**§ Divide and Conquer §**

**Example 1.**

Thuật toán được chia thành 5 pb con mỗi pb có kích thước bằng ½ đầu vào của nó nên

Ta có: T(n) = 5T(n/2) + O(n) =  + O(n)

a=5, b = 2, k =1

=> Độ phức tạp của thuật toán sẽ là 

**Example 2.**

T(n) = 2T(n-1) + C

= 2(2T(n-2) + O(1)) + O(1)

= 22T(n-2) + 2O(1) + O(1)

= 22[2T(n-3) + O(1)] + 2O(1) + O(1)

= 23T(n-3) + 22O(1) + 2O(1) + O(1)

= 2kT(n-k) + (2k-1+ 2k-2+…+2+1)O(1)

Tại k = n -1

* T(n) = 2kT(1) + (2k-1+ 2k-2+ … + 2 + 1)O(1)

= 2n-1T(1) + (2n-1-1)O(1)

= O(2n)

**Example 3.**

Ta có T(n) = 9 T(n/3) + O(n2)

Áp dụng công thức Master ta có a = 9, b =3, k =2, p = 0

Nhận thấy a= bk và p > -1 => T(n) = O(n2logn)

**Example 4.**

Ta có T(n) = 2T(n/2) + 1

Nhận thấy a= 2, b =2, k =0, p = 0

Và a>bk => độ phức tạp sẽ là O(n)

**Giới thiệu Master Theorem for Divide and Conquer Recurrences**

**BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Exercise 1.**

T(n) = 3T(n/2) + n2

Theo công thức Master: a = 3, b =2 và  = n2

K = 2, p = 0

Nhận thấy 3 < 22 = 4 và p<0 nên T(n) = O(n2)

**Exercise 2.**

T(n) = 4T(n/2) + n2

Theo công thức Master ta có: a=4, b=2, k=2, p = 0

Nhận thấy a = 4 = bk= 22 và p > -1 nên T(n) = O(n2logn)

**Exercise 3.**

T(n) = 16T(n/4) + n

Theo công thức Master ta có: a=16, b = 4, k = 1, p = 0

Nhận thấy a>bk nên T(n) = O(n2)

**Exercise 4.**

T(n) = 2T(n/2) + n/logn

Theo công thức master ta có: a = 2, b =2, k = 1, p = -1

Nhận thấy a=bk mà p = -1 nên T(n) = O(nloglogn)

**Exercise 5.**



Theo công thức Master ta có: a =, b = 2, k = 0, p = 1

Nhận thấy: a>bk nên T(n) = O(n0.5)

**Exercise 6.**



Theo công thức Master ta có: a= 3, b = 3, k = ½ , p = 0

Nhận thấy a > bk nên T(n) = O(n)

**Exercise 7.**

T(n) = T(0.6n) + O(n)

Theo công thức Master ta có: a = 1, b = 5/3, k = 1, p = 0

Nhận thấy: a< bk và p = 0 nên T(n) = O(n)

**Exercise 8.**



Đặt n = 2m => logn = m



Đặt S(m) = T(2m)

* S(m/2) = T(2m/2)
* S(m) = 2S(m/2) + m

Ta có: a = 2, b =2, k =1, p = 0

Nhận thấy a = bk, p < -1 nên 

= O(mlogm)

= O(lognloglogn)

**Exercise 9.**

T(n) = T(√n) + 1

Đặt n = 2m => logn = m

T(n) = T(2m/2) + 1

Đặt S(m) = T(2m)

S(m/2) = S(m/2) + 1

Nhận thấy a= 1, b =2, k =0, p = 0

Mà a = bk và p > -1

 

**Exercise 10.**

T(n) = 8T(n/2) + O(n3)

Theo công thức Master ta có: a= 8, b =2, k =3, p =1

Nhận thấy: a = bk nên => T(n) = O(n3logn).