\ ma\ trận\ sau:$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{pmatrix}$$

Lí thuyết:Một số tính chất của định thức:

Tính chất 1:Định thức không đổi nếu biến dòng i thành dòng I cộng k lần dòng j(k∈ℝ,i#j).

Tính chất 2:Đổi chỗ hai dòng hoặc hai cột thì định thức đổi dấu.

Tính chất 3:Nếu nhân tất cả các phần tử của dòng hoặc cột cho số k thì định thức nhân lên k lần.

Tính chất 4:Định thức ma trận tam giác bằng tích các phần tử trên đường chéo chính.

Tính chất 5:Nếu ma trận có 1 dòng hoặc 1 cột bằng 0 thì định thức bằng 0.

Áp dụng một số tính chất trên ta có bài giải như sau:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{vmatrix} \overline{\overline{D_2 \to D_2 - D_1}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 74 \end{vmatrix} \overline{\overline{-D_2 \leftrightarrow D_3}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 74 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

Vậy det(A)=1

<u>Bài làm câu 2:</u>

Câu 2:Cho 2 ma trận A và B giải hai phương trình AX=B và XB=A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{pmatrix} \text{ và } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cách làm:

- B1:Tìm ma trận nghịch đảo lần lượt của A và B
- B2:Giải phương trình

1)$AX = B \Leftrightarrow A^{-1}AX = A^{-1}B \Leftrightarrow X = A^{-1}B$

2)$XB = A \Leftrightarrow XBB^{-1} = AB^{-1} \Leftrightarrow X = AB^{-1}$

Cách tìm ma trận nghịch đảo:

- B1:-Kiểm tra det(A)#0 hay chưa.

  -Lập ma trận (A|I) bằng cách thêm vào bên phải ma trận A ma trận đơn vị cùng cấp.

- B2:-Biến đổi so cấp theo dong của (A|I) đưa về dạng (I|B) với B là ma trận.

  +Nếu không thể biến đổi,tức là trong quá trình biến đổi sơ cấp ma trận bên xuất hiện dòng không ⇒Kết luận A không khả nghịch

  +Ngược lại ⟹Kết luận:A khả nghịch với ma trận khả nghịch là B tức là $A^{-1} = B$

Từ các hướng dẫn trên ta có bài làm như sau:

B1:Tìm nghịch đảo ma trận A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 \end{pmatrix}$$

Kiểm tra det(A)=1#0(thoả mãn)

Lập ma trận$(A|I_3)$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{D_2 \to D_2 - D_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 74 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{D_2 \leftrightarrow D_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 74 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{D_3 \to -D_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 74 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow[D_1 \to D_1 - D_3]{D_2 \to D_2 - 74D_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -74 & 74 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{D_1 \to D_1 - D_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 74 & -73 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -74 & 74 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 74 & -73 & -1 \\ -74 & 74 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Tìm ma trận nghịch đảo của B

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Kiểm tra det(B)=1#0(Áp dụng phương pháp ở câu 1)(thoả mãn)

Lập ma trận$(B|I_3)$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\1&2&1&0&1&0\\0&2&1&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow{D_2\to D_2-D_1}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&1&0&-1&1&0\\0&2&1&0&0&1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{D_3\to D_3-2D_2}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&1&0&-1&1&0\\0&0&1&2&-2&1\end{array}\right)\xrightarrow{D_1\to D_1-D_3}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&0&-1&2&-1\\0&1&0&-1&1&0\\0&0&1&2&-2&1\end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{D_1\to D_1-D_2}\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&0&1&-1\\0&1&0&-1&1&0\\0&0&1&2&-2&1\end{array}\right)$$

$$\Rightarrow B^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&-1\\-1&1&0\\2&-2&1\end{pmatrix}$$

Phương trình 1:

$$AX=B\Leftrightarrow X=\mathrm{A}^{-1}B=\begin{pmatrix}74&-73&-1\\-74&74&1\\1&-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&1\\0&2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-74&0\\0&76&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow X=\begin{pmatrix}1&-74&0\\0&76&1\\0&-1&0\end{pmatrix}$$

Phương trình 2:

$$XB=A\Leftrightarrow X=AB^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&0\\0&1&74\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&-1\\-1&1&0\\2&-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&2&-1\\147&-147&74\end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow X=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&2&-1\\147&-147&74\end{pmatrix}$$

Bài làm câu 3:

Câu 3:Trong không gian $\mathbb{R}^3$ cho cơ sở $S=\{(-1,1,1),(1,-1,1),(1,1,-1)\}$ tìm toạ độ vecto $v=(2,4,8)$ đối với cơ sở S

Bài làm:

Chứng minh S là cơ sở của $\mathbb{R}^3 \Leftrightarrow \begin{cases}\dim(\mathbb{R}^3)=3(\text{Đúng})\\ S\ \text{độc lập tuyến tính}\end{cases}$

Xét phương trình:$aS_1+bS_2+cS_3=0\Leftrightarrow a(-1,1,1)+b(1,-1,1)+c(1,1,-1)=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b+c=0\\a-b+c=0\\a+b-c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\c=0\end{cases}\Longrightarrow S\ \text{độc lập tuyến tính}$$

Vậy S là cơ sở của $\mathbb{R}^3$

Gọi toạ độ của $v = (2,4,8)$ trong cở sở S là $(v)_S = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$

$\Rightarrow (2,4,8) = a(-1,1,1) + b(1,-1,1) + c(1,1,-1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + c = 2 \\ a - b + c = 4 \\ a + b - c = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 5 \\ c = 3 \end{cases}$

Vậy $(v)_S = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Bài làm câu 4:

Câu 4:Tìm các giá trị riêng và không gian con riêng tương ứng của ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Xét $\mathrm{A} - \lambda\, \mathrm{I}_3 = \begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 & -1 \\ 0 & -2-\lambda & 3 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{pmatrix}$

Xét phương trình đặc trưng $\det(\mathrm{A} - \lambda\, \mathrm{I}_3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -1 \\ 0 & -2-\lambda & 3 \\ 0 & 0 & 3-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (1-\lambda)(-2-\lambda)(3-\lambda) = 0$

Vậy có 3 giá trị riêng $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3$

Tìm vecto riêng

$TH_{1:}\ \lambda_1 = 1$

Gọi $x = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ là $VTR \Rightarrow (\mathrm{A} - \lambda_1\, \mathrm{I}_3)x = 0$

Xét $\mathrm{A} - \lambda_1\, \mathrm{I}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{D_3 \to 2D_1 + D_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -c = 0 \\ -3b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t \\ b = 0, (t \in \mathbb{R}) \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow VTR\ x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$TH_{2:}\ \lambda_2 = -2$

Gọi $y = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ là $VTR \Rightarrow (\mathrm{A} - \lambda_2\, \mathrm{I}_3)y = 0$

Xét $A - \lambda_2 I_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{D_3 \to 5D_2 - 3D_3} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - c = 0 \\ 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = t, (t \in \mathbb{R}) \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow VTR\ y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$TH_{3:}\ \lambda_3 = 3$

Gọi $z = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ là $VTR\ \Rightarrow (A - \lambda_3 I_3)z = 0$

Xét $A - \lambda_3 I_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - c = 0 \\ -5b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t \\ b = \dfrac{-6t}{5}, (t \in \mathbb{R}) \\ c = -2t \end{cases} \Rightarrow VTR\ z = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix}$

Vậy có 3 giá trị riêng $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3$,và 3 $VTR\ \ x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, z = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix}$

Bài làm câu 5:

Câu 5:Chéo hoá ma trận sau nếu được:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Bài làm:

Xét $A - \lambda I_3 = \begin{pmatrix} 1 - \lambda & 0 & -1 \\ 0 & -2 - \lambda & 3 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{pmatrix}$

Xét phương trình đặc trưng $\det(A - \lambda I_3) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 0 & -1 \\ 0 & -2 - \lambda & 3 \\ 0 & 0 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (1 - \lambda)(-2 - \lambda)(3 - \lambda) = 0$

Vậy có 3 giá trị riêng $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3$

$TH_{1:}\ \lambda_1 = 1(bội\ 1)$

Gọi $x = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ $là\, VTR \Rightarrow (A - \lambda_1 I_3)x = 0$

Xét $A - \lambda_1 I_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{D_3 \to 2D_1 + D_3} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -c = 0 \\ -3b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t \\ b = 0, (t \in \mathbb{R}) \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{(1)} = \langle (1,0,0) \rangle$

$TH_{2:}\ \lambda_2 = -2(bội\ 1)$

Gọi $y = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ $là\, VTR \Rightarrow (A - \lambda_2 I_3)y = 0$

Xét $A - \lambda_2 I_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{D_3 \to 5D_2 - 3D_3} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - c = 0 \\ 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = t, (t \in \mathbb{R}) \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow E_{(-2)} = \langle (0,1,0) \rangle$

$TH_{3:}\ \lambda_3 = 3(bội\ 1)$

Gọi $z = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ $là\, VTR \Rightarrow (A - \lambda_3 I_3)z = 0$

Xét $A - \lambda_3 I_3 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - c = 0 \\ -5b + 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t \\ b = \dfrac{-6t}{5}, (t \in \mathbb{R}) \\ c = -2t \end{cases} \Rightarrow E_{(3)} = \langle (-5,6,10) \rangle$

Vậy ma trận chéo hoá của A là $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

Bài báo cáo của em đến đây là hết,em xin cảm ơn quý thầy cô đã xem.

DANH MỤC TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] *The Matrix Algebra Calculator:Linear Algebra Problems for Computer Solution*