

**ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**



BÀI GIẢNG

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT



Nguyễn Trọng Chinh
chinhnt@uit.edu.vn

NỘI DUNG MÔN HỌC

- ❖ CHƯƠNG I: TỔNG QUAN VỀ GT VÀ CTDL
- ❖ CHƯƠNG II: TÌM KIẾM VÀ SẮP XẾP
- ❖ CHƯƠNG III: CẤU TRÚC DỮ LIỆU ĐỘNG
- ❖ CHƯƠNG IV: NGĂN XẾP VÀ HÀNG ĐỢI
- ❖ CHƯƠNG V: CẤU TRÚC CÂY
- ❖ CHƯƠNG VI: BẢNG BĂM
- ❖ ÔN TẬP

ĐÁNH GIÁ MÔN HỌC

- ❖ Điểm quá trình: 10% (tham dự lớp học, thảo luận trên diễn đàn).
- ❖ Thi thực hành cuối kỳ: 20% (theo quy định của giảng viên dạy thực hành)
- ❖ Thi lý thuyết giữa kỳ: 20%
- ❖ Thi lý thuyết cuối kỳ: 50%

TÀI LIỆU HỌC TẬP, THAM KHẢO

GIÁO TRÌNH CHÍNH

- ❖ Giáo trình Cấu Trúc Dữ Liệu & Giải Thuật, Đỗ Văn Nhơn, Trịnh Quốc Sơn, NXB ĐHQG-HCM, 2015.

TÀI LIỆU HỌC TẬP, THAM KHẢO

THAM KHẢO

- ❖ Mark Allen Weiss, 2014, Data Structures and Algorithm Analysis in C++, Fourth Edition, Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley.
- ❖ Mark Allen Weiss, 2010, Data Structures and Algorithm Analysis in C, Fourth Edition, Pearson Education, Inc., publishing as Addison-Wesley.

CÔNG CỤ THỰC HÀNH

- ❖ Microsoft Visual Studio C++ (phiên bản 2008 trở về sau).

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT

CHƯƠNG I

TỔNG QUAN VỀ CTDL VÀ GT



TỔNG QUAN VỀ CTDL VÀ GT

- ❖ CẤU TRÚC DỮ LIỆU
- ❖ KIỂU DỮ LIỆU
- ❖ GIẢI THUẬT
- ❖ ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT
- ❖ CÁC CHIẾN LƯỢC THIẾT KẾ GIẢI THUẬT

CẤU TRÚC DỮ LIỆU

❖ KHÁI NIỆM

- Là cách tổ chức lưu trữ dữ liệu trong máy tính để mô hình hóa các điều kiện của bài toán, từ đó có thể sử dụng dữ liệu một cách hiệu quả.
- Cấu trúc dữ liệu có vai trò rất quan trọng trong việc giải quyết vấn đề bằng máy tính.

CẤU TRÚC DỮ LIỆU

❖ Ví dụ 1:

Viết chương trình nhập vào một danh sách gồm thông tin của cá nhân với họ và tên, năm sinh và giới tính. In ra danh sách cá nhân theo dạng như sau:

Truong Van Minh, 1998, Nam

Hoang Thi Thu Trang, 1998, Nu

```
#include <iostream>
using namespace std;
#define MAX_LIST 30
#define MAX_INFO 100
typedef char Canhan[MAX_INFO];
void nhap(Canhan ds[], int *sl) {
    int i;
    cout << "So luong nguoi: ";
    cin >> *sl; cin.ignore();
    for (i = 0; i < *sl; i++) {
        cout << "Nguoi thu " << i << ": ";
        cin.getline(ds[i], MAX_INFO);
    }
}
```

```
void xuat(Canhan ds[], int sl) {
    int i;
    cout << "Co " << sl << " nguoi" << endl;
    for (i = 0; i < sl; i++)
        cout << ds[i] << endl;
}

int main() {
    Canhan nhom[MAX_LIST];
    int n;
    nhap(nhom, &n);
    xuat(nhom, n);
    return 0;
}
```

CẦU TRÚC DỮ LIỆU

❖ Ví dụ 2:

Với yêu cầu như Ví dụ 1, giả sử có thêm yêu cầu:

Cho phép nhập vào giá trị t là số tuổi và in ra tất cả thông tin họ và tên, tuổi của các cá nhân có tuổi lớn hơn.

```
//...cac include nhu Vi du 1
#include <cstdlib>
#include <cstring>
//...cac khai bao, ham nhu Vi du 1
char* layHoTen(Canhan c) {
    char *p = strtok(c, ",");
    return p;
}
int layTuoi(Canhan c) {
    int t;
    char *p = strtok(c, ",");
    p = strtok(NULL, ",");
    t = 2018 - atoi(p);
    return t;
}
```

```
void xuatTuoi(Canhan ds[], int sl, int t) {  
    char *hoten;  
    int tuoi, i;  
    for (i = 0; i < sl; i++) {  
        tuoi = layTuoi(ds[i]);  
        if (tuoi >= t) {  
            hoten = layHoTen(ds[i]);  
            cout << hoten << ", " << tuoi << endl;  
        }  
    }  
}
```

// ham main thay the cho ham main trong Vi du 1

```
int main() {  
    Canhan nhom[MAX_LIST];  
    int n, t;  
    nhap(nhom, &n);  
    xuat(nhom, n);  
    cout << "Nhap tuoi ";  
    cin >> t;  
    xuatTuoi(nhom, n, t);  
    return 0;  
}
```


CẤU TRÚC DỮ LIỆU

❖ Bài tập:

Xây dựng cấu trúc dữ liệu phù hợp để giải quyết các yêu cầu trong Ví dụ 2

CẦU TRÚC DỮ LIỆU

❖ TIÊU CHUẨN ĐÁNH GIÁ

- Phản ánh đúng thực tế
- Phù hợp với thao tác tìm kiếm, truy xuất, cập nhật, thêm hoặc xóa.
- Tiết kiệm tài nguyên hệ thống.
- Đơn giản và dễ hiểu.

KIỂU DỮ LIỆU

❖ ĐỊNH NGHĨA

Kiểu dữ liệu T là một bộ $\langle V, O \rangle$ trong đó V là miền giá trị và O là tập các phép toán được định nghĩa trên V .

Ví dụ: unsigned char = $\langle [0, 255], \{+, -, *, /, \%, \dots\} \rangle$

Các phép toán trong hai kiểu dữ liệu khác nhau sẽ tương tác với dữ liệu của nó theo cách riêng

Ví dụ:

```
float a = 2, b = 3; int x = 2, y = 3;
```

```
x = x / y; // x = 0
```

```
a = a / b; // a = 0.6666..
```

KIỂU DỮ LIỆU

❖ CÁC KIỂU DỮ LIỆU CƠ BẢN

Là các kiểu dữ liệu được định nghĩa bởi ngôn ngữ lập trình. Kiểu dữ liệu cơ bản được gọi là kiểu dữ liệu tiền định hay nguyên thủy (primitive).

Trong C/C++, các kiểu dữ liệu cơ bản gồm char, short, long, int, float, double, enum, ...

KIỂU DỮ LIỆU

❖ CÁC KIỂU DỮ LIỆU CÓ CẤU TRÚC

Là các kiểu dữ liệu được người lập trình định nghĩa bằng cách kết hợp các kiểu dữ liệu cơ bản để biểu diễn dữ liệu của bài toán. Các kiểu dữ liệu này được gọi là kiểu dữ liệu trừu tượng (ADT - Abstract Data Type) và được xử lý bằng các hàm xây dựng riêng cho từng kiểu dữ liệu.

KIỂU DỮ LIỆU

❖ MỘT SỐ KIỂU DỮ LIỆU CÓ CẤU TRÚC

- Kiểu chuỗi ký tự: là một dãy các ký tự liên tiếp nhau.

- + Khai báo:

```
char s[10];
```

```
char s[] = "ABC";
```

```
char *s = "ABC";
```

- + Một số thao tác trên kiểu chuỗi: so sánh hai chuỗi: `strcmp()`, sao chép chuỗi: `strcpy()`, kiểm tra chuỗi: `strstr()`, cắt chuỗi: `strtok()`, đổi số ra chuỗi: `itoa()`...

KIỂU DỮ LIỆU

❖ MỘT SỐ KIỂU DỮ LIỆU CÓ CẤU TRÚC

- Kiểu mảng: là một tập hợp có thứ tự các giá trị cùng kiểu.

- + Khai báo:

<kiểu> tênbiến[<số_pt1>][<số_pt2>]...;

- + Thao tác đặc trưng: truy xuất thành phần của mảng:

<Tên_biến>[chỉ_số]

KIỂU DỮ LIỆU

❖ MỘT SỐ KIỂU DỮ LIỆU CÓ CẤU TRÚC

- Kiểu mẫu tin (record hoặc struct - cấu trúc): là tập hợp các trường giá trị có thể khác kiểu.

+ Khai báo:

```
typedef struct {  
    <kiểu> <tên_trường>;  
    <kiểu> <tên_trường>;  
} <Tên_Kiểu>;
```

// C

```
struct <Tên_Kiểu>{  
    <kiểu> <tên_trường>;  
    <kiểu> <tên_trường>;  
};
```

// C++

+ Thao tác đặc trưng: truy xuất trường

<Tên_biến>.<tên_trường>

KIỂU DỮ LIỆU

❖ MỘT SỐ KIỂU DỮ LIỆU CÓ CẤU TRÚC

- Kiểu union: là tập hợp các trường giá trị có thể khác kiểu cùng sử dụng một vùng nhớ.

+ Khai báo:

```
typedef union {  
    <kiểu> <tên_trường>;  
    <kiểu> <tên_trường>;  
} <Tên_Kiểu>;
```

// C

```
union <Tên_Kiểu>{  
    <kiểu> <tên_trường>;  
    <kiểu> <tên_trường>;  
};
```

// C++

+ Thao tác đặc trưng: truy xuất trường

<Tên_biến>.<tên_trường>

GIẢI THUẬT

❖ KHÁI NIỆM

Thuật toán (giải thuật) là tập hợp các thao tác có thứ tự sao cho khi thực hiện một số thao tác hữu hạn đó thì đạt được mục tiêu.

GIẢI THUẬT

❖ CÁC ĐẶC TRƯNG

- Tính đúng đắn
- Tính hữu hạn (dừng)
- Tính xác định
- Tính khả thi (hiệu quả)
- Tính phổ dụng (phổ quát)

GIẢI THUẬT

- ❖ QUAN HỆ GIỮA GIẢI THUẬT VÀ CTDL
 - Dữ liệu là đối tượng xử lý của giải thuật
 - Giải thuật được xây dựng phụ thuộc vào CTDL
 - CTDL được định nghĩa tốt sẽ giúp xây dựng giải thuật tốt.

GIẢI THUẬT

❖ BIỂU DIỄN GIẢI THUẬT

- Dùng ngôn ngữ tự nhiên
- Dùng lưu đồ
- Dùng mã giả (sử dụng một số cú pháp của một ngôn ngữ lập trình nào đó, chẳng hạn C/C++).

Ví dụ: Nêu giải thuật tìm số nhỏ nhất trong một dãy số:

GIẢI THUẬT

DÙNG NGÔN NGỮ TỰ NHIÊN:

Đầu vào: dãy số A , kích thước dãy n .

Đầu ra: số nhỏ nhất Min của dãy A .

B1: Đặt $j \leftarrow 1$, $\text{Min} \leftarrow A_0$.

B2: Nếu $j < n$ qua bước B3, ngược lại qua bước 5

B3: Nếu $A_j < \text{Min}$ thì $\text{Min} \leftarrow A_j$.

B4: Đặt $j \leftarrow j + 1$, đến bước B2.

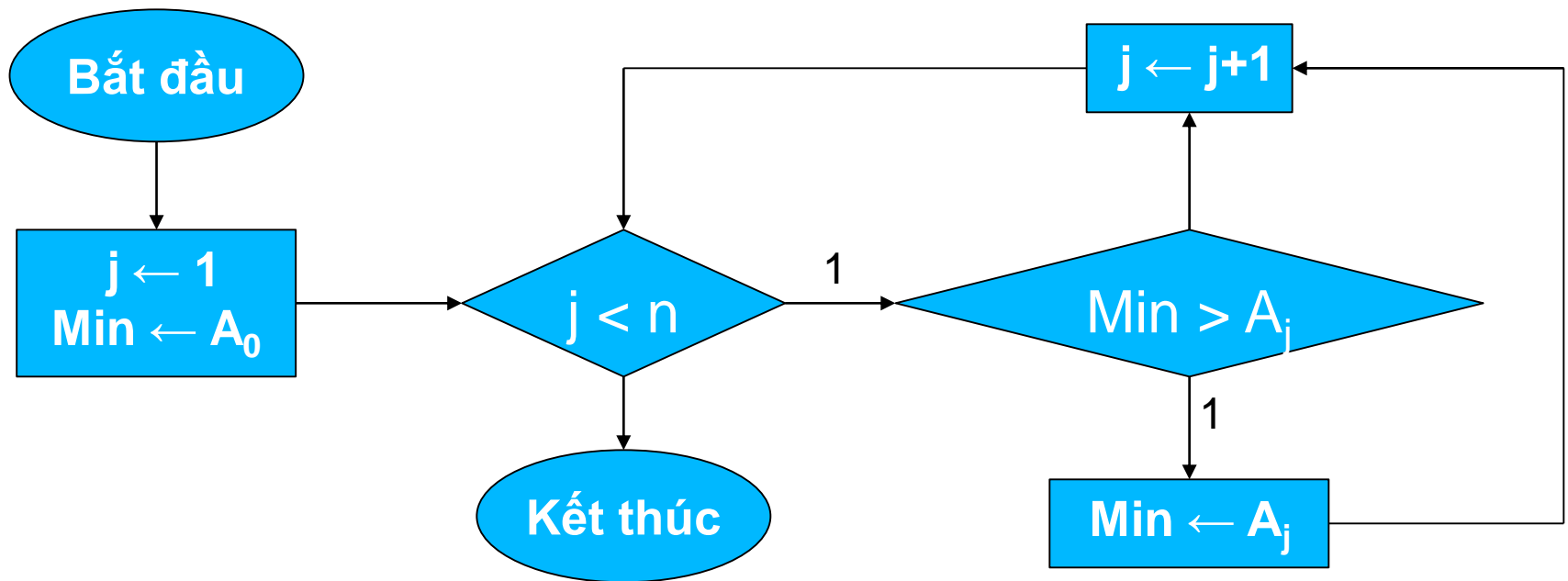
B5: Kết thúc.

GIẢI THUẬT

DÙNG LƯU ĐỒ:

Đầu vào: dãy số A , kích thước dãy n .

Đầu ra: số nhỏ nhất Min của dãy A .



GIẢI THUẬT

DÙNG MÃ GIẢ (pseudo-code):

Đầu vào: dãy số A , kích thước dãy n .

Đầu ra: số nhỏ nhất Min của dãy A .

$j \leftarrow 1, \text{Min} \leftarrow A[0]$

while $j < n$

 if $A[j] < \text{Min}$ then

$\text{Min} \leftarrow A[j]$

$j \leftarrow j + 1$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

- ❖ KHÁI NIỆM
- ❖ PHÉP TÍNH
- ❖ CÁC BƯỚC PHÂN TÍCH THUẬT TOÁN
- ❖ SỰ PHÂN LỚP CÁC THUẬT TOÁN
- ❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ KHÁI NIỆM

- Độ phức tạp của thuật toán là tốc độ tăng chi phí cho việc thực hiện thuật toán dựa trên tốc độ tăng số lượng giá trị đầu vào. Chi phí cho việc thực hiện thuật toán gồm 2 dạng: chi phí về thời gian và chi phí về không gian.
 - + Chi phí về thời gian: Thời gian máy tính thực hiện thuật toán để đưa ra đáp án.
 - + Chi phí về không gian: kích thước bộ nhớ để lưu trữ các dữ liệu sử dụng khi thực hiện thuật toán.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ KHÁI NIỆM

Ví dụ: giả sử một thuật toán có độ phức tạp về thời gian theo kích thước đầu vào n được ước lượng là n^2 , điều đó có nghĩa là số lượng phép toán có tốc độ tăng theo hàm số n^2 nếu kích thước đầu vào tăng theo n .

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

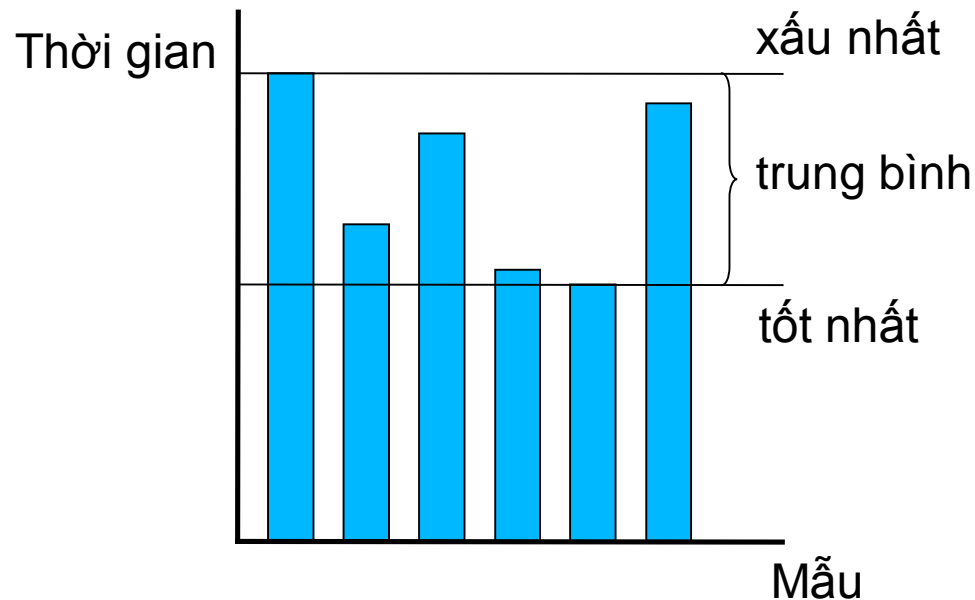
❖ KHÁI NIỆM

- Độ phức tạp tính toán được ước lượng để so sánh giữa hai thuật toán cho một bài toán nhằm chọn lựa thuật toán hiệu quả hơn.
- Giữa chi phí về thời gian và chi phí không gian có mối quan hệ tỉ lệ nghịch. Một thuật toán nếu giảm được chi phí về thời gian thì phải tăng chi phí về không gian, và ngược lại.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ KHÁI NIỆM

- Độ phức tạp tính toán có thể được ước lượng theo ba trường hợp: trường hợp xấu nhất, trường hợp trung bình và trường hợp tốt nhất.



ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÉP TÍNH

Phép tính là một công việc máy tính thực hiện có thời gian xác định và không phụ thuộc vào kích thước dữ liệu đầu vào của bài toán.

Ví dụ: một số phép tính như tính toán số học, phép gán và các lời gọi hàm xuất nhập cơ bản.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÉP TÍNH

Ví dụ: không phải phép tính:

```
void sapxep(int a[], n) {//...}
```

```
void main() {
```

```
//...
```

```
sapxep(a, n);
```

```
//...
```

```
}
```

lời gọi hàm `sapxep(a, n)` không phải là một phép tính.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Phương pháp tính số lượng phép tính phụ thuộc vào chiến lược đánh giá thuật toán. Có 3 chiến lược đánh giá thuật toán:

- Đánh giá theo trường hợp tốt nhất
- Đánh giá theo trường hợp xấu nhất.
- Đánh giá theo trường hợp trung bình.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Thông thường, với mục đích đánh giá chung, một thuật toán sẽ được đánh giá theo trường hợp xấu nhất. Mục đích là để xác định thuật toán có khả thi hay không. Việc đánh giá theo trường hợp xấu nhất có các đặc điểm sau:

- Tính toán đơn giản.
- Không ước lượng được sự hiệu quả.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Cho n là kích thước dữ liệu đầu vào, số lượng phép tính của một thuật toán được tính theo các quy tắc sau:

- Số phép tính cho một công việc là

$$f_A(n) = 1.$$

- Số phép tính cho một công việc C gồm 2 công việc liên tiếp A và B là:

$$f_C(n) = f_A(n) + f_B(n)$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

- Số phép tính cho một công việc C chứa hai công việc được lựa chọn A và B là:

$$f_C(n) = \max(f_B(n), f_A(n));$$

Ví dụ 3:

$$A = \{ a = 100; \}, f_A(n) = 1.$$

$$B = \{ a = a + 12; \}, f_B(n) = 1.$$

$$C = \{ a = 100; a = a + 12; \}, f_C(n) = f_A(n) + f_B(n) = 2.$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

- Số phép tính cho một công việc đệ quy A bằng tổng số phép tính tại các bước gọi đệ quy.

Ví dụ:

```
int gt(int n) {  
    if (n == 1) return 1;  
    else return n * gt(n - 1);  
}
```

$$f(1) = 1 + 1 = 2$$

$$f(2) = 1 + 2 + f(1)$$

$$f(3) = 1 + 2 + f(2)$$

...

$$\begin{aligned} f(n) &= 1 + 2 + f(n - 1) \\ &= 3n - 1 \end{aligned}$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Ví dụ 4:

```
D = { if a = 10
      a = 100;
      else {
            a = 100;
            a = a + 12;
          }
    }
```

$$f_D(n) = \max(f_A(n), f_C(n)) + 1 = 3.$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Ví dụ 5: tính số lượng phép tính của đoạn chương trình A sau:

```
int s = 0;  
for (i = 1; i <= n; i++) {  
    s = s + i;  
}
```

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

- 1 phép gán $s = 0 \rightarrow$ số lượng phép tính: 1
 - 1 phép gán $i = 1 \rightarrow$ số lượng phép tính: 1
 - liên tiếp n lần phép tính $s = s + i$
 - \rightarrow số lượng phép tính: $1 + \dots + 1 = n$
 - liên tiếp n lần phép kiểm tra $i \leq n$:
 - \rightarrow số lượng phép tính: n
 - liên tiếp n lần phép tăng $i++$:
 - \rightarrow số lượng phép tính: n
- \rightarrow Số lượng phép tính của đoạn chương trình: $3n+2$.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

Ví dụ 6: tính số lượng phép tính của đoạn chương trình A sau:

```
for (i = 1; i < n; i++)  
    for (j = i + 1; j <= n; j++)  
        if (a[i] > a[j]) {  
            int tmp = a[i];  
            a[i] = a[j];    a[j] = tmp;  
        }
```


ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

- Đặt đoạn chương trình C là

```
if (a[i] > a[j]) {  
    int tmp = a[i];  
    a[i] = a[j];    a[j] = a[i];  
}
```

- Đặt đoạn chương trình B là

```
for (j=i+1; j<=n; j++)  
    C
```

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ TÍNH SỐ LƯỢNG PHÉP TÍNH

- Số lượng phép tính của C là $f_C(n) = 4$.

- Số lượng phép tính của B là

$$f_B(n) = (n-i).(f_C(n) + 1) + 1 + 2(n-i) = 7(n-i) + 1.$$

- Số lượng phép tính của A là

$$\begin{aligned} f_A(n) &= 7(n-1) + 1 + 7(n-2) + 1 + \dots + 7.1 + 1 + 2(n-1) + 1 \\ &= 7[(n-1) + (n-2) + \dots + 1] + 3(n-1) \\ &= 7n(n-1)/2 + 3(n-1) \\ &= (7n^2 - 7n + 6n - 6) / 2 \\ &= (7n^2 - n - 6) / 2 \end{aligned}$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

Cho một thuật toán A thực hiện trên dữ liệu đầu vào có kích thước n . Chi phí về thời gian để thực hiện giải thuật này là $f(n)$. Khi đó, độ phức tạp tính toán của thuật toán có thể được ước lượng theo các bậc như sau:

* Bậc Big-O (Ô lớn)

- Độ phức tạp của thuật toán A là $O(g(n))$ nếu tồn tại các hằng số $c > 0$, $n_0 > 0$ sao cho

$$f(n) \leq c.g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

Ví dụ 7: với đoạn chương trình A trong Ví dụ 6, ta có:

$$f_A(n) = (7n^2 - n - 6) / 2$$

Xét hàm số $g(n) = n^2$

Với $c = 4$, $n_0 = 1$, ta có:

$$4.g(n) = 4.n^2 \geq f_A(n), \forall n \geq n_0$$

Vậy, thuật toán A có độ phức tạp tính toán là $O(n^2)$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

- Bậc Big-O thường được sử dụng trong đánh giá độ phức tạp tính toán của thuật toán để ước lượng độ phức tạp không thể cao hơn của thuật toán. Hàm $g(n)$ được gọi là giới hạn trên của $f(n)$.
- Lưu ý: nếu độ phức tạp tính toán của thuật toán A là $O(g(n))$, thì độ phức tạp của thuật toán A cũng là $O(h(n))$ với $h(n)$ là giới hạn trên của $g(n)$

Ví dụ 8: giả sử thuật toán A có số phép tính là

$f(n)=n^2+2n+1$, khi đó, độ phức tạp tính toán của A có thể là $O(n^2)$, $O(n^3)$, $O(2^n)$, $O(n^n)$,...

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

* Bậc Big-Ω (Ômêga lớn)

- Độ phức tạp của thuật toán A là $\Omega(g(n))$ nếu tồn tại các hằng số $c > 0$, $n_0 > 0$ sao cho

$$f(n) \geq c.g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

Ví dụ 9: với đoạn chương trình A trong Ví dụ 6, ta có:

$$f_A(n) = (7n^2 - n - 6) / 2$$

Xét hàm số $g(n) = n^2$

Với $c=1$, $n_0=2$, ta có:

$$g(n) = n^2 \leq f_A(n), \forall n \geq n_0$$

Vậy, thuật toán A có độ phức tạp tính toán là $\Omega(n^2)$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

- Bậc Big- Ω dùng để ước lượng độ phức tạp không thể thấp hơn của thuật toán. Hàm $g(n)$ được gọi là giới hạn dưới của $f(n)$.
- Lưu ý: nếu độ phức tạp tính toán của thuật toán A là $\Omega(g(n))$, thì độ phức tạp của thuật toán A cũng là $\Omega(h(n))$ với $h(n)$ là giới hạn dưới của $g(n)$.

Ví dụ 10: giả sử thuật toán A có số phép tính là

$f(n) = n^n + n^2 + 1$, khi đó, độ phức tạp tính toán của A có thể là $\Omega(n^n)$, $\Omega(2^n)$, $\Omega(n^3)$, $\Omega(n^2)$.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

* Bậc Big- Θ (Têta lớn)

- Độ phức tạp của thuật toán A là $\Theta(g(n))$ nếu tồn tại các hằng số $c_0 > 0$, $c_1 > 0$, $n_0 > 0$ sao cho

$$c_0 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_1 \cdot g(n) \quad \forall n \geq n_0$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

Ví dụ 11: với đoạn chương trình A trong Ví dụ 6, ta có:

$$f_A(n) = (7n^2 - n - 6) / 2$$

Xét hàm số $g(n) = n^2$

Với $c_0 = 1$, $c_1 = 4$, $n_0 = 2$, ta có:

$$g(n) = n^2 \leq f_A(n) \leq 4n^2 = 2 \cdot g(n), \forall n \geq n_0$$

Vậy, thuật toán A có độ phức tạp tính toán là $\Theta(n^2)$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

- Bậc Big- Θ dùng để ước lượng độ phức tạp tương đương của thuật toán. Hàm $g(n)$ được gọi là giới hạn chặt của $f(n)$.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

* Một số tính chất

- Nếu thuật toán A có số phép tính dựa trên kích thước đầu vào n là một đa thức $P(n)$ bậc k , khi đó, độ phức tạp tính toán của A là có thể là $O(n^k)$, $\Omega(n^k)$, $\Theta(n^k)$.
- Nếu thuật toán A có số phép tính dựa trên kích thước đầu vào n là $\log_a f(n)$,
do $\log_a f(n) = \log_a b \cdot \log_b f(n)$
nên độ phức tạp tính toán của A có thể ghi là $O(\log f(n))$
mà không cần ghi cơ số. Điều này cũng đúng với bậc Ω và Θ .

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

* Một số tính chất

- Nếu thuật toán A có hai công việc liên tiếp nhau T1 và T2 lần lượt có độ phức tạp là $O(f(n))$ và $O(g(n))$ thì độ phức tạp của A: $O(\max(f(n), g(n)))$.
- Nếu thuật toán A có hai công việc T1 lồng T2, T1 và T2 lần lượt có độ phức tạp là $O(f(n))$ và $O(g(n))$ thì độ phức tạp của A: $O(f(n).g(n))$.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ CÁC BẬC ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN

* Nhận xét:

- Trong các ký pháp để đánh giá thuật toán, Bậc Big- Θ thể hiện độ phức tạp tính toán tốt nhất
- Trong những trường hợp không thể xác định được giới hạn chặt của hàm số biểu diễn số lượng phép tính của thuật toán, người ta thường dùng bậc Big-O để thể hiện độ phức tạp tính toán.
- Khi đánh giá thuật toán, người ta sử dụng hàm giới hạn $g(n)$ đơn giản và sát với $f(n)$ nhất có thể

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ SỰ PHÂN LỚP CÁC THUẬT TOÁN

Độ phức tạp	Tên gọi độ phức tạp tương ứng
$O(1)$	Độ phức tạp hằng số
$O(\log(n))$	Độ phức tạp logarit
$O(n)$	Độ phức tạp tuyến tính
$O(n\log(n))$	Độ phức tạp $n\log n$
$O(n^k)$	Độ phức tạp đa thức
$O(k^n)$	Độ phức tạp hàm mũ
$O(n!)$	Độ phức tạp giai thừa

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

Phân tích trường hợp trung bình được thực hiện theo trình tự sau:

- Tính số phép toán được thực hiện trung bình.
- Dùng các bậc đánh giá để ước lượng.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

Số phép toán trung bình được tính dựa vào giả thiết các trường hợp đều có xác suất như nhau và số phép toán trung bình chính là số phép toán kỳ vọng của các trường hợp.

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

Ví dụ: đánh giá độ phức tạp trung bình của thuật toán sau:

```
for (i = 0; i < n; i++) {  
    if (a[i] == x) return i;  
}
```

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

Số phép tính của thuật toán trên trong trường hợp giá trị x nằm ở vị trí thứ i , $i=0, \dots, n$ là:

$$T_i = 1 + (i+1) + i + i + 1 = 3i + 3 = 3(i + 1)$$

Với giả thiết các trường hợp này là ngẫu nhiên, nên số phép tính trung bình của thuật toán:

$$\begin{aligned} T &= \sum_i 3(i + 1)/n, i = 0..n \\ &= (3/n) \sum_i (i + 1) = 3(n(n+1) + 2n)/(2n) \\ &= 3(n + 3) / 2 \end{aligned}$$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP TRUNG BÌNH

Vậy độ phức tạp trung bình của thuật toán là $O(n)$

ĐỘ PHỨC TẠP CỦA GIẢI THUẬT

❖ MỘT SỐ CÔNG THỨC

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n + 1)/2$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$a^0 + a^1 + a^2 + \dots + a^n = (a^{n+1} - 1)/(a - 1)$$

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n + 1) = n(n+1)(n+2) / 3$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n + 1)(2n + 1) / 6$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = n^2(n + 1)^2 / 4$$

$$1^k + 2^k + 3^k + \dots + n^k \approx n^{k+1} / (k + 1), k \neq -1$$

CÁC CHIẾN LƯỢC THIẾT KẾ GIẢI THUẬT

- Duyệt toàn bộ
 - Đệ quy quay lui
 - Chia để trị (Divide and Conquer)
 - Chiến lược tham lam (Greedy)
 - Quy hoạch động (Dynamic Programming)
- (sinh viên đọc thêm trong sách)***