Nhóm 10 giải bài tập nhóm 2

Hồ Ngọc Luật 23520900 Nguyễn Trần Quang Minh 23520943

Ngày 2 tháng 12 năm 2024

1. Bài toán khu vườn

Ông Nhân có một khu vườn với n cái cây, mỗi cây được biểu diễn bởi tọa độ $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ trên mặt phẳng tọa độ. Ông Nhân muốn cột một sợi dây để bao quanh toàn bộ các cây, sao cho độ dài dây cần dùng là ngắn nhất.

Yêu cầu:

- 1. Độ dài ngắn nhất của sợi dây bao quanh tất cả các cây.
- 2. Cách cột dây hợp lý (thứ tự các đỉnh mà dây đi qua).

Phân tích thuật toán

- Đây là bài toán tìm Convex Hull (bao lồi) của tập hợp các điểm trên mặt phẳng.
- Áp dụng thuật toán:
 - Graham Scan: Sắp xếp các điểm theo góc cực và sử dụng nguyên tắc turn left.
 - Jarvis March (Gift Wrapping): Lựa chọn từng điểm trên bao lồi bằng cách duyệt góc nhỏ nhất.
- Độ phức tạp:
 - Graham Scan: $O(n \log n)$.
 - Jarvis March: O(nh) với h là số đỉnh thuộc bao lồi.

1.3 Mã giả

```
function convex_hull(A):
    Sắp xếp A tăng dần theo (x, y)
Hull = []
    for mỗi điểm A_i A:
        while (Hull có ít nhất 2 điểm và không tạo góc lỗi):
            Loại bỏ điểm cuối trong Hull
        Thêm A_i vào Hull
```

for mỗi điểm A_i A (duyệt ngược):

Tương tự như trên để hoàn thành Hull
Loại bỏ các điểm trùng nhau ở đầu và cuối Hull
return Hull

function calculate_perimeter(Hull):
 ChuVi = 0
 for mõi cạnh (A_i, A_{i+1}) Hull:
 ChuVi += độ dài cạnh (A_i, A_{i+1})
 return ChuVi

Công thức tính cross product:

Cross Product =
$$(a_x - o_x) \cdot (b_y - o_y) - (a_y - o_y) \cdot (b_x - o_x)$$

Công thức tính chu vi bao lồi:

Perimeter =
$$\sum_{i=1}^{n} \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$$

2. Bài toán khu vườn giao nhau

Ông Nhân có hai mảnh đất, mỗi mảnh đất được mô tả bởi một đa giác lồi trong mặt phẳng tọa độ. Nhiệm vụ là tính diện tích vùng đất giao nhau giữa hai mảnh đất này.

Phân tích thuật toán

- Áp dụng thuật toán **Sutherland-Hodgman** để cắt từng cạnh của đa giác thứ nhất bởi từng cạnh của đa giác thứ hai.
- Tính diện tích phần giao bằng công thức **Shoelace**:

Diện tích =
$$\frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) \right|$$

• Độ phức tạp: O(mn) với m, n là số đỉnh của hai đa giác.

Mã giả

G = [] // Danh sách các điểm giao
Tìm điểm giao giữa các cạnh của hai đa giác:
for mỗi cạnh (P_i, P_{i+1}) của P:
 for mỗi cạnh (Q_j, Q_{j+1}) của Q:
 if (P_i, P_{i+1}) và (Q_j, Q_{j+1}) giao nhau:
 G.append(giao điểm)
Thêm các đỉnh bên trong của hai đa giác:

```
for mỗi đỉnh P_i trong P:
    if P_i nằm trong Q:
        G.append(P_i

for mỗi đỉnh Q_j trong Q:
    if Q_j nằm trong P:
        G.append(Q_j)

Sắp xếp các điểm giao theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ:
centroid = tính trọng tâm của G

G = sắp_xếp_theo_góc_cực(G, centroid)

Tính diện tích bằng công thức Shoelace:
area = 0

n = số lượng điểm trong G

for x_1, y_1 và x_2, y_2 là 2 điểm liên tiếp trong đa giác:
    area += x_1*y2 - y1*x2

return abs(area) / 2
```

3. Tổng kết

- Bài toán 1: Sử dụng thuật toán Graham Scan hoặc Jarvis March để tìm bao lồi và tính chu vi.
- Bài toán 2: Sử dụng thuật toán Sutherland-Hodgman để tính phần giao hai đa giác, sau đó áp dụng công thức Shoelace để tính diện tích.
- Các thuật toán này đều dựa trên kiến thức hình học tính toán (Computational Geometry).