**Bài 1. Trò chơi xếp hình chữ nhật (60 điểm)** Xét trò chơi xếp hình chữ nhật với các que diêm như sau: Có n que diêm, que thứ i có độ dài  $d_i$ . Người chơi cần chọn ra 4 que diêm để có thể xếp thành một hình chữ nhật, giả sử 4 que diêm mà người chơi chọn có độ dài lần lượt là a, b, c, d ( $a \le b \le c \le d$ ), khi đó có thể xếp được thành một hình chữ nhật nếu a = b và c = d. Người chơi xếp được hình chữ nhật có diện tích càng lớn sẽ càng được điểm cao.

**Yêu cầu:** Cho  $d_1$ ,  $d_2$ ,..., $d_n$  là độ dài của n que diêm. Hãy tìm cách chọn 4 que diêm để xếp được thành một hình chữ nhất có diên tích lớn nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn: Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương *K* là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp đến là *K* nhóm dòng, mỗi nhóm tương ứng với một bộ dữ liệu có cấu trúc như sau:

• Dòng thứ nhất ghi một số nguyên dương *n*;

• Dòng tiếp theo chứa n số nguyên dương  $d_1$ ,  $d_2$ ,..., $d_n$  ( $d_i \le 10^9$ ).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn gồm *K* dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên là diện tích của hình chữ nhật xếp được tương ứng với bộ dữ liệu trong file dữ liệu vào (ghi -1 nếu không tồn tại cách chọn nào xếp được hình chữ nhật).

Subtask 1 (20 điểm): Giả thiết là  $n \le 30$ .

Subtask 2 (20 điểm): Giả thiết là  $n \le 3000$ .

Subtask 3 (20 điểm): Giả thiết là  $n \le 300000$ .

Ví du:

| Dữ liệu   | Kết quả |
|-----------|---------|
| 2         | 5       |
| 5         | -1      |
| 5 3 1 5 1 |         |
| 4         |         |
| 1 2 3 4   |         |

## Bài 2. Tính hàm (70 điểm)

Dãy Fibonacci là dãy vô hạn các số tự nhiên bắt đầu bằng hai phần tử 1 và 1, các phần tử sau đó được thiết lập theo quy tắc mỗi phần tử bằng tổng hai phần tử trước nó. Công thức truy hồi của dãy Fibonacci như sau:

$$Fibonacci(n) = \begin{cases} 1 & \text{n\'eu } n = 1 \\ 1 & \text{n\'eu } n = 2 \\ Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2) & \text{n\'eu } n > 2 \end{cases}$$

Xét hàm f(x,y) sau:

$$f(x,y) = \begin{cases} y & \text{n\'eu } x = 0 \\ x & \text{n\'eu } y = 0 \\ \alpha \times f(x-1,y) + \beta \times f(x,y-1) + g(x,y) & \text{n\'eu } x \neq 0 \text{ và } y \neq 0 \end{cases}$$

trong đó, g(x,y) là ước số chung lớn nhất của Fibonacci (x) và Fibonacci (y).

**Yêu cầu:** Cho 4 số nguyên không âm x, y,  $\alpha$ ,  $\beta$  và số nguyên dương B, hãy tính hàm  $f(x,y) \mod B$ .

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn: Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương K là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp đến là K dòng, mỗi dòng chứa 5 số nguyên x, y,  $\alpha$ ,  $\beta$ , B tương ứng với một bộ dữ liệu. Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn gồm K dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên là giá trị hàm f tính được tương ứng với bộ dữ liệu trong file dữ liệu vào.

**Subtask 1 (20 điểm):** Giả thiết là  $x, y \le 10$ ;  $\alpha, \beta, B \le 10^6$ .

Subtask 2 (20 điểm): Giả thiết là x,  $y \le 50$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $B \le 10^9$ .

**Subtask 3 (15 điểm):** Giả thiết là x,  $y \le 50$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $B \le 10^{18}$ .

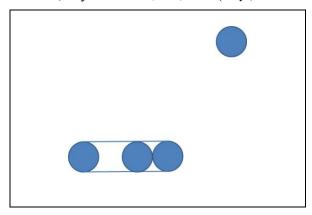
**Subtask 4 (15 điểm):** Giả thiết là x,  $y \le 500$ ;  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $B \le 10^{18}$ .

## Ví dụ:

| Dữ liệu      | Kết quả |
|--------------|---------|
| 3            | 10      |
| 0 10 1 1 100 | 10      |
| 10 0 1 1 100 | 3       |
| 1 1 1 1 100  |         |

## Bài 3. Vườn cây (70 điểm)

Bờm vừa thắng cược Phú Ông và phần thưởng là lấy tất cả các cây gỗ sưa trong vườn của Phú Ông. Thấy Phú Ông thẫn thờ vì mất cây, Bờm liền đưa cho Phú Ông một sợi dây và nói: "Ông hãy chọn một số cây, những cây còn lại tôi sẽ lấy đi, chú ý rằng, sau khi tôi lấy cây đi thì những cây còn lại phải bao được bằng sợi dây này". Phú Ông đồng ý ngay và tìm cách chọn cây sao cho giữ lại được nhiều cây nhất. Giả sử vườn cây của Phú Ông có n cây và coi mỗi cây như một hình tròn trên mặt phẳng, các cây có cùng bán kính r, cây thứ i có tọa độ tâm  $(x_i, y_i)$ .



Khu vườn của Phú Ông

**Yêu cầu:** Cho d là độ dài sợi dây và tọa độ tâm của n cây, các cây có bán kính r. Hãy giúp Phú Ông tìm cách chon để giữ lai nhiều cây nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ thiết bị vào chuẩn: Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương K là số lượng bộ dữ liệu. Tiếp đến là K nhóm dòng, mỗi nhóm tương ứng với một bộ dữ liệu có cấu trúc như sau:

 $\square$  Dòng thứ nhất ghi ba số nguyên dương d, n và r ( $d \le 10^9$ ;  $r \le 100$ );

 $\square$  *n* dòng tiếp theo, dòng thứ *i* chứa hai số nguyên  $x_i$ ,  $y_i$  ( $|x_i|$ ,  $|y_i| \le 1000$ ).

Dữ liệu đảm bảo các hình tròn không giao nhau. Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra thiết bị ra chuẩn gồm *K* dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên là số lượng cây mà Phú Ông có thể giữ lại được tương ứng với bộ dữ liệu trong file dữ liệu vào.

Subtask 1 (15 điểm): Giả thiết là  $n \le 2$ .

Subtask 2 (15 điểm): Giả thiết là  $n \le 3$ .

Subtask 3 (20 điểm): Giả thiết là  $n \le 4$ .

Subtask 4 (20 điểm): Giả thiết là  $n \le 10$ .

## Ví dụ:

| Dữ liệu | Kết quả |
|---------|---------|
| 1       | 3       |
| 20 4 1  |         |
| 1 1     |         |
| 5 1     |         |
| 7 1     |         |
| 20 20   |         |