

TOÁN RỜI RẠC

CASE STUDY

Xét cơ sở dữ liệu giao dịch $\mathcal{T} = (I, T)$, ở đây

$I = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$: tập các mặt hàng

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$: tập các giao dịch

& Bảng dữ liệu

$\begin{matrix} I \\ T \end{matrix}$	i_1	i_2	\dots	i_n
t_1	1	0	\dots	1
t_2	0	1	\dots	1
\vdots	\vdots	\vdots	\dots	\vdots
t_m	0	1	\dots	0

Bảng 1

1) Xây dựng các ánh xạ:

(Q1) : Danh sách các giao dịch đều có tập mặt hàng X ($X \subseteq I$)

(Q2) : Danh sách mặt hàng đều có trong tập giao dịch A ($A \subseteq T$)

→ Lời giải của 2 truy vấn trên thật ra là các ánh xạ sau đây:

(Q1) $\leftrightarrow \rho : \mathcal{P}(I) \rightarrow \mathcal{P}(T)$

$X \mapsto \rho(X) = \text{Tập các giao dịch đều có mọi mặt hàng thuộc } X$

(Q2) $\leftrightarrow \lambda : \mathcal{P}(T) \rightarrow \mathcal{P}(I)$

$A \mapsto \lambda(A) = \text{Tập mặt hàng có trong mọi giao dịch thuộc } A$

2) Biểu diễn các ánh xạ ρ & λ :

Đặt $\mathbf{R} \equiv \{(i, t) \in I \times T \mid \text{ô } (i, t) = 1\}$ của Bảng 1 (để ý $R \subseteq I \times T$).

Thuật ngữ: khi đó cơ sở dữ liệu giao dịch \mathcal{T} gọi là một ngữ cảnh (i.e. một tình huống cụ thể), ký hiệu $\mathcal{T} = (I, T, R)$.

Sử dụng tập R , ta có thể viết các ánh xạ ρ & λ như sau:

$$\begin{aligned} \forall X \subseteq I: \rho(X) &= \{t \in T \mid \forall i \in X, (i, t) \in R\} \\ \forall A \subseteq T: \lambda(A) &= \{i \in I \mid \forall t \in A, (i, t) \in R\} \end{aligned}$$

Thuật ngữ: các ánh xạ ρ, λ gọi là các hàm dẫn xuất trong ngữ cảnh giao dịch $\mathcal{T} = (I, T, R)$.

3) Tính chất của các (ánh xạ) hàm dẫn xuất:

Tính chất 1. Ta có:

$$(a) \forall X, Y \subseteq I: \rho(X \cup Y) = \rho(X) \cap \rho(Y)$$

$$(b) \forall A, B \subseteq T: \lambda(A \cup B) = \lambda(A) \cap \lambda(B)$$

Hệ quả 1:

$$(a) \forall X \subseteq I:$$

$$\rho(X) = \bigcap_{i \in X} \rho(\{i\})$$

$$(b) \forall A \subseteq T:$$

$$\lambda(A) = \bigcap_{t \in A} \lambda(\{t\})$$

Tính chất 2. Ta có

$$(a) \forall X, Y \subseteq I: X \subseteq Y \Rightarrow \rho(X) \supseteq \rho(Y)$$

$$(b) \forall A, B \subseteq T: A \subseteq B \Rightarrow \lambda(A) \supseteq \lambda(B)$$

Nhận xét:

Từ (a) ta có $\emptyset \subseteq X (\forall X \subseteq I) \Rightarrow \rho(\emptyset) \supseteq \rho(X) (\forall X \subseteq I)$ nên quy ước $\boxed{\rho(\emptyset) = T}$

Tương tự, từ (b) ta quy ước $\boxed{\lambda(\emptyset) = I}$

Tính chất 3. Ta có:

$$(a) \forall X \subseteq I: X \subseteq \lambda \circ \rho(X)$$

$$(b) \forall A \subseteq T: A \subseteq \rho \circ \lambda(A)$$

Tính chất 4.

$$(a) \forall X \subseteq I: \rho \circ \lambda \circ \rho(X) = \rho(X)$$

$$(b) \forall A \subseteq T: \lambda \circ \rho \circ \lambda(A) = \lambda(A)$$

4) Ánh xạ đóng

Đặt $h = \lambda \circ \rho: \mathcal{P}(I) \rightarrow \mathcal{P}(I)$

$$X \mapsto \lambda \circ \rho(X)$$

Khi đó ánh xạ h có các tính chất

$$(i) \forall X \subseteq I: X \subseteq h(X)$$

$$(ii) \forall X, Y \subseteq I: X \subseteq Y \Rightarrow h(X) \subseteq h(Y)$$

$$(iii) \forall X \subseteq I: h(h(X)) = h(X)$$

(là bởi các Tính chất 2, 3 & 4 ở trên)

h được gọi là **ánh xạ đóng** (đối với tập mặt hàng I) của ngữ cảnh \mathcal{T} .

Tập đóng của h : định nghĩa là

$$C_h \equiv \{X \subseteq I \mid h(X) = X\}$$

gọi là tập (các tập) đóng của ánh xạ h (Tập các tập mặt hàng đóng).

Yêu cầu:

1. Mô hình bài toán (mô hình hóa dữ liệu)
2. Viết cụ thể các ánh xạ ρ & λ
3. Thực hiện các truy vấn phổ biến:
 - Q1) Danh sách các giao dịch có mặt hàng ***i1 và i3/i1 hoặc i3***
 - Q1*) Danh sách các giao dịch có tập hợp mặt hàng ***X / X hoặc Y (X,Y ⊆ I)***
 - Q2) Danh sách các mặt hàng có trong giao dịch ***t1 và t2 /t1 hoặc t2***
 - Q2*) Danh sách các mặt hàng đều có trong tập giao dịch ***A / A hoặc B (A,B ⊆ T)***
 - Q3) Danh sách các giao dịch có mặt hàng ***i1 và không có i3***
 - Q3*) Danh sách các giao dịch có mặt hàng ***X và không có Y (X,Y ⊆ I)***
 - Q4) Danh sách các mặt hàng có trong giao dịch ***t1 và không có t7***
 - Q4*) Danh sách các mặt hàng đều có trong tập giao dịch ***A và không có trong giao dịch B (A,B ⊆ T)***
4. Chứng minh (C_h, \subseteq) là 1 dàn
5. Xác định cấu trúc dàn (C_h, \vee, \wedge)
6. Chứng minh các tính chất 1, 2, 3, 4