CHƯƠNG 1: CƠ SỞ LOGIC

Bài 1: Trong các khẳng định sau, hãy cho biết khẳng định nào là mệnh đề, vì sao?

a/ Trần Hưng Đạo là một vị tướng tài.
b/ $x+y$ là số chia hết cho 3.
c/ 9 là số chẵn.
d/ 7 – 5 < 4
e/ Hôm nay trời đẹp làm sao!
f/ Nếu anh đến trễ thì em đi xem phim trước.

Bài 2: Gọi p và q là các mệnh đề:

$p =$ "Minh học giỏi Toán"
$q =$ "Minh học yếu Tiếng Anh".

Hãy viết lại các mệnh đề sau dưới dạng hình thức, trong đó sử dụng các phép hợp nối mệnh đề.

a/ Minh học giỏi Toán nhưng yếu môn Tiếng Anh.
b/ Minh yếu cả Toán lẫn Tiếng Anh.
c/ Minh học giỏi Toán hay Minh vừa giỏi Tiếng Anh, vừa yếu Toán.
d/ Nếu Minh học giỏi Toán thì minh giỏi Tiếng Anh.
e/ Minh học giỏi Toán và Tiếng Anh, hay Minh yếu Toán nhưng giỏi Tiếng Anh.

Bài 3: Gọi p, q, r là các mệnh đề:

$p =$ "Bình đang học Toán",
$q =$ "Bình đang học Tin học",
$r =$ "Bình đang học Tiếng Anh".

Hãy viết lại các mệnh đề sau dưới dạng hình thức, trong đó có sử dụng các phép hợp nối mệnh đề.

a/ Bình đang học Toán và Tiếng Anh, nhưng không học Tin học.
b/ Bình đang học Toán và Tin học nhưng không cùng học một lúc Tin học và Tiếng Anh.
c/ Không đúng là Bình đang học Tiếng Anh mà không học Toán.
d/ Không đúng là Bình đang học Tiếng Anh hay Tin học mà không học Toán.
e/ Bình không học Tin học lẫn Tiếng Anh, nhưng đang học Toán.

Bài 4: Hãy viết dăng phủ định cho các mệnh đề sau:

a/ Ngày mai nếu trời mưa hay trời lạnh thì tôi sẽ không đi ra ngoài.
b/ 15 chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 4.
c/ Hình tứ giác này không phải là hình chữ nhật mà cũng không phải là hình thoi.
d/ Nếu An không đi làm ngày mai thì sẽ bị đuổi việc.
e/ 14 không phải là số lẻ, cũng không phải là số chính phương, nhưng là bội số của 7.

Bài 5: Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:

a/ $\pi = 2$ và tổng 3 góc của một tam giác bằng 180^0.
b/ $\pi \approx 3{,}1416$ kéo theo tổng 3 góc của một tam giác bằng 170^0.
c/ $\pi = 3$ kéo theo tổng 3 góc của một tam giác bằng 170^0.
d/ Nếu 2 > 3 thì nước cất sôi ở 100^0C
e/ Nếu 3 < 4 thì 4 < 3.
f/ Nếu 4 < 3 thì 3 < 4.

Bài 6: Ta định nghĩa them một phép hợp nối mệnh đề mới, ký hiệu là $p \downarrow q$ để biểu diễn cho mệnh đề: không *p* mà cũng không *q*. Hãy lập bảng chân trị cho phép hợp nối mệnh đề này.

Bài 7: Giả sử p,q là 2 mệnh đề nguyên thủy sao cho: $p \to q$ là mệnh đề sai. Hãy xác định chân trị cho các mệnh đề:

a/ $p \wedge q$ b/ $\neg p \vee q$ c/ $q \to p$ d/ $(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (\neg q \to p)$

Bài 8: Gọi p,q,r là các mệnh đề:

$p =$ "ABC là một tam giác cân",

$q =$ "ABC là một tam giác đều",

$r =$ "Tam giác ABC có 3 góc bằng nhau".

Hãy viết lại các mệnh đề sau theo ngôn ngữ thong thường:

a/ $q \to p$ b/ $\neg p \to q$ c/ $p \wedge \neg q$ d/ $r \to p$

Bài 9: Hãy xác định chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ Nếu $3+4=12$ thì $3+2=6$.

b/ Nếu $1+1=2$ thì $1+2=3$.

c/ Nếu $1+1=2$ thì $1+2=4$.

d/ $4<7-5$ tương đương $12 \neq 9+3$.

Bài 10: Có bao nhiêu cách đặt dấu ngoặc "( )" khác nhau vào dạng mệnh đề $\neg p \vee q \wedge r$. Hãy lập bảng chân trị cho từng trường hợp.

Bài 11: Hãy lập bảng chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ $\neg p \to p \vee q$

b/ $[\neg p \to (\neg q \vee r)] \leftrightarrow [\neg r \vee (p \wedge q)]$

c/ $[[(p \wedge q) \to \neg q] \wedge r] \vee [(\neg p \leftrightarrow \neg r) \wedge q]$

d/ $[(p \vee r) \to (r \vee \neg q)] \to [(\neg r \wedge q) \vee p]$

e/ $[[(p \to q) \vee (q \to p)] \to \neg r] \to (p \wedge q)$

f/ $[(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)] \leftrightarrow (\neg r \to q)$

g/ $[[(p \to \neg q) \vee (q \to \neg r)] \wedge \neg q] \leftrightarrow (\neg r \wedge q)$

h/ $[\neg(\neg p \wedge q) \leftrightarrow (r \vee q)] \leftrightarrow (\neg q \to r)$

Bài 12: Hãy chỉ ra các hằng đúng trong những mệnh đề sau:

a/ $[(p \vee q) \to (p \wedge q)] \vee (\neg r \wedge q)$

b/ $[(p \wedge q) \to (p \vee q)] \to [(\neg r \to p) \vee \neg r]$

c/ $[(p \wedge q) \to (\neg q \vee r)]$

d/ $[p \to (p \to q)] \leftrightarrow [(\neg q \vee r) \wedge \neg p]$

e/ $[p \to (p \to p)] \vee [r \to (\neg q \wedge p)]$

f/ $(p \to q) \to [(q \to r) \to (p \to r)]$

g/ $[q \to (p \to q)] \leftrightarrow [(\neg q \vee p) \leftrightarrow r]$

h/ $[\neg(p \to q) \to p] \vee (\neg r \vee p)$

i/ $[(p \wedge q) \vee r] \to [p \wedge (q \vee r)]$

j/ $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to [p \to (q \to r)]$

k/ $[p \to (q \to r)] \to (p \to r)$

l/ $[p \to (q \wedge r)] \to (p \to q)$

m/ $[(p \wedge q) \to r] \to [(p \to r) \wedge (q \to r)]$

n/ $[p \to (q \vee r)] \to [(p \to q) \vee (p \to r)]$

o/ $[(\neg p \to q) \vee (p \to \neg q)] \to (p \wedge q)$

p/ $[\neg r \to (p \wedge q)] \vee [(p \vee q) \to \neg r]$

q/ $[p \wedge (p \to q)] \leftrightarrow (p \wedge q)$

r/ $(p \to q) \leftrightarrow [\neg p \vee (p \wedge q)]$

s/ $(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \to \neg q)$

t/ $\neg p \leftrightarrow [\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)]$

u/ $[(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \leftrightarrow p)] \leftrightarrow [(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge (r \to p)]$

v/ $[(p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge p)] \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (r \vee p)]$

w/ $[(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [\neg r \to \neg(p \vee q)]$

x/ $[[(p \vee q) \to r] \vee (s \wedge t)] \leftrightarrow [[[(p \vee q) \to r] \vee s] \wedge [[(p \vee q) \to r] \vee t]$

Bài 13: Giả sử p là biến mệnh đề có chân trị 1, hãy xác định tất cả các chân trị của các biến mệnh đề q, r, s để cho mệnh đề sau có chân trị 1:

$$[p \to [(\neg q \vee r) \wedge \neg s]] \wedge [\neg s \to (\neg r \wedge p)]$$

Hãy làm tương tự cho trường hợp p có chân trị 0.

Bài 14: Hãy rút gọn mệnh đề sau:

$$[[[(p \wedge q) \wedge r] \vee [(p \wedge r) \wedge \neg r]] \vee \neg q] \to s$$

Bài 15: Hãy lấy phủ định rồi đơn giản các mệnh đề sau:

a/ $p \wedge (q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

b/ $(p \wedge q) \to r$

c/ $p \to (\neg q \wedge r)$

d/ $p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

Bài 16: Hãy cho biết các quy luật logic nào đã được sử dụng trong mỗi bước tương đương sau:

Biểu thức	Quy luật logic
a/ $[(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)] \vee q$	………………………………………..
$\Leftrightarrow [p \vee (q \wedge \neg q)] \vee q$	………………………………………..
$\Leftrightarrow (p \vee 0) \vee q$	………………………………………..
$\Leftrightarrow p \vee q$	………………………………………..
b/ $\neg(p \vee q) \vee [(\neg p \wedge q) \vee \neg q]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee [\neg q \vee (\neg p \wedge q)]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee [(\neg q \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee q)]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee [(\neg q \vee \neg p) \wedge 1]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee \neg p)$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee \neg(q \wedge p)$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg[(p \vee q) \wedge (q \wedge p)]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg[(q \wedge p) \wedge (p \vee q)]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg[q \wedge [p \wedge (p \vee q)]]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(q \wedge p)$	………………………………………..
c/ $(p \to q) \wedge [\neg q \wedge (r \vee \neg q)]$	………………………………………..
$\Leftrightarrow (p \to q) \wedge \neg q$	………………………………………..
$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge \neg q$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg q \wedge (\neg p \vee q)$	………………………………………..
$\Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)$	………………………………………..
$\Leftrightarrow (\neg q \wedge \neg p) \vee 0$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg q \wedge \neg p$	………………………………………..
$\Leftrightarrow \neg(q \vee p)$	………………………………………..

Bài 17: Hãy điền mệnh đề thích hợp vào chỗ trống để cho các suy luận sau đây theo phương pháp khẳng định và phương pháp phủ định là đúng:

a/ Nếu xe của Toàn không khởi động được thì anh ta phải kiểm tra bugi.

Mà xe của Toàn không khởi động được.

Cho nên ……………………………………………………………………………………...

b/ Nếu Lan làm bài thi đúng thì cô ấy sẽ đạt điểm cao.
Mà Lan lại không đạt điểm cao.
Suy ra ……………………………………………………………………………………..
c/ Nếu đây là cấu trúc của vòng lập DO … WHILE … thì phần thân của vòng lặp phải được thực hiện ít nhất 1 lần.
Mà ……………………………………………………………………………………...
Vậy phần thân của vòng lặp được thực hiện ít nhất 1 lần.
d/ Nếu chiều nay Sơn đi picnic thì bạn ấy không đi xem phim.
Thế mà ……………………………………………………………………………………
Vậy là Sơn không đi picnic chiều nay.

Bài 18: a/ Hãy dùng các quy tắc suy diễn để kiểm chứng rằng suy luận sau là đúng:

$$(q \wedge \neg r) \Rightarrow (q \vee \neg r)$$

b/ Cho 2 mệnh đề: $\begin{cases} E = [p \wedge (q \wedge r)] \vee \neg[p \vee (q \wedge r)] \\ F = [p \wedge (q \vee r)] \vee \neg[p \vee (q \vee r)] \end{cases}$.

Như vậy khẳng định $E \Rightarrow F$ là đúng hay sai?

Bài 19: Hãy dùng các quy luật logic, các quy tắc suy diễn, để kiểm chứng những mô hình suy diễn sau:

a/
$$\begin{array}{l} p \to r \\ \neg q \to p \\ \underline{\neg r \qquad} \\ \therefore q \end{array}$$

b/
$$\begin{array}{l} p \to \neg q \\ \neg q \to r \\ \underline{p \wedge s \qquad} \\ \therefore (r \vee t) \end{array}$$

c/
$$\begin{array}{l} p \to r \\ r \to s \\ t \vee \neg s \\ \neg t \vee u \\ \underline{\neg u \qquad} \\ \therefore \neg p \end{array}$$

d/
$$\begin{array}{l} p \to r \\ \neg p \to q \\ \underline{q \to s \qquad} \\ \therefore \neg r \to s \end{array}$$

e/
$$\begin{array}{l} (\neg p \vee q) \to (r \wedge s) \\ r \to t \\ \underline{\neg t \qquad\qquad\qquad} \\ \therefore (p \vee u) \end{array}$$

f/
$$\begin{array}{l} \neg p \to q \\ (q \wedge r) \to s \\ t \to r \\ \underline{p \wedge u \qquad} \\ \therefore \neg s \to \neg t \end{array}$$

g/
$$\begin{array}{l} p \to q \\ s \vee r \\ r \to \neg q \\ \underline{p \qquad} \\ \therefore (s \vee t) \end{array}$$

h/
$$\begin{array}{l} (\neg p \vee q) \to r \\ r \to (s \vee t) \\ \neg s \wedge \neg u \\ \underline{\neg u \to \neg t \qquad} \\ \therefore p \end{array}$$

i/
$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg r \vee s \\ \underline{p \vee r \qquad} \\ \therefore \neg q \to s \end{array}$$

j/
$$\begin{array}{l} p \wedge \neg q \\ \underline{r \qquad\qquad} \\ \therefore [(p \wedge r) \vee q] \end{array}$$

k/
$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg q \vee r \\ \underline{p \wedge t \quad} \\ \therefore r \end{array}$$

l/
$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg q \\ \underline{\neg r \qquad} \\ \therefore \neg(p \vee q) \end{array}$$

m/

n/

o/

p/

$$\begin{array}{l} p \to q \\ r \to \neg q \\ r \wedge t \\ \hline \therefore \neg p \end{array} \qquad \begin{array}{l} p \to (q \to r) \\ \neg q \to \neg p \\ p \\ \hline \therefore r \end{array} \qquad \begin{array}{l} p \wedge q \\ p \to (r \wedge q) \\ r \to (s \vee t) \\ \neg s \\ \hline \therefore t \end{array} \qquad \begin{array}{l} p \to (q \to r) \\ p \vee s \\ t \to q \\ \neg s \\ \hline \therefore \neg r \to \neg t \end{array}$$

q/ $$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \neg r \\ \hline \therefore q \end{array}$$

r/ $$\begin{array}{l} p \leftrightarrow q \\ q \to r \\ r \vee \neg s \\ \neg s \to q \\ \hline \therefore s \end{array}$$

s/ $$\begin{array}{l} p \to r \\ p \to (q \vee \neg r) \\ p \wedge t \\ \neg q \vee \neg s \\ \hline \therefore s \end{array}$$

t/ $$\begin{array}{l} p \to (q \vee \neg s) \\ q \to \neg t \\ t \vee \neg u \\ u \wedge p \\ \hline \therefore (\neg s \vee s) \end{array}$$

<u>Bài 20</u>: Hãy kiểm tra xem các suy luận sau có đúng hay không?

a/ Nếu Nam làm việc chăm chỉ, hiệu quả, và được thăng chức thì anh ta sẽ được tăng lương.
Nếu được tăng lương thì Nam sẽ mua xe mới.
Thế mà Nam không mua xe mới.
Như vậy là Nam không làm việc chăm chỉ, hiệu quả hay Nam không được thăng chức.

b/ Nếu có cuộc họp sáng Thứ 3 tại công ty thì Tùng phải thức dậy sớm.
Nếu Tùng đi dự tiệc tối Thứ 2 thì anh ta sẽ về nhà trễ.
Nếu về nhà trễ và phải thức dậy sớm thì Tùng phải đi họp mà chỉ ngủ dưới 7 giờ.
Nhưng mà Tùng không thể đi họp tại công ty nếu anh ta ngủ dưới 7 giờ.
Do đó hoặc là Tùng không đi dự tiệc tối Thứ 2 hoặc là anh ta phải bỏ cuộc họp sáng Thứ 3.

c/ Nếu Bách đi làm về muộn thì vợ anh ta sẽ rất giận dữ.
Nếu Toàn thường xuyên vắng nhà thì vợ anh ta sẽ rất giận dữ.
Nếu vợ Toàn hay vợ Bách giận dữ thì cô Hạnh bạn họ sẽ nhận được lời than phiền.
Mà Hạnh đã không nhận được lời than phiền nào.
Vậy Bách đi làm về sớm và Toàn ít khi vắng nhà.

<u>Bài 21</u>: Xét các vị từ: $p(x) =$"$x \le 4$" và $q(x) =$"$x-1$ là số chẵn”, trong đó x là một biến nguyên.
Hãy tìm chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ $p(0)$ b/ $q(1)$ c/ $\neg p(-3)$ d/ $q(-4)$
e/ $p(7) \vee q(-6)$ f/ $\neg(p(-1) \vee q(-3))$ g/ $\neg p(0) \leftrightarrow q(-1)$ h/ $p(-2) \wedge \neg q(8)$

<u>Bài 22</u>: Với $p(x), q(x)$ như bài 21, ta xét thêm vị từ: $r(x) =$"$x > 0$". Hãy tìm chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ $p(2) \vee [q(3) \vee \neg r(-1)]$ b/ $p(-2) \wedge [\neg q(4) \vee \neg r(1)]$ c/ $p(3) \to [q(6) \to r(7)]$
d/ $[p(5) \wedge q(-4)] \to r(-8)$ e/ $p(6) \to [q(-2) \leftrightarrow r(2)]$ f/ $[p(-3) \to q(-5)] \leftrightarrow r(8)$

<u>Bài 23</u>: Với các vị từ $p(x), q(x), r(x)$ như bài 22,

a/ Hãy tìm tất cả các x nguyên sao cho $p(x) \wedge q(x) \wedge r(x)$ đúng.
b/ Hãy tìm giá trị x nhỏ nhất sao cho $p(x) \to [\neg q(x) \wedge r(x)]$ đúng.

Bài 24: Xét vị từ $p(x) = "x^2 - 3x + 2 = 0"$. Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:
a/ $p(0)$ b/ $p(1)$ c/ $p(2)$ d/ $\exists x, p(x)$ e/ $\forall x, p(x)$ f/ $\exists x, \neg p(x)$

Bài 25: Lớp Phân tích thuật toán có 120 người đăng ký học, trong đó có:
- 20 sinh viên CNPM năm 3.
- 16 sinh viên HTTT năm 3.
- 14 sinh viên KTMT năm 4.
- 25 sinh viên MMT&TT năm 4.
- 15 sinh viên KHMT năm 3.
- 10 học viên Cao học KHMT năm 1.
- 09 học viên Cao học KHMT năm 2.
- 11 học viên Cao học HTTT năm 1.

Xét các vị từ:
$l(x) =$ “người x đăng ký học môn Phân tích thuật toán”.
$b(x) =$ “x là sinh viên/ học viên năm 2”.
$c(x) =$ “x là sinh viên năm 4”.
$d(x) =$ “x là học viên Cao học”.
$r(x) =$ “x là sinh viên CNPM hoặc sinh viên HTTT”.
$s(x) =$ “x là sinh viên KHMT hoặc sinh viên KTMT”.
$t(x) =$ “x là sinh viên MMT&TT”.

Hãy viết lại các mệnh đề sau dưới dạng lượng từ hoá:
a/ Có sinh viên CNPM năm 3 trong lớp Phân tích thuật toán.
b/ Có sinh viên trong lớp Phân tích thuật toán không phải là sinh viên KHMT.
c/ Mọi người học trong lớp Phân tích thuật toán đều là sinh viên hay là học viên Cao học.
d/ Không có học viên Cao học trong lớp Phân tích thuật toán.
e/ Mọi sinh viên năm 3 trong lớp Phân tích thuật toán đều thuộc ngành CNPM, hay HTTT hay là KHMT.
f/ Có sinh viên trong lớp Phân tích thuật toán không phải là sinh viên năm 1 cũng không phải năm 2.

Bài 26: Xét các vị từ: $p(x, y) = "x^2 \geq y"$, $q(x, y) = "x + 1 < y"$, trong đó x, y là các biến thực.
Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:
a/ $p(-4,7)$ b/ $q(1,\pi)$ c/ $p(5,-6) \wedge q(2,3)$ d/ $p(-8,2) \vee \neg q(-1,0)$
e/ $p(-5,3) \to q(0,-2)$ f/ $p(-3,1) \leftrightarrow \neg q(7,0)$ g/ $p(4,-3) \vee q(0,0)$ h/ $\neg p(1,1) \to q(-9,5)$

Bài 27: Xét các vị từ theo biến thực x:
$p(x) = "x^2 - 5x + 6 = 0"$
$q(x) = "x^2 - 4x - 5 = 0"$
$r(x) = "x > 0"$

Hãy xác định chân trị cho các mệnh đề sau:
a/ $\forall x, p(x) \to r(x)$ b/ $\forall x, q(x) \to \neg r(x)$ c/ $\exists x, q(x) \to r(x)$ d/ $\exists x, p(x) \to \neg r(x)$
e/ $\exists x, p(x) \leftrightarrow q(x)$ f/ $\exists x, \neg q(x) \to \neg r(x)$ g/ $\forall x, [p(x) \wedge q(x)] \to r(x)$ h/ $\exists x, \neg r(x) \vee p(x)$

Bài 28: Xét vị từ theo 2 biến nguyên dương: $p(x,y) =$ "x là ước số của y".

Hãy xác định chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ $p(2,3)$ b/ $p(2,20)$ c/ $\forall y, p(1,y)$ d/ $\forall x, p(x,x)$

e/ $\forall y, \exists x, p(x,y)$ f/ $\exists y, \forall x, p(x,y)$ g/ $\forall x, \forall y, [p(x,y) \wedge p(y,x)] \to (x = y)$

h/ $\forall x, \forall y, \forall z, [p(x,y) \wedge p(y,z)] \to p(x,z)$ i/ $\forall x, \exists y, \exists z, [p(x,y) \vee p(x,z)] \to (y \neq z)$

j/ $\exists x, \exists y, \exists z, [p(x,y) \neq p(x,z)] \to (y \neq z)$

Bài 29: Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau. Sau đó, cho biết dạng phủ định kèm theo có đúng hay không? Nếu không, hãy thay thế bằng dạng phủ định đúng.

a/ Với mọi số thực x, y, nếu $x^2 > y^2$ thì $x > y$

Dạng phủ định là: Tồn tại số thực x, y sao cho $x^2 > y^2$ nhưng $x \le y$.

b/ Với mọi số thực x, nếu $x \neq 0$ thì x có nghịch đảo.

Dạng phủ định là: tồn tại số thực khác 0 mà không có nghịch đảo.

c/ Tồn tại 2 số nguyên lẻ có tích là số lẻ.

Dạng phủ định là: tích của 2 số lẻ bất kỳ là số lẻ.

d/ Bình phương của mọi số hữu tỉ là số hữu tỉ.

Dạng phủ định là: tồn tại số thực x sao cho nếu x là số vô tỉ thì x^2 là số vô tỉ.

Bài 30: Hãy viết dạng phủ định cho các mệnh đề sau:

a/ Với mọi số nguyên n, nếu n không chia hết cho 2 thì n là số lẻ.

b/ Nếu bình phương của một số nguyên là số lẻ thì số nguyên ấy là số lẻ.

c/ Nếu k, m, n là số nguyên sao cho $k - m$ và $m - n$ là số lẻ thì $k - n$ là số chẵn.

d/ Nếu x là một số thực thỏa $x^2 > 9$ thì $x < -3$ hay $x > 3$.

e/ Với mọi số thực x, nếu $|x - 2| < 5$ thì $-3 < x < 7$

f/ Tồn tại số thực x, tồn tại số thực y, nếu $x^4 \neq y^4$ thì $x \neq y$ hay $x \neq -y$.

Bài 31: Gọi $p(x)$ và $q(x)$ là hai vị từ theo biến thực x. Hãy lấy phủ định rồi rút gọn cho các mệnh đề sau:

a/ $\exists x, p(x) \vee q(x)$ b/ $\forall x, p(x) \wedge \neg q(x)$ c/ $\forall x, p(x) \to q(x)$ d/ $\exists x, [p(x) \vee q(x)] \to p(x)$

f/ $\forall x, \neg p(x) \leftrightarrow q(x)$ g/ $\exists x, \neg q(x) \to p(x)$ h/ $\exists x, p(x) \wedge q(x)$ i/ $\forall x, [p(x) \wedge q(x)] \to q(x)$

Bài 32: Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau, rồi sau đó viết dạng phủ định cho chúng. Trong đó, x, y là các biến thực.

a/ $\exists x, \exists y, xy = 1$

b/ $\exists x, \forall y, (x^2 y^2 = 1) \vee (xy \neq 4)$

c/ $\forall x, \exists y, (xy = 1) \to [(x = 1) \vee (y = 1/x)]$

d/ $\forall x, \forall y, \sin^2 x + \cos^2 x = \sin^2 y + \cos^2 y$

e/ $\exists x, \exists y, (2x - 3y = 7) \vee (5y - 8x \neq 4)$

f/ $\exists x, \exists y, (7x - 3y = 6) \wedge (2x - 9y = 11)$

g/ $\exists x : x + 5 = 12$

h/ $\forall x : (x + 1 = 7) \vee (2x - 3 \neq 4)$

i/ $\exists x, \exists y, (xy = 4) \vee (x - 3y \neq 9)$

j/ $\exists x, \forall y, (2x + y = 9) \vee (x + 5y \neq 1)$

k/ $\forall x, \exists y, (x - 4y = 6) \to (5x + 7y = 8)$

l/ $\forall x, \forall y, (x+3y \neq 10) \leftrightarrow (2y+3x \neq 14)$
m/ $\exists x, \exists y, (x^2 = y^2) \rightarrow [(x=y) \vee (x=-y)]$
n/ $\exists x, \forall y, (x^3 = y^3) \rightarrow [(x=y) \vee (x^4 = y^4)]$
o/ $\forall x, \exists y, (x^4 = y^4) \rightarrow (x=-y)$
p/ $\forall x, \forall y, (x^6 = y^6) \rightarrow [(x^3 = y^3) \wedge (x^2 = y^2)]$

Bài 33: a/ Sự tồn tại của phần tử 0 trên trường số thực R được xác định như sau:

$$\exists a, \forall x, x+a = x$$

Hãy viết mệnh đề chỉ sự tồn tại của phần tử đơn vị trên R.
b/ x' được gọi là phần tử đối của x nếu $x+x'=0$. Hãy viết mệnh đề cho biết sự tồn tại của phần tử đối.
c/ x' được gọi là phần tử nghịch đảo của x nếu $xx'=1$. Hãy viết mệnh đề cho biết mọi số thực khác 0 đều có giá trị nghịch đảo.
d/ Nếu chuyển từ tập hợp các số thực R sang tập hợp các số nguyên Z thì các mệnh đề trong b/ và c/ phải được điều chỉnh như thế nào để vẫn còn đúng.

Bài 34: Giả sử $p(x)$ là vị từ theo một biến $x \in X$. Khi ấy, mệnh đề lượng từ hóa $\exists! x, p(x)$ được định nghĩa như sau:

$$[\exists x, p(x)] \wedge [\forall x, \forall y, [p(x) \wedge p(y)] \rightarrow (x=y)]$$

Hay nói cách khác là tồn tại phần tử a sao cho $p(a)$ đúng, và a là phần tử duy nhất của X làm cho $p(a)$ đúng. Hãy viết lại các mệnh đề sau dưới dạng hình thức, trong đó có sử dụng lượng từ $\exists!$
a/ Mọi số thực khác 0 đều có nghịch đảo duy nhất.
b/ Với mọi $x, y \in R$, tổng $x+y$ là duy nhất.
c/ Với mọi x, tồn tại y duy nhất sao cho $y = 6x-5$.

Bài 35: Giả sử rằng $p(x,y)$ là vị từ "$y=-2x$", trong đó x,y là các biến có giá trị nguyên. Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:
a/ $[\forall x, \exists! y, p(x,y)] \rightarrow [\exists! y, \forall x, p(x,y)]$
b/ $[\exists! y, \forall x, p(x,y)] \rightarrow [\forall x, \exists! y, p(x,y)]$

Bài 36: Với vị từ $p(x,y) =$"$x+y$ là số chẵn” thì các mệnh đề trong bài 35 có đúng không? Vì sao? Tương tự, với $p(x,y) =$"$x-2y$ là số nguyên tố”.

Bài 37: Hãy điền vào chỗ trống để cho các suy luận sau là đúng:
a/ Mọi số nguyên là số hữu tỉ.
Số thực π không phải là số hữu tỉ.
……………………………………………………………………………………………..
b/ Mọi sinh viên nhóm ngành CNTT đều học môn Cấu trúc rời rạc.
……………………………………………………………………………………………..
Nam học môn Cấu trúc rời rạc.
c/ ……………………………………………………………………………………………..
Sơn là một Giám đốc điều hành.
……Sơn biết cách giao nhiệm vụ và phân quyền cho cấp dưới của mình.
d/ Mọi hình chữ nhật đều có 4 góc bằng nhau.
……………………………………………………………………………………………..

……Tứ giác ABCD không phải là hình chữ nhật.

e/ Mọi người quan tâm đến sức khỏe của mình đều hạn chế ăn thức ăn có nhiều Cholesterol.

Mai là người rất quan tâm đến sức khỏe của mình.

……………………………………………………………………………………..

Bài 38: Gọi $p(x), q(x)$ là hai vị từ theo biến x. Hãy chứng minh các khẳng định sau:

a/ $[\exists x, p(x) \vee q(x)] \Leftrightarrow [[\exists x, p(x)] \vee [\exists x, q(x)]]$

b/ $[\forall x, p(x) \wedge q(x)] \Leftrightarrow [[\forall x, p(x)] \wedge [\forall x, q(x)]]$

c/ $[[\forall x, p(x)] \vee [\forall x, q(x)]] \Rightarrow [\forall x, p(x) \vee q(x)]$

d/ Hãy tìm phản ví dụ cho phần đảo của c/

Bài 39: a/ Xét suy luận sau:

$$\begin{array}{l} \forall x, p(x) \to [q(x) \wedge r(x)] \\ \forall x, p(x) \wedge s(x) \\ \hline \therefore \forall x, r(x) \wedge s(x) \end{array}$$

Hãy cho biết quy tắc suy diễn nào đã được áp dụng trong mỗi bước sau:

	Biểu thức		Quy tắc suy diễn
Ta có:	$\forall x, p(x) \wedge s(x)$		………………………………………
nên	$p(a) \wedge s(a)$		………………………………………
suy ra	$\therefore p(a)$	(1)	………………………………………
và	$\therefore s(a)$	(3)	………………………………………
Mặt khác	$\forall x, p(x) \to [q(x) \wedge r(x)]$		………………………………………
Nghĩa là	$p(a) \to [q(a) \wedge r(a)]$	(2)	………………………………………
Từ (1),(2)	$\therefore [q(a) \wedge r(a)]$		………………………………………
Vậy	$\therefore r(a)$	(4)	………………………………………
Từ (3),(4)	$\therefore r(a) \wedge s(a)$		………………………………………
Như thế:	$\forall x, r(x) \wedge s(x)$		………………………………………

b/ Xét suy luận sau:

$$\begin{array}{l} \forall x, p(x) \vee q(x) \\ \exists x, \neg p(x) \\ \forall x, \neg q(x) \vee r(x) \\ \forall x, s(x) \to \neg r(x) \\ \hline \therefore \exists x, \neg s(x) \end{array}$$

Hãy cho biết quy tắc suy diễn nào đã được áp dụng trong mỗi bước sau:

	Biểu thức		Quy tắc suy diễn
Ta có:	$\exists x, \neg p(x)$		………………………………………
nên	$\neg p(a)$	(1)	………………………………………
Ngoài ra	$\forall x, p(x) \vee q(x)$		………………………………………
nên	$p(a) \vee q(a)$		………………………………………
hay	$\neg p(a) \to q(a)$	(2)	………………………………………
Từ (1),(2)	$\therefore q(a)$	(3)	………………………………………
Mặt khác	$\forall x, \neg q(x) \vee r(x)$		………………………………………

Nghĩa là $\neg q(a) \vee r(a)$ ……………………………………………

hay $q(a) \rightarrow r(a)$ (4) ……………………………………………

Từ (3),(4) $\therefore r(a)$ (5) ……………………………………………

Mà $\forall x, s(x) \rightarrow \neg r(x)$ ……………………………………………

nên $s(a) \rightarrow \neg r(a)$ (6) ……………………………………………

Từ (5),(6) $\therefore \neg s(a)$ ……………………………………………

Nghĩa là $\exists x, \neg s(x)$ ……………………………………………

Bài 40: Hãy chứng minh các công thức sau bằng phương pháp quy nạp:

a/ $0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b/ $0^3 + 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

c/ $0 + 1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

d/ $1.2.3 + 2.3.4 + \cdots + n(n+1)(n+2) = \dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

e/ $1.1! + 2.2! + \cdots + n.n! = (n+1)! - 1$

f/ $\dfrac{1}{2!} + \dfrac{2}{3!} + \cdots + \dfrac{n}{(n+1)!} = 1 - \dfrac{1}{(n+1)!}$

g/ $\dfrac{1}{1.2.3} + \dfrac{1}{2.3.4} + \cdots + \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)} = \dfrac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

h/ Nếu $n > 3$ thì $2^n < n!$

i/ Nếu $n > 4$ thì $n^2 < 2^n$

j/ Nếu $n > 9$ thì $n^3 < 2^n$

k/ $1^2 - 2^2 + 3^2 - \cdots + (-1)^{n+1} n^2 = (-1)^{n+1}\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]$

l/ $\dfrac{1}{2n} \le \dfrac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}$, với $n = 1,2,...$

m/ $\dfrac{1}{\sqrt{n+1}} \ge \dfrac{1.3.5...(2n-1)}{2.4.6...(2n)}$, với $n = 1,2,...$

n/ $2n + 1 \le 2^n$, với $n = 3,4,...$

o/ $7^n - 1$ chia hết cho 6, , với $n = 0,1,2,...$

p/ $3^n + 7^n - 2$ chia hết cho 8, , với $n = 0,1,2,...$

q/ $n^3 + 2n$ chia hết cho 3.

r/ $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \cdots + \dfrac{1}{n} > \dfrac{2n-1}{2}$

s/ $1 + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{9} + \cdots + \dfrac{1}{n^2} < 2 - \dfrac{1}{n}$

Bài 41: Xét vị từ $p(n) =$"n vật bất kỳ thì đồng nhất với nhau", với n là một biến nguyên dương, $n \ge 1$.

Khẳng định: $\forall n \ge 1, p(n)$

Chứng minh:

$p(1)$: hiển nhiên đúng.

Giả sử $p(n-1)$ đúng.

Tiếp theo, ta xét n vật $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Do $p(n-1)$ đúng nên $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ đồng nhất, và đồng thời $x_2, x_3, \ldots, x_n$ đồng nhất.

Suy ra, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ đồng nhất, nghĩa là $p(n)$ đúng.

Do đó, theo nguyên lý quy nạp $\forall n \geq 1, p(n)$ là một mệnh đề đúng.

Suy luận này sai do đâu?

Bài 42: Đặt các con số $1,2,\ldots,25$ trên một vòng tròn theo thứ tự tùy ý. Chứng minh rằng luôn có 3 số liên tiếp sao cho tổng của 3 số đó ≥ 39.

Bài 43: Xét vị từ $S(n)$: $1+2+\cdots+n = \dfrac{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2}{2}$. Hãy chứng minh rằng nếu $S(k)$ đúng thì $S(k+1)$ đúng, với mọi $k \geq 1$. Từ đó có suy ra được rằng $S(n)$ đúng, với mọi $n \geq 1$ không? Vì sao?

Bài 44: Xét các phương trình:

$$1 = 1$$
$$2+3+4 = 1+8$$
$$5+6+7+8+9 = 8+27$$
$$10+11+12+13+14+15+16 = 27+64$$

Từ đó, hãy suy ra công thức tổng quát dưới dạng vị từ theo một biến nguyên dương, rồi chứng minh công thức này.

Bài 45: Phép toán "không và", được ký hiệu là "|", được định nghĩa như sau:

$$p \mid q \equiv \neg(p \wedge q)$$

a/ Hãy lập bảng chân trị cho $p \mid q$.

b/ Hãy chứng tỏ rằng $p \mid q$ tương đương logic với $\neg p$

c/ Hãy tìm một công thức cho $p \wedge q$ chỉ sử dụng phép toán "|".

d/ Hãy tìm một công thức cho $p \vee q$ chỉ sử dụng phép toán "|".

Bài 46: Hãy viết những phát biểu sau đây theo 3 cách khác nhau:

a/ Nếu 12 là ước số của n thì 4 là ước số của n.

b/ $x = 0$ là điều kiện đủ cho $xy = 0$.

c/ Nếu n chia hết cho $x + y$ thì n chia hết cho x hay n chia hết cho y.

d/ $x^2 + y^2$ không chia hết cho 3 nếu và chỉ nếu x không chia hết cho 3 và y không chia hết cho 3.

Bài 47: Hãy sử dụng các luật logic (hay bảng chân trị) để chứng minh rằng biểu thức sau là hằng đúng:

a/ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

b/ $[p \rightarrow (q \wedge r)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)]$

c/ $[\neg(p \wedge q) \wedge p] \rightarrow \neg q$

d/ $[(p \wedge q) \leftrightarrow p] \rightarrow (p \rightarrow q)$

e/ $[(p \to q) \wedge p] \to q$
f/ $[(p \to q) \wedge \neg q] \to \neg p$
g/ $[(p \vee q) \wedge \neg q] \to p$
h/ $[\neg q \to (\neg q \to \neg q)]$
i/ $[(p \to r) \wedge (\neg q \to p) \wedge \neg r] \to q$
j/ $[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$
k/ $[p \wedge (p \to \neg q) \wedge (\neg q \to r)] \to r$
l/ $[(p \to r) \wedge (q \to r)] \to [(p \vee q) \to r]$
m/ $(p \to q) \vee (q \to p)$
n/ $[p \to (q \wedge r)] \to (p \to q)$
o/ $[p \wedge (p \to q)] \leftrightarrow (p \wedge q)$
p/ $(p \to q) \leftrightarrow [\neg p \vee (p \wedge q)]$
q/ $\neg p \leftrightarrow [\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)]$
r/ $[(p \vee q) \to r] \leftrightarrow [\neg r \to \neg(p \vee q)]$
s/ $[[(p \vee q) \to r] \vee (s \wedge t)] \leftrightarrow [[[(p \vee q) \to r] \vee s] \wedge [[(p \vee q) \to r] \vee t]]$

Bài 48: Xét vị từ theo biến n nguyên: $p(n) =$" nếu $4 | n$ thì $2 | n$". Hãy cho biết chân trị của các mệnh đề sau:

a/ $p(20)$ b/ $p(12)$ c/ $\exists n : p(n)$ d/ $\forall n : p(n)$

Bài 49: Hãy dùng các ký hiệu toán học và ký hiệu logic để viết lại mệnh đề: "Với mọi số thực dương x, luôn có một số tự nhiên n sao cho $x = 2^n$ hoặc $x \in [2^n, 2^{n+1}]$". Hãy cho biết mệnh đề này đúng hay sai? Vì sao? Rồi viết dạng phủ định cho mệnh đề này.

Bài 50: Hãy lập bảng chân trị cho các mệnh đề sau:

a/ $(p \to q) \leftrightarrow (p \vee q)$
b/ $[[(p \to q) \leftrightarrow r] \wedge [(\neg q \to p) \vee (q \wedge r)]] \leftrightarrow [(p \vee \neg r)] \to (r \wedge \neg q)]$
c/ $[[(\neg r \wedge q) \to (p \vee \neg q)] \wedge [(r \to q) \to p]] \vee [[(p \wedge \neg r) \to (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg r]]$
d/ $[[(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (r \vee \neg p)] \vee [(r \to p) \to \neg q]] \to [[(p \vee q) \wedge (\neg r \to q)] \wedge [(q \vee \neg r) \leftrightarrow p]]$

Bài 51: Hãy chứng minh các biểu thức sau:

a/ $[(p \to r) \vee (q \to r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \to r]$
b/ $[(p \to q) \to r] \Leftrightarrow [(\neg p \to r) \wedge (q \to r)]$
c/ $[p \vee q \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee r] \Leftrightarrow [p \vee q \vee r]$
d/ $[(\neg p \wedge \neg q) \to (p \wedge q \wedge r)] \Leftrightarrow (p \vee q)$

Bài 52: Hãy viết cấu trúc logic cho các mệnh đề sau. Sau đó, hãy viết dạng phủ định cho chúng, rồi phát biểu mệnh đề phủ định vừa lập được bằng lời.

a/ Với mỗi số nguyên x, có ít nhất một số nguyên y sao cho $x - 2y = 10$.
b/ Với mọi số tự nhiên n, nếu $n > 1$ thì có ít nhất một số nguyên tố p sao cho $n \vdots p$.
c/ Cho hai số thực bất kỳ a và b, với $b > 0$, khi đó có ít nhất một số tự nhiên n sao cho $nb > a$.

d/ Với mọi ε dương, tồn tại δ dương sao cho với mọi x thỏa mãn: trị tuyệt đối độ lệch giữa x và x_0 nhỏ hơn δ thì ta có trị tuyệt đối độ lệch giữa $f(x)$ và L nhỏ hơn ε. (Trong đó x_0 và L là các số thực cho trước).

Bài 53: Có một người lữ khách lạc vào một đất nước mà dân chúng nơi đó được hợp thành bởi hai bộ lạc. Tất cả thành viên của một bộ lạc chuyên nói thật và tất cả thành viên của bộ lạc còn lại luôn nói dối. Lữ khách gặp 2 người thổ dân. "Anh luôn nói thật à?" – ông ta hỏi người thổ dân cao. Người này trả lời bằng tiếng địa phương: "Tarabara". "Hắn ta bảo là "đúng" – người thổ dân thấp hơn biết tiếng Anh giải thích – nhưng hắn ta là một người nói dối kinh khủng". Thế người thổ dân nào thuộc bộ lạc nào?

Bài 54: Tất cả đàn ông quê tôi đều phải cạo râu, thế mà ở làng chỉ có một người thợ cạo. Ông ta chỉ cạo râu cho những người không tự cạo và không cạo cho những người tự cạo. Vậy ai cạo râu cho ông ta?

Bài 55: Nhà vua gọi người tử tù đến và nói: "Đằng nào nhà ngươi cũng phải chết, ta cho ngươi nói một câu cuối cùng. Nếu câu đấy đúng thì ngươi sẽ bị treo cổ, còn nếu sai thì ngươi sẽ bị chém đầu. Và chỉ có hai cách chết đó cho ngươi thôi". Hỏi người tử tù có thể nói câu gì đó để thoát chết được hay không?

CHƯƠNG 2: PHƯƠNG PHÁP ĐẾM

Bài 1: Bốn người đi uống café hết 25000 đồng. Ba người bỏ ra 30000 đồng để trả tiền (mỗi người góp 10000 đồng). Ông chủ quán trả lại 5000 đồng. Người thứ 4 giữ 2000 đồng rồi đưa cho mỗi người kia 1000 đồng. Tính ra, 3 người kia mỗi người bỏ ra 9000 đồng. Như vậy, 3*9000 đồng = 27000 đồng , cộng với 2000 đồng người thứ 4 đang giữ là 29000 đồng. Vậy 1000 đồng đi đâu?

Bài 2: Cho n là số nguyên dương lớn hơn 1. Gọi p là ước số nguyên dương lớn hơn 1, nhỏ nhất của n. CMR p là số nguyên tố.

Bài 3: Cho a,b,c là 3 số nguyên, nghĩa là $a,b,c \in Z$. CMR nếu ƯSCLN của a và b là 1, ký hiệu là $(a,b)=1$, và đồng thời $(a,c)=1$, thì ta có $(a,bc)=1$. Nói cách khác, nếu a nguyên tố cùng nhau với b và với c, thì a nguyên tố cùng nhau với tích bc.

Bài 4: Từ tập hợp $X=\{A,B,C,K,H,0,1,3,7,9\}$, ta chọn ra 6 phần tử để lập thành một mã hàng hóa. Như vậy, nếu công ty có 100.000 sản phẩm cần bán ra thị trường thì với cách đặt mã hàng hóa như thế này (mỗi sản phẩm là một mã hàng khác nhau), sẽ có một sản phẩm có thể được lựa chọn mã hàng hóa từ ít nhất bao nhiêu mã hàng?

Bài 5: Cho a và b là hai số nguyên tố cùng nhau, nghĩa là $(a,b)=1$. CMR nếu a là ước số của n, ký hiệu là $a|n$, và $b|n$, thì ta có $(ab)|n$, với n là số nguyên dương cho trước.

Bài 6: Có bao nhiêu số nguyên dương gồm đúng 3 ký số (theo hệ thập phân), sao cho:
a/ Chia hết cho 7?
b/ Chia hết cho 3 hay chia hết cho 4.
c/ Chia hết cho 3 hoặc chia hết cho 4.

d/ Chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 4.
e/ Chia hết cho 3 và chia hết cho 4.
f/ Không chia hết cho 4?
g/ Có 3 ký số giống nhau.
h/ Có 3 ký số khác nhau.
i/ Chia hết cho 5.
j/ Chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 2.

Bài 7: Giả sử rằng A, B, C là các tập hợp hữu hạn phần tử. Gọi $|A|, |B|, |C|$ lần lượt là số lượng phần tử của A, B, C. CMR:

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C|$$

Bài 8: Ta có thể lập được bao nhiêu ánh xạ khác nhau từ tập hợp $X = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ vào tập hợp $Y = \{0, 1\}$?

Bài 9: Có bao nhiêu tập hợp con có nhiều hơn 2 phần tử của một tập hợp n phần tử?

Bài 10: Cho tập hợp $X = \{1, 3, 7, 9, 11, 13, 24\}$. Hỏi có bao nhiêu tập hợp con của X có tính chất:
a/ Tổng các phần tử trong tập hợp con không vượt quá 32.
b/ Tổng các phần tử trong tập hợp con là bội số của 3.

Bài 11: Cho n là số nguyên dương, ta ký hiệu là $n \in Z^+$. CMR trong một nhóm gồm $n+1$ số nguyên thì sẽ có ít nhất 2 số có cùng số dư khi chia cho n.

Bài 12: Cho $n \in Z^+$. CMR trong một tập hợp gồm n số nguyên liên tiếp sẽ có đúng một số chia hết cho n.

Bài 13: CMR trong n số thực thì có ít nhất một số $\geq$ trung bình cộng của n số đó.

Bài 14: Xếp 15 quyển tập giống nhau vào một kệ sách có 4 ngăn khác nhau thì sẽ có 1 ngăn chứa ít nhất là bao nhiêu quyển tập?

Bài 15: Từ một bộ bài 52 lá, ta chọn ra ngẫu nhiên cùng lúc 7 lá bài. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong 7 lá bài lấy ra:
a/ Có đúng 2 lá ách, có ít nhất 2 lá già.
b/ Có ít nhất 2 lá ách, ít nhất 2 lá già và tối thiểu là 2 lá đầm.
c/ Có nhiều nhất 2 lá ách, tối đa 2 lá già và có không quá 1 lá đầm.
d/ Không có lá ách nhưng phải có ít nhất 2 lá Tây (là các lá bồi, đầm, già).
e/ Có ít nhất 3 lá Tây và có không quá 2 lá ách.
f/ Có đúng 4 lá cơ.
g/ Có ít nhất 2 lá cơ, tối thiểu là 3 lá rô.
h/ Chỉ có lá cơ và lá rô.
i/ Không có lá chuồn nếu không có lá bích.
j/ Có ít nhất 3 loại bài.
k/ Có không quá 2 loại bài.
l/ Có ít nhất 4 lá màu đỏ.
m/ Có ít nhất 4 lá bài cùng loại (cùng cơ, cùng rô, cùng chuồn, cùng bích).
n/ Lá cơ và lá rô không cùng xuất hiện.

o/ Lá chuồn và lá bích phải cùng xuất hiện.
p/ Có lá chuồn nếu có từ 3 lá cơ trở lên.
q/ Nếu số lá rô gấp đôi số lá chuồn thì không có lá bích.
r/ Số lá cơ $\leq$ số lá rô $\leq$ số lá chuồn $\leq$ số lá bích.
s/ Số lá cơ + số lá rô $\leq$ số lá chuồn.
t/ Số lá chuồn là số chính phương nếu số lá cơ là lũy thừa (nguyên, không âm) của 2.
u/ Có đủ mặt 4 loại bài và số lá chuồn không nhiều hơn số lá bích.
v/ Số lá cơ là lũy thừa của số lá bích.
w/ Không có lá chuồn hoặc không có lá bích nếu có ít hơn 2 lá rô.
x/ Có ít nhất 5 lá bài liên tiếp nhau cùng loại, nhưng không có lá Tây.
y/ Số lá chuồn là số chẵn nếu không có lá rô.
z/ Số lá bích $\leq$ số lá rô – số lá cơ + 2.

<u>Bài 16</u>: Từ một hộp bi có: 12 bi đỏ + 8 bi xanh 16 bi vàng và 14 bi đen, ta chọn ra ngẫu nhiên cùng lúc 8 bi. Tính số trường hợp có thể xảy ra sao cho trong 8 bi lấy ra:
a/ Có đúng 2 bi đỏ, tối thiểu 3 bi đen và không có bi xanh.
b/ Có tối đa 2 bi vàng, ít nhất 3 bi đen và có không quá 3 bi đỏ.
c/ Có bi đỏ nếu không có bi đen.
d/ Có số bi đỏ là số chính phương nếu số bi vàng là số chẵn.
e/ Có đúng 2 màu bi.
f/ Có ít nhất 3 màu bi.
g/ Có đúng 6 bi cùng màu.
h/ Có ít nhất 6 bi cùng màu.
i/ Phải có bi đỏ và có tối thiểu 3 bi xanh nếu có không dưới 2 bi vàng.
j/ Màu đỏ và đen không cùng xuất hiện.
k/ Có số bi đỏ là lũy thừa (nguyên, không âm) của 2.
l/ Nếu có bi xanh thì không có ít hơn 2 bi vàng.
m/ Nếu có bi đen thì không có bi đỏ hoặc không có bi xanh.
n/ Số bi đỏ $\leq$ số bi xanh $\leq$ số bi vàng $\leq$ số bi đen.
o/ Số bi đỏ + số bi xanh $\leq$ số bi vàng.
p/ Số bi đỏ là lũy thừa của số bi xanh.
q/ Số bi đỏ không nhiều hơn số bi đen nếu có không quá 4 bi xanh.
r/ Không có bi đỏ hoặc không có bi đen nếu số bi vàng là lũy thừa của số bi xanh.
s/ Trị tuyệt đối độ lệch giữa số bi đỏ và số bi đen $\leq$ số bi vàng + 2.
t/ Số bi xanh gấp 3 số bi vàng nếu không có bi đen.
u/ Số bi đỏ là ước số của số bi xanh nếu số bi vàng là ước số của 12.
v/ Số bi đỏ là bội số của số bi xanh.
w/ Số bi vàng và số bi đen đều là ước số của 480.
x/ Số bi vàng + 3 $\leq$ số bi đỏ – số bi đen.
y/ Nếu bi đỏ và xanh cùng xuất hiện thì phải có ít nhất 4 bi vàng.
z/ Có đủ 4 màu bi và số bi đỏ là bội số của số bi đen.

<u>Bài 17</u>: Trong các tập hợp sau, hãy chỉ ra các tập hợp bằng nhau:

a/ $\{a,b,c\}$ b/ $\{a,b,c,a,b\}$ c/ $\{a,c,b,a\}$ d/ $\{a,b,b,c\}$
e/ $\{a,b,c,c,b,a\}$ f/ $\{a,b,c,d\}$ g/ $\{a,b,d,c,a\}$ h/ $\{a,d,c,b,c\}$

<u>Bài 18</u>: Giả sử rằng $X = \{1,\{1\},\{2\}\}$. Hãy chỉ ra các khẳng định đúng trong số các khẳng định sau:

a/ $1 \in X$. b/ $\{1\} \in X$ c/ $\{1\} \subset X$ d/ $\{\{1\}\} \subset X$

e/ $\{\{2\}\} \in X$ f/ $\{2\} \subset X$ g/ $\{\{1\},\{2\}\} \subset X$ h/ $\{1,\{1\}\} \in X$

Bài 19: Trong số các khẳng định sau, hãy chỉ ra khẳng định đúng:

a/ $\phi \in \phi$ b/ $\phi \subset \phi$ c/ $\phi \in \{\phi\}$ d/ $\phi \subset \{\phi\}$

e/ $\{\phi\} \supset \{\phi\}$ f/ $\{\phi\} \subseteq \{\phi\}$ g/ $\{\phi\} \in \{\phi\}$ h/ $\{\phi\} = \{\phi\}$

Bài 20: Hãy liệt kê ra các phần tử của một số tập hợp sau:

a/ $\{1+(-1)^n \mid n \in N\}$

b/ $\left\{1+\frac{1}{n} \middle| n \in \{1,2,3,5,7\}\right\}$

c/ $\left\{\frac{1}{n^2+n} \middle| n \in N, n \text{ là số lẻ và } n \le 11\right\}$

d/ $\left\{\frac{n}{n!} \middle| n \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}\right\}$

Bài 21: Cho các tập hợp con của Z:

$A = \{2m+1 \mid m \in Z\}$ $D = \{3r+1 \mid r \in Z\}$

$B = \{2n+3 \mid n \in Z\}$ $E = \{3s+2 \mid s \in Z\}$

$C = \{2p-3 \mid p \in Z\}$ $F = \{3t-2 \mid t \in Z\}$

Hãy chỉ ra các khẳng định đúng trong số những khẳng định sau:

a/ $A = B$ b/ $A = C$ c/ $B = C$ d/ $D = E$

e/ $D = F$ f/ $E = F$ g/ $A = E$ h/ $A = C$

Bài 22: Cho tập hợp $X = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Hãy liệt kê ra:

a/ Các tập hợp con của X.
b/ Các tập hợp con khác rỗng của X.
c/ Các tập hợp con của X chứa 3 phần tử.
d/ Các tập hợp con của X chứa phần tử: 1, 2.
e/ Các tập hợp con của X chứa 5 phần tử, trong đó có phần tử: 0, 1, 2.
f/ Các tập hợp con của X gồm một số chẵn phần tử.
g/ Các tập hợp con của X gồm một số lẻ phần tử.
h/ Các tập hợp con của X không chứa phần tử 3 hoặc không chứa phần tử 5.

Bài 23: Trong các tập hợp con sau đây, tập hợp nào khác rỗng?

a/ $\{x \in N \mid 2x+7=3\}$ b/ $\{x \in Z \mid 4x+3=10\}$

c/ $\{x \in Q \mid x^2+4=6\}$ d/ $\{x \in R \mid x^2+4=6\}$

e/ $\{x \in R \mid x^2+5=4\}$ f/ $\{x \in R \mid x^2+3x+3=0\}$

Bài 24: Cho tập hợp vũ trụ $\cup = \{1,2,3,\ldots,10\}$. Từ tập hợp này ta xét các tập hợp con:

$A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{1,2,4,8\}$ $C = \{1,2,3,5,7\}$ $D = \{2,4,6,8\}$

Hãy xác định các tập hợp sau:

a/ $(A \cup B) \cap C$ b/ $A \cup (B \cap C)$ c/ $\overline{C} \cup \overline{D}$ d/ $\overline{C \cap D}$

e/ $(A \cup B) \cap \overline{C}$ f/ $A \cup (B \cap \overline{C})$ g/ $(B \cap \overline{C}) \cap \overline{D}$ h/ $B \cap \overline{C \cap \overline{D}}$

i/ $(A \cup B) \cap \overline{C \cap D}$ j/ $\overline{A} \cup (\overline{B} \cap \overline{C})$ k/ $(\overline{A \cup B}) \cap C$ l/ $(\overline{A \cup \overline{D}}) \cap C$

Bài 25: Cho các tập hợp con của Z :

$A=\{2n \mid n\in Z\}$ $B=\{3n \mid n\in Z\}$ $C=\{4n \mid n\in Z\}$

$D=\{6n \mid n\in Z\}$ $E=\{8n \mid n\in Z\}$

Hãy chỉ ra các khẳng định đúng trong số những khẳng định sau:

a/ $E\subset C\subset A$ b/ $A\subset C\subset E$ c/ $D\subset B$ d/ $D\subset A$

e/ $B\subset D$ f/ $\overline{D}\subset\overline{A}$ g/ $\overline{C}\subset\overline{E}$ h/ $\overline{D}\subset\overline{B}$

Bài 26: Với các tập hợp A,B,C,D,E như bài 25, hãy xác định các tập hợp sau:

a/ $C\cap E$ b/ $B\cup D$ c/ $A\cap B$ d/ $B\cap D$

e/ $\overline{A}$ f/ $A\cap E$ g/ $B\cap C$ h/ $\overline{A}\cap\overline{B}$

Bài 27: Cho A,B,C,D là các tập hợp con tùy ý của tập hợp vũ trụ $\bigcup$. Hãy chứng minh các khẳng định sau:

a/ Nếu $A\subset C$ và $B\subset C$ thì $(A\cap B)\subset C$ và $(A\cup B)\subset C$

b/ Nếu $A\subset B$ và $C\subset D$ thì $(A\cap C)\subset(B\cap D)$ và $(A\cup C)\subset(B\cup D)$

c/ $A\subset B$ khi và chỉ khi $A\cap\overline{B}=\phi$.

d/ $A\subset B$ khi và chỉ khi $\overline{A}\cup B=\bigcup$.

Bài 28: Cho tập hợp $X=\{1,2,\ldots,10\}$ Có bao nhiêu tập hợp con A của X thỏa:

a/ Số lượng phần tử của tập hợp = 5, ta ký hiệu là $|A|=5$.

b/ $|A|=5$ và phần tử bé nhất của A là 4.

c/ $|A|=5$ và phần tử bé nhất của A bé hơn hay bằng 4.

d/ $|A|=5$ và phần tử bé nhất của A lớn hơn hay bằng 4.

Bài 29: Có bao nhiêu tập hợp con của tập hợp $X=\{1,2,\ldots,15\}$ chứa ít nhất một số chẵn? Và Có bao nhiêu tập hợp con của tập hợp $Y=\{1,2,\ldots,16\}$ chứa ít nhất một số lẻ?

Bài 30: Giả sử rằng chỉ có một phần tư số tập hợp con chứa 5 phần tử của tập hợp $X=\{1,2,\ldots,n\}$ chứa số 7. Hãy tìm n.

Bài 31: Hãy chứng minh rằng:

$$C_{n+2}^{r}=C_{n}^{r}+2C_{n}^{r-1}+C_{n}^{r-2} \text{ , với } 2\le r\le n$$

Bài 32: Hãy nêu một thuật toán để liệt kê tất cả các tập hợp con 5 phần tử được chọn từ tập hợp $X=\{1,2,\ldots,50\}$.

Bài 33: Giả sử rằng A,B,C là các tập hợp có hữu hạn phần tử. Hãy chứng minh rằng

$$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+|C|-|A\cap B|-|B\cap C|-|A\cap C|+|A\cap B\cap C|$$

Bài 34: Để chọn máy tính trang bị cho phòng thực hành tại một trường Đại học, phòng Quản trị thiết bị đã xem xét 15 nhãn hiệu máy tính khác nhau dựa trên các tiêu chí:

$1=$ có CPU xử lý tốc độ cao.

$2=$ có ổ đĩa cứng bền và dung lượng lớn.

$3=$ có màn hình với độ phân giải cao, sắc nét.

Gọi A, B, C lần lượt là tập hợp những nhãn hiệu máy tính thỏa các tiêu chí 1, 2, 3. Giả sử rằng $|A|=|B|=|C|=6$, $|A\cap B|=|B\cap C|=1$, $|A\cap C|=2$, $|A\cap B\cap C|=0$.

a/ Có bao nhiêu nhãn hiệu máy tính thỏa đúng một tính năng?

b/ Có bao nhiêu nhãn hiệu máy tính không thỏa tiêu chí nào cả?

Bài 35: Một nhóm có 7 sinh viên. Có bao nhiêu cách chia họ thành 2 đội? Nếu mỗi đội có ít nhất là 2 người thì có bao nhiêu cách chia? Sau đó, hãy mở rộng bài toán cho trường hợp tổng quát là số lượng sinh viên ban đầu là n, với $n\in Z^{+}, n\geq 4$.

Bài 36: Gọi $n_1, n_2, \ldots, n_m$ là các số nguyên dương, có tổng là n. Hỏi có bao nhiêu cách chia n sinh viên thành k nhóm với số sinh viên lần lượt của các nhóm lần lượt là $n_1, n_2, \ldots, n_m$.

Bài 37: Cho tập hợp $X=\{1,2,\ldots,40\}$.

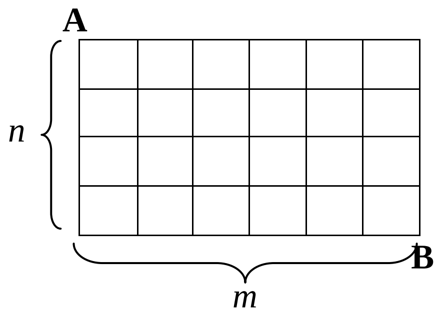
a/ Có bao nhiêu tập hợp con của X chỉ chứa số lẻ.

b/ Có bao nhiêu tập hợp con của X chứa đúng 5 số lẻ.

c/ Có bao nhiêu tập hợp con 12 phần tử của X chứa đúng 5 số lẻ.

d/ Hãy trình bày một thuật toán (bằng bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào) để liệt kê tất cả các tập hợp con 12 phần tử của X chứa đúng 5 số lẻ.

Bài 38: Cho một hình chữ nhật được hình thành từ m ô vuông theo chiều dài và n ô vuông theo chiều rộng, như sau:



Một con kiến di chuyển từ **A** đến **B** dọc theo các cạnh của hình vuông nhỏ có trong hình chữ nhật, theo nguyên tắc: theo chiều ngang thì con kiến chỉ đi từ trái qua phải; còn theo chiều dọc thì con kiến chỉ đi từ trên xuống dưới. Như vậy, có bao nhiêu cách khác nhau để con kiến di chuyển từ **A** đến **B**.

Bài 39: Một biển số xe ô tô gồm có các ký tự và ký số như sau:

NN – X

NNN.NN

Trong đó, N là các ký số, nhận giá trị từ 0 đến 9, và 2 ký số đầu tiên là mã tỉnh/ thành phố; X là các ký tự nhận giá trị từ A đến Z (có 26 ký tự).

Như vậy, tại một tỉnh/ thành phố, nếu cần đăng ký biển số xe cho 1,5 triệu xe ô tô thì cần ít nhất bao nhiêu loại ký tự X?

Bài 40: Có 4 hộp chứa 4 loại bi cùng kích cỡ: bi xanh, bi đỏ, bi vàng, bi đen. Trong đó, mỗi hộp chỉ chứa các bi cùng màu, và chứa ít nhất là 15 viên bi. Như vậy, có bao nhiêu cách chọn 12 viên bi từ 4 hộp này, sao cho:

a/ Các viên bi được chọn tùy ý.

b/ Có đủ 4 màu bi.

Bài 41: Hãy tìm số cách chia 10 viên bi giống nhau cho 5 đứa trẻ, sao cho:

a/ Các viên bi được chia tùy ý.

b/ Đứa trẻ lớn nhất được ít nhất 2 viện bi.

c/ Mỗi đứa trẻ được ít nhất 1 viên bi.

d/ Đứa trẻ lớn nhất được nhiều nhất là 2 viên bi.

Bài 42: Hãy tìm số cách xếp 12 quyển sách Toán Rời Rạc vào một kệ sách có 3 ngăn kệ khác nhau sao cho không có ngăn kệ nào trống (ngăn kệ nào cũng có sách).

Bài 43: Hãy tìm số nghiệm nguyên của phương trình:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32$$

trong các trường hợp sau:

a/ $x_1 \geq 4; x_2 \geq 5; x_3 \geq 7; x_4 \geq 6$

b/ $x_i \geq 8$, với $1 \leq i \leq 4$

c/ $\begin{cases} x_1, x_2, x_3 > 0 \\ 0 < x_4 \leq 25 \end{cases}$

d/ $x_1 \geq 2x_2; x_3 \geq 3x_4$

e/ $x_1 = 2x_2; x_3 \geq 8; x_4 \geq 10$

f/ $x_2 \geq 2x_4 - x_1; x_3 \geq 6$

Bài 44: Hãy tìm hệ số của xy^2z^3t trong phép khai triển $(x + 3y - 4z + 5t)^9$. Sau đó hãy cho biết có bao nhiêu số hạng khác nhau trong phép khai triển này.

Bài 45: Một tiểu ban hậu cần của Đại hội gồm 12 người được chọn ra từ 10 đại biểu nữ và 10 đại biểu nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra tiểu ban này, nếu biết rằng:

a/ Các đại biểu được chọn tùy ý.

b/ Có số nam không vượt quá số nữ.

c/ Số nữ là số chẵn.

d/ Số nam là số chính phương.

e/ Có ít nhất là 8 nữ.

f/ Có số nam từ 4 đến 8 người.

Bài 46: Hỏi có bao nhiêu byte khác nhau:

a/ Chứa đúng 3 bit 1.

b/ Chứa ít nhất 4 bit 1.

c/ Chứa tối đa 6 bit 1.

d/ Chứa từ 4 đến 6 bit 1.

Bài 47: Có thể chia 18 quyển sách giống nhau cho 6 đứa trẻ theo bao nhiêu cách, nếu biết rằng:

a/ Mỗi đứa trẻ có 3 quyển sách.

b/ Mỗi đứa trẻ được ít nhất 2 quyển sách.

c/ Hai đứa trẻ lớn nhất được 4 quyển mỗi đứa, còn 2 đứa bé nhất được mỗi đứa 2 quyển.

d/ Hai đứa trẻ lớn nhất được tối đa 2 quyển mỗi đứa.

Bài 48: Cho trước 20 điểm trong mặt phẳng sao cho 3 điểm bất kỳ luôn không thẳng hang nhau. Như vậy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm bất kỳ trong số các điểm này?

Bài 49: Cho trước 40 điểm khác nhau trong hệ trục $Oxyz$ sao cho 4 điểm bất kỳ trong số này không cùng nằm trong một mặt phẳng. Như vậy, có thể lập được bao nhiêu tam giác nối 3 điểm bất kỳ trong số các điểm này? Từ đó suy ra có bao nhiêu mặt phẳng được hình thành từ các tam giác này? Đồng thời hãy xác định xem có bao nhiêu tứ diện nối 4 điểm bất kỳ trong số các điểm cho trước này.

Bài 50: Hãy tìm hệ số của $x^{12}y^4$ trong các khai triển của:

a/ $(x+y)^{16}$ b/ $(x-5y)^{16}$ c/ $(7y-6x)^{16}$ d/ $(4x-9y)^{16}$

Bài 51: Hãy tìm hệ số của:

a/ xyz^2 trong khai triển của $(x+y+2z)^4$

b/ xyz^2 trong khai triển của $(x+3y-z+t)^4$

c/ xyz^2 trong khai triển của $(5x+4y-z)^4$

d/ xyz^2 trong khai triển của $(5y-3x-6z)^4$

Bài 52: Cho n là số nguyên dương và x là số thực. Hãy tính các tổng sau:

a/ $C_n^0+2C_n^1+\cdots+2^m C_n^m+\cdots+2^n C_n^n$

b/ $(1+x)^n - C_n^1 x(1+x)^{n-1} + C_n^2 x^2(1+x)^{n-2}+\cdots+(-1)^n C_n^n x^n$

c/ $\sum_{i=0}^{n}\frac{1}{i!(n-i)!}$

d/ $\sum_{i=0}^{n}\frac{(-1)^i}{i!(n-i)!}$

Bài 53: Cần phải tung 1 cục xí ngầu (xúc xắc) bao nhiêu lần để có 1 mặt xuất hiện ít nhất là:

a/ 2 lần.

b/ 3 lần.

c/ Từ 3 đến 4 lần.

d/ n lần, với $n \ge 4$

Bài 54: CMR trong 27 phần tử khác nhau tùy ý của tập hợp $X=\{1,2,\ldots,51\}$ luôn có ít nhất 2 phần tử có tổng là 52.

Bài 55: CMR trong số 10 điểm khác nhau tùy ý bên trong 1 hình tam giác đều có cạnh bằng 3 thì có ít nhất 2 điểm mà khoảng cách bé hơn 1.

CHƯƠNG 3: QUAN HỆ

Bài 1: Hãy tìm mệnh đề phủ định của các mệnh đề dùng để định nghĩa tính chất phản xạ, đối xứng, phản xứng và tính bắc cầu (tính truyền).

Bài 2: Chứng minh rằng trong một tập hợp sắp thứ tự, mỗi tập hợp con có không quá một phần tử bé nhất và một phần tử lớn nhất.

Bài 3: Chứng minh rằng mọi tập hợp hữu hạn sắp thứ tự toàn phần đều sắp thứ tự tốt.

Bài 4: Chứng minh rằng mọi tập con khác rỗng, hữu hạn của một tập hợp sắp thứ tự toàn phần đều có phần tử bé nhất và phần tử lớn nhất.

Bài 5: Hãy chứng minh rằng trong một tập hợp có tính thứ tự, thì một phần tử lớn nhất (nhỏ nhất) cũng là phần tử tối đại (tối tiểu), nhưng ngược lại thì không đúng.

Bài 6: Trên tập hợp các số nguyên Z, cho quan hệ 2 ngôi R như sau: $xRy \Leftrightarrow (x-y) \vdots 5$. Hãy chứng minh rằng R là một quan hệ tương đương.

Bài 7: Trên tập hợp các số nguyên Z, cho quan hệ 2 ngôi R như sau: $xRy \Leftrightarrow |x|=|y|$. Hãy chứng minh rằng R là một quan hệ tương đương.

Bài 8: Trên tập hợp các số nguyên Z, cho quan hệ 2 ngôi R như sau: $xRy \Leftrightarrow x, y$ cùng dấu. Hãy chứng minh rằng R là một quan hệ tương đương.

Bài 9: Cho tập hợp $X=\{0,1,2,3,4\}$. Trên X cho quan hệ 2 ngôi R như sau:

$$\forall x, y \in X : xRy \Leftrightarrow [(x=y) \text{ hoặc } (2x+y=4)]$$

Hỏi R có tính chất phản xạ, đối xứng, phản đối xứng, và tính chất bắc cầu hay không?

Bài 10: Chứng minh rằng quan hệ "chia hết" trên tập hợp các số tự nhiên N là một quan hệ thứ tự, nghĩa là:

$$x \vdots y \Leftrightarrow \exists c \text{ sao cho } x=yc$$

Sau đó hãy tìm các phần tử lớn nhất, nhỏ nhất, phần tử tối đại, phần tử tối tiểu, sup, inf của tập hợp $\{2,3,4,5,6,8,12,24\}$.

Bài 11: Trên tập hợp các số nguyên Z, cho quan hệ 2 ngôi R như sau:

$$xRy \Leftrightarrow \exists z : x=yz$$

a/ Hỏi R có phải là một quan hệ thứ tự hay không? Vì sao?

b/ R có tính chất đối xứng hay không? Suy ra R có phải là một quan hệ tương đương hay không?

Bài 12: Xét quan hệ 2 ngôi R trên tập hợp các số thực như sau:

$$xRy \Leftrightarrow x^2=y^2$$

Hỏi R có các tính chất nào sao đây: phản xạ, đối xứng, phản đối xứng, bắc cầu?

Bài 13: Cho ánh xạ $f: X \to Y$, và tập hợp $R=\{(x,y)\in X\times X \mid f(x)=f(y)\}$

CMR R là một quan hệ tương đương trên X.

Bài 14: Cho ánh xạ $f: X \to N$, với N là tập hợp các số tự nhiên. Trên X ta định nghĩa quan hệ 2 ngôi R như sau:

$$xRy \Leftrightarrow f(x)\le f(y)$$

CMR R là một quan hệ thứ tự toàn phần trên X.

Bài 15: Cho tập hợp $X=\{1,2,3\}$ và quan hệ 2 ngôi $R=\{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(3,2)\}$.

CMR R là một quan hệ thứ tự trên X.

Bài 16: Cho E là một tập hợp, và đặt $X=P(E)$. Mỗi phần tử thuộc X là một tập hợp con của E. Trên E ta định nghĩa các quan hệ 2 ngôi sau:

R_1 là quan hệ bao hàm, nghĩa là $xR_1y \Leftrightarrow x\subset y$, với mọi $x, y \in X$

R_2 là quan hệ chứa, nghĩa là $xR_2y \Leftrightarrow x \supset y$, với mọi $x, y \in X$

R_3 là quan hệ bằng nhau, nghĩa là $xR_3y \Leftrightarrow x = y$, với mọi $x, y \in X$

CMR R_1, R_2 là các quan hệ thứ tự, còn R_3 là quan hệ tương đương.

<u>Bài 17</u>: Hãy vẽ biểu đồ Hasse cho quan hệ thứ tự "chia hết", được ký hiệu là "|", trên tập hợp $X = \{1,2,3,4,6,8,12,18,24\}$.

<u>Bài 18</u>: Hãy vẽ biểu đồ Hasse cho quan hệ thứ tự "bao hàm", ký hiệu là "$\subset$", trên tập hợp $P(E)$, với $E = \{a,b,c,d\}$.

<u>Bài 19</u>: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4\}$. Hãy lập ma trận biểu diễn cho các quan hệ sau:

a/ $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,4),(4,3)\}$

b/ $R = \{(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,1),(4,4)\}$

<u>Bài 20</u>: Hãy liệt kê quan hệ R trên tập hợp $X = \{1,2,3,4\}$ nếu biết ma trận biểu diễn cho R như sau:

a/ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b/ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ c/ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ d/ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

<u>Bài 21</u>: Cho một quan hệ 2 ngôi R trên một tập hợp X có ma trận biểu diễn là M_R. Hãy tìm điều kiện cần và đủ cho các phần tử trên M_R sao cho quan hệ R có các tính chất:

a/ Phản xạ b/ Đối xứng. c/ Phản đối xứng. d/ Bắc cầu (truyền).

<u>Bài 22</u>: Cho R là một quan hệ 2 ngôi trên một tập hợp hữu hạn phần tử X. Hãy trình bày thuật toán thực hiện các yêu cầu sau:

a/ Xác định xem quan hệ R có phải là một quan hệ tương đương hay không?

b/ Xác định xem quan hệ R có phải là một quan hệ thứ tự hay không?

<u>Bài 23</u>: Sau đây là các ma trận thể hiện cho quan hệ R trên tập hợp X có hữu hạn phần tử. Hãy xác định xem quan hệ nào là quan hệ tương đương.

a/ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ b/ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c/ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ d/ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

e/ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ f/ $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ g/ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ h/ $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

<u>Bài 24</u>: Cho tập hợp X có thứ tự R_1, và tập hợp Y có thứ tự R_2. Trên tập hợp $X \times Y$ ta định nghĩa một quan hệ hai ngôi R như sau:

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow (aR_1c) \quad và \quad (bR_2d)$$

CMR R là một quan hệ thứ tự trên $X \times Y$.

<u>Bài 25</u>: Cho tập hợp X có thứ tự R_1, và tập hợp Y có thứ tự R_2. Trên tập hợp $X \times Y$ còn có một quan hệ thứ tự tự điển. Quan hệ hai ngôi R này được định nghĩa như sau:

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow ((aR_1b) \quad và \quad (a \neq b)) \quad hay \quad ((a=b) \quad và \quad cR_2d))$$

CMR R này là một quan hệ thứ tự trên tập hợp $X \times Y$.

<u>Bài 26</u>: Cho R là một quan hệ thứ tự trên tập hợp X có hữu hạn phần tử. Hãy trình bày thuật toán (bằng bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào) để xác định biểu đồ Hasse cho cấu trúc có thứ tự này.

<u>Bài 27</u>: Cho (X,R) là một cấu trúc có thứ tự, gồm hữu hạn phần tử. Hãy trình bày các thuật toán (bằng bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào) để thực hiện các chức năng:

a/ Tìm một phần tử tối đại (nếu có) của X.

b/ Tìm một phần tử tối tiểu (nếu có) của X.

c/ Tìm phần tử nhỏ nhất (nếu có) của X.

d/ Tìm phần tử lớn nhất (nếu có) của X.

<u>Bài 28</u>: Cho R là một quan hệ thứ tự trên tập hợp X có hữu hạn phần tử. Ta gọi một “dây chuyền” trên X là một tập hợp con A của X sao cho quan hệ thứ tự R khi xét thu hẹp trên A là một thứ tự toàn phần.

a/ CMR mọi phần tử $x \in X$ đều nằm trong một dây chuyền nào đó.

b/ Hãy trình bày thuật toán (bằng bất kỳ ngôn ngữ lập trình nào) để tìm một dây chuyền chứa một phần tử x cho trước.

<u>Bài 29</u>: Hãy tìm một cấu trúc có thứ tự gồm 8 phần tử, trong đó có 3 phần tử tối đại và 2 phần tử tối tiểu. Từ đó suy ra rằng có bao nhiêu “quan hệ thứ tự” trên một tập hợp có 8 phần tử thỏa điều kiện nêu trên?

<u>Bài 30</u>: Trên tập hợp các số tự nhiên N, ta xét quan hệ R như sau:

$xRy \Leftrightarrow$ một trong 3 điều kiện sau đúng:

(1) $(x \in 2N)$ và $(y \in 2N)$ và $(x \geq y)$

(2) $(x \notin 2N)$ và $(y \notin 2N)$ và $(x \leq y)$

(3) $(x \in 2N)$ và $(y \notin 2N)$

Trong đó, $2N$ là tập hợp tất cả các bội số của 2 (hay còn gọi là tập hợp các số chẵn). CMR R là một quan hệ thứ tự trên N.

<u>Bài 31</u>: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4,5\}$. Trên X, cho R_1 và R_2 là hai quan hệ (hai ngôi) có ma trận biểu diễn là

$$A = M_{R_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = M_{R_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

CMR R_1 và R_2 là những quan hệ thứ tự trên X. Sau đó, hãy vẽ các biểu đồ Hasse cho (X,R_1) và (X,R_2).

Bài 32: Cho X là một tập hợp hữu hạn (gồm n phần tử), có thứ tự, với biểu đồ Hasse tương ứng (cho trước). Gọi x, y là 2 phần tử thuộc X. Hãy tìm một thuật toán xác định xem x và y có quan hệ với nhau theo thứ tự đang xét hay không?

Bài 33: Hãy tìm một thuật toán để xác định xem một quan hệ R (trên tập hợp X có hữu hạn phần tử) thông qua biểu đồ Hasse cho trước, có phải là quan hệ thứ tự hay không?

Bài 34: Cho X là một tập hợp khác rỗng, có hữu hạn phần tử, và có thứ tự R. Hãy trình bày thuật toán tìm $\sup X$, $\inf X$, $\max X$, $\min X$, phần tử tối đại và phần tử tối tiểu cho X. Sau đó cho ví dụ cụ thể về X, về quan hệ R, rồi viết ra từng bước thực hiện cho ví dụ này.

Bài 35: Cho tập hợp $X = \{1,2,3\}$ và $Y = \{2,4,5\}$

a/ Hãy tính $|X \times Y|$

b/ Tìm số quan hệ giữa X và Y.

c/ Tìm số quan hệ 2 ngôi trên X.

d/ Tìm số quan hệ giữa X và Y chứa $(1,2),(1,5)$.

e/ Tìm số quan hệ giữa X và Y chứa đúng 5 cặp có thứ tự.

f/ Tìm số quan hệ 2 ngôi trên X chứa ít nhất 7 cặp (vector) có thứ tự.

Bài 36: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4\}$. Hãy tìm một quan hệ 2 ngôi R trên X sao cho quan hệ này có tính chất:

a/ Phản xạ và đối xứng.

b/ Phản xạ và đối xứng nhưng không bắc cầu.

c/ Phản xạ và bắc cầu nhưng không đối xứng.

d/ Đối xứng và bắc cầu nhưng không phản xạ.

Bài 37: Trong các quan hệ sau, hãy cho biết quan hệ nào có tính chất: phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắc cầu:

a/ Cho C là một tập hợp con cố định của E, và R là quan hệ trên $P(E)$:

$$ARB \Leftrightarrow A \cap C = B \cap C$$

b/ Trên tập hợp các số nguyên Z: $xRy \Leftrightarrow x + y$ là số chẵn.

c/ Trên tập hợp các số nguyên Z: $xRy \Leftrightarrow x - y$ là số lẻ.

d/ Trên tập hợp $Z \times Z$: $(x, y)R(z,t) \Leftrightarrow x \le z$

e/ Trên tập hợp các số nguyên Z: $xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2$ là số chẵn.

f/ Trên tập hợp các số thực IR: $xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$.

g/ Trên tập hợp các số thực IR: $xRy \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 y = 1$.

h/ Trên tập hợp các số thực IR: $xRy \Leftrightarrow x, y$ cùng dấu.

Bài 38: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4\}$. Hãy xác định số lượng các quan hệ trên X có các tính chất:

a/ Phản xạ

b/ Đối xứng.

c/ Phản xạ và đối xứng.

d/ Phản xứng.

e/ Đối xứng và bắc cầu.

f/ Phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

Bài 39: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ và quan hệ

$$R = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3),(4,4),(4,5),(5,4),(5,5),(5,6),(6,5),(6,6)\}$$

a/ CMR R là một quan hệ tương đương.

b/ Hãy tìm các lớp tương đương $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$; sau đó suy ra tập hợp thương cho X.

Bài 40: Cho tập hợp $X = IR^2$, và quan hệ 2 ngôi: $(x,y)R(z,t) \Leftrightarrow x = z$

a/ CMR R là quan hệ tương đương.

b/ Hãy chỉ ra các lớp tương đương và tập hợp thương trên X.

Bài 41: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4,5\} \times \{1,2,3,4,5\}$ và R là quan hệ trên X như sau:

$$(x,y)R(z,t) \Leftrightarrow x + y = z + t$$

a/ CMR R là quan hệ tương đương.

b/ Hãy chỉ ra các lớp tương đương $\overline{(1,3)}$, $\overline{(2,4)}$, $\overline{(1,1)}$ và tập hợp thương trên X.

Bài 42: Cho quan hệ R trên Z^+ như sau:

$$xRy \Leftrightarrow \exists n \in Z : x = y2^n$$

a/ CMR R là quan hệ tương đương.

b/ Trong các lớp tương đương $\overline{1}$, $\overline{2}$, $\overline{3}$, $\overline{4}$ thì có bao nhiêu lớp đôi một phân biệt?

Bài 43: Cho tập hợp $X = \{a,b,c,d,e,f\}$. Hỏi có bao nhiêu quan hệ tương đương trên X sao cho:

a/ Có đúng 2 lớp tương đương, chứa 3 phần tử.

b/ Có 1 lớp tương đương chứa 3 phần tử.

c/ Có 1 lớp tương đương chứa 4 phần tử.

d/ Có ít nhất 1 lớp tương đương chứa ≥ 3 phần tử.

Bài 44: Cho ánh xạ $f : X \to Y$, trong đó X, Y là các tập hợp cho trước.

Ta định nghĩa quan hệ R trên X như sau:

$$xRy \Leftrightarrow f(x) = f(y)$$

a/ CMR R là quan hệ tương đương.

b/ Hãy chỉ ra các lớp tương đương trên X.

Bài 45: Cho X là tập hợp có 30 phần tử, và R là một quan hệ tương đương trên X, sao cho X được phân hoạch thành 3 lớp tương đương X_1, X_2, X_3 với cùng số phần tử. Hãy xác định R.

Bài 46: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4\}$, và $P(X)$ là tập hợp chứa tất cả tập hợp con của X. Trên $P(X)$ ta có R là quan hệ "bao hàm" $\subseteq$.

a/ CMR R là quan hệ thứ tự.

b/ Vẽ biểu đồ Hasse cho R.

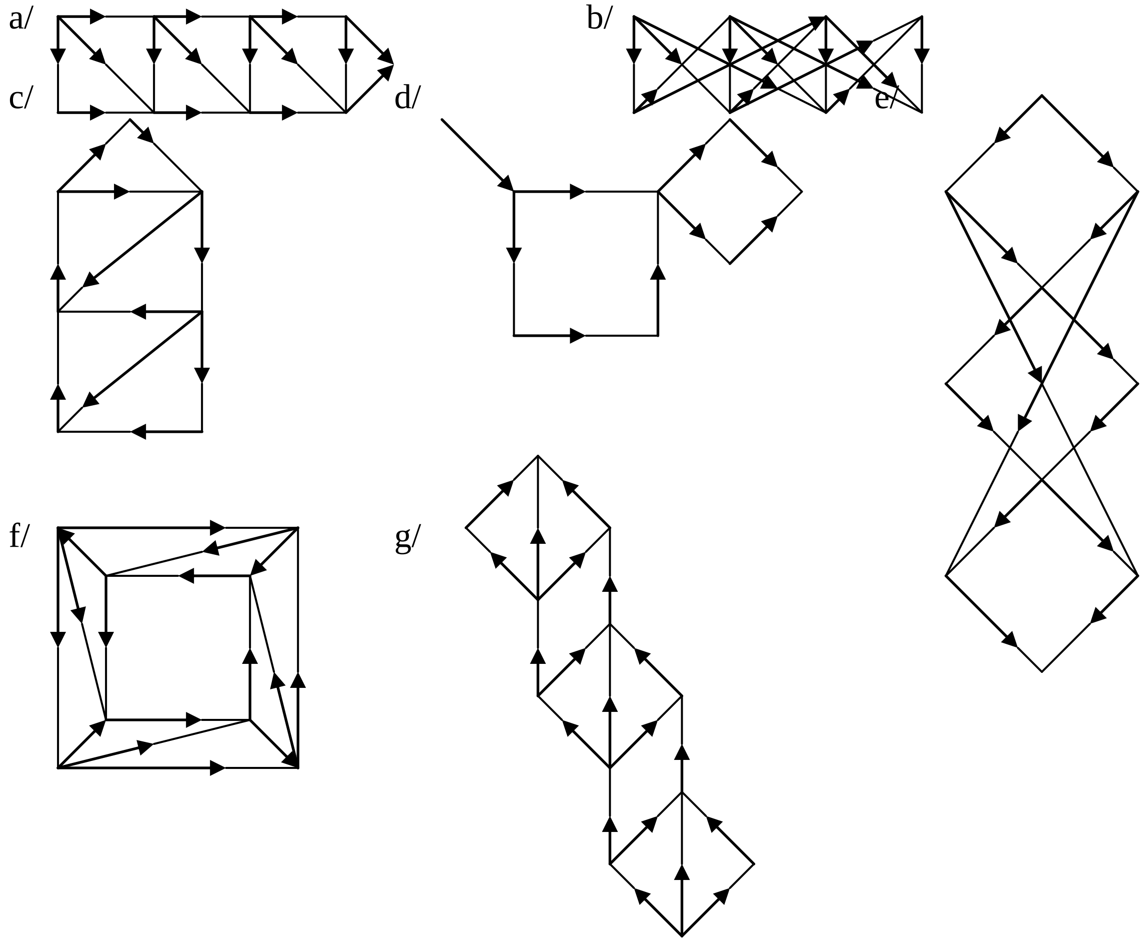
Bài 47: Cho 2 tập hợp sắp thứ tự: $(X, \prec_X)$ và $(Y, \prec_Y)$. Với $(x,y),(z,t) \in X \times Y$ ta định nghĩa:

$$(x,y) \prec (z,t) \Leftrightarrow (x \prec_X z) \wedge (y \prec_Y t)$$

a/ CMR quan hệ $\prec$ là một quan hệ thứ tự.

b/ Nếu $\prec_X$ và $\prec_Y$ là quan hệ thứ tự toàn phần trên X, trên Y, thì quan hệ $\prec$ có là quan hệ thứ tự toàn phần hay không?

<u>Bài 48</u>: Trong các biểu đồ Hasse sau đây, đâu là biểu đồ Hasse của một tập hợp có thứ tự?



<u>Bài 49</u>: Cho tập hợp $X = \{1,2,3\}$, và $P(X)$ là tập hợp tất cả các tập hợp con của X. Trên $P(X)$ ta xét quan hệ thứ tự "bao hàm" $\subseteq$. Hãy tìm sup và inf của tập hợp $A \subset X$, trong các trường hợp sau:

a/ $A = \{\{1\},\{2\}\}$.

b/ $A = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\}\}$.

c/ $A = \{\phi,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$.

d/ $A = \{\{1\},\{1,2\},\{1,3\},\{1,2,3\}\}$.

e/ $A = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\}\}$

f/ $A = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$

<u>Bài 50</u>: Cho tập hợp $X = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, và $P(X)$ là tập hợp tất cả các tập hợp con của X. Trên $P(X)$ ta xét quan hệ thứ tự "bao hàm" $\subseteq$. Xét $A = \{\{1\},\{2\},\{2,3\}\}$. Hãy cho biết:

a/ Số lượng chặn trên của A bao gồm 3, 4, 5 phần tử của X.

b/ Số lượng tất cả các chặn trên của X.

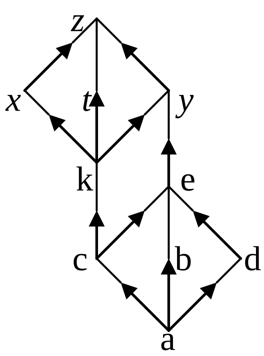
c/ $\sup A$ và $\inf A$

d/ Số lượng tất cả các chặn dưới của X.

<u>Bài 51</u>: Cho tập hợp $X = \{a,b,c,d,e,x,y,z,t,k\}$ với quan hệ thứ tự R được xác định bởi biểu đồ Hasse sau đây:

Hãy tìm:

a/ sup{b,c}.
b/ inf{b,c}
c/ sup{d,x}
d/ inf {b,t}
e/ sup{c,e}
f/ inf{e,x}
g/ sup{a,k}
h/ inf {d,y}
i/ sup{b,x}
j/ inf{d,k}



Bài 52: Với tập hợp X có quan hệ thứ tự R như bài 51 thì X có phần tử lớn nhất và bé nhất không? Vì sao?

Bài 53: Trong các tập hợp có thứ tự sau đây, hãy cho biết tập hợp nào là tập hợp được sắp thứ tự tốt, vì sao?
a/ $(IN,\le)$
b/ $(Z,\le)$
c/ $(Q,\le)$
d/ $(Q^+,\le)$
e/ $(P,\le)$, trong đó P là tập hợp các số nguyên tố.
f/ $(X,\le)$, trong đó $X \neq \phi$ là một tập hợp con hữu hạn của Z.

Bài 54: Hãy tìm ƯSCLN của các cặp số sau:
a/ 43, 16.
b/ 442, 276.
c/ 6234, 3312.
d/ 87657, 44441.
e/ 654321, 123456.
f/ 123321, 321123.

Bài 55: Có 400 đồng xu được đánh số từ 1 đến 400 đặt thành một hang ngang trên bàn và có 400 sinh viên cũng được đánh số từ 1 đến 400. Sinh viên thứ nhất sẽ lật ngược tất cả các đồng xu lại. Tiếp theo, sinh viên thứ hai lật ngược đồng xu thứ 2,4,6,…và sinh viên thứ n, với $1 \le n \le 400$, sẽ lật ngược đồng xu thứ $n, 2n, 3n, \ldots$
a/ Như vậy, đồng xu thứ 400 bị lật ngược tổng cộng bao nhiêu lần?
b/ Có đồng xu nào có số lần bị lật ngược giống như đồng xu thứ 400 hay không?

Bài 56: Hãy tìm số nguyên dương n có đúng:
a/ Hai ước số dương.
b/ Ba ước số dương.
c/ Bốn ước số dương.
d/ Năm ước số dương.

CHƯƠNG 4: ĐẠI SỐ BOOL VÀ HÀM BOOL

Bài 1: Gọi $\cup_{480}$ là tập hợp các ước số dương của 480. Trong $\cup_{480}$ ta định nghĩa các phép toán $\vee,\wedge$ và phép toán lấy phần bù $^{-}$ như sau:

Với mọi $x, y \in \cup_{480}$ thì:
$$x \vee y = BSCNN(x,y)$$
$$x \wedge y = USCLN(x,y)$$
$$\bar{x} = \frac{480}{x}$$

CMR $\cup_{480}$ là một đại số Bool.

Bài 2: Cho tập hợp $X \neq \phi$, và ß là một đại số Bool. Với $f, g \in ß^X$ ta định nghĩa:
$$\forall x \in X : (f \vee g)(x) = f(x) \vee g(x),$$
$$\forall x \in X : (f \wedge g)(x) = f(x) \wedge g(x),$$
$$\forall x \in X : \bar{f}(x) = \overline{f(x)}$$

CMR $ß^X$ là một đại số Bool, với các phép toán nêu trên.

Bài 3: Cho A, B là 2 đại số Bool. Trên $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$ ta định nghĩa:
$$(x,y) \vee (z,t) = (x \vee z, y \vee t)$$
$$(x,y) \wedge (z,t) = (x \wedge z, y \wedge t)$$
$$\overline{(x,y)} = (\bar{x}, \bar{y})$$

CMR $\mathrm{A} \times \mathrm{B}$ là một đại số Bool với các phép toán nêu trên.

Bài 4: Cho A là một đại số Bool. Trên A ta định nghĩa phép toán:
$$x \oplus y = (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y)$$

CMR phép toán này thỏa: $\forall x, y, z \in \mathrm{A}$:
$$(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$$
$$x \oplus y = y \oplus x$$
$$x \oplus 0 = x$$
$$x \oplus x = 0$$
$$x \wedge (y \oplus z) = (x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$$

Lúc này, ta gọi cấu trúc $(\mathrm{A}, \oplus, \wedge)$ là một vành giao hoán.

Bài 5: Cho A là một đại số Bool, và a là phần tử thuộc A. Ta có thể đưa ra kết luận gì cho phần tử b thỏa một trong các điều kiện sau:

a/ $a \wedge b = 0$ b/ $a \vee b = 1$

c/ $a \wedge b = 0$ hay $a \vee b = 1$ d/ $a \wedge b = 0$ và $a \vee b = 1$

Bài 6: Cho tập hợp $\cup_{1728}$ là tập hợp chứa các ước số dương của 1728. Hỏi $\cup_{1728}$ có là một đại số Bool hay không? Vì sao? Nếu không, thì hãy cho biết có các phép toán nào khác để $\cup_{1728}$ trở thành đại số Bool hay không?

Bài 7: Giả sử x là một phần tử bất kỳ của đại số Bool có n nguyên tử. Gọi $d(x)$ là số đỉnh tối thiểu cần phải đi qua để đi từ 0 đến x dọc theo các mũi tên của biểu đồ Hasse. Lưu ý rằng $d(0) = 0$.

a/ Hãy tính $d(a)$ nếu a là một nguyên tử.

b/ CMR với x, y tùy ý, ta luôn có: $d(x \vee y) = d(x) + d(y) - d(x \wedge y)$

Bài 8: Hãy tìm giá trị của các hàm Bool sau đây khi các biến x, y, z, t nhận giá trị lần lượt là:

TH1: 1,0,0,1	TH2: 0,1,1,0	TH3: 1,0,1,0	TH4: 1,1,0,0
TH5: 0,0,1,1	TH6: 0,1,0,1	TH7: 0,1,1,1	TH8: 1,1,1,0

a/ $[\overline{xy} \vee (\bar{x})(\bar{y})] \wedge [(\bar{z} \vee t)x]$ b/ $[(t \vee \bar{x}y) \wedge xy\bar{z}] \vee [\overline{x\bar{y}(\bar{t} \wedge z)}]$

c/ $[\overline{tx \vee \bar{y}} \vee yz] \wedge [(\overline{y\bar{z} \vee x\bar{t}})(x \vee y)]$ d/ $[tx \vee (\overline{xy \vee yz})] \wedge [\bar{x}(\bar{y}z \vee \bar{t})]$

e/ $(tx \vee y\bar{z}) \vee t\bar{y} \vee \overline{(t \vee y)(\bar{x} \vee y)}$ f/ $\overline{(xy \vee \bar{z}t)(z \vee \bar{x}t)} \wedge [(x\bar{z} \vee yt)x\bar{y}z]$

g/ $[\overline{(x\bar{z}t \vee \bar{y})}(\bar{x} \vee y\bar{z}t)] \vee (xz \wedge \bar{y}z\bar{t})$ h/ $\overline{(x\bar{z}t \wedge z\bar{t})} \vee \bar{y}t \vee (\bar{z} \vee t)$

Bài 9: Hãy tìm tất cả các giá trị của y và z để cho các biểu thức sau luôn có giá trị = 1, nếu biết rằng $x = 1$.

a/ $x \vee xy \vee z$ b/ $xy \vee z$ c/ $\bar{x}y \vee xz$ d/ $\bar{x}y \vee z$

e/ $xy \wedge (\bar{z} \vee \bar{y})$ f/ $z \vee (x\bar{y} \wedge \bar{x}z)$ g/ $x\bar{y} \vee \bar{x}z$ h/ $z \wedge (\bar{x} \vee \bar{y})$

Bài 10: Hãy tìm biểu thức tối tiểu (từ tối tiểu) theo 4 biến x, y, z, t nếu biết rằng biểu thức này sẽ nhận giá trị =1 tại

a/ $x = t = 0, y = z = 1$ b/ $x = y = 1, z = t = 0$ c/ $x = y = z = 1, t = 0$

d/ $x = y = z = t = 0$ e/ $x = y = 0, z = t = 1$ f/ $x = y = z = t = 1$

Bài 11: Có bao nhiêu hàm Bool 8 biến nhận giá trị = 1 tại các điểm có đúng 3 thành phần có giá trị 1, nghĩa là tại các điểm khác thì hàm Bool này có thể nhận giá trị =0 hay =1.

Bài 12: Có bao nhiêu hàm Bool 8 biến nhận giá trị = 1 tại các điểm có không quá 3 thành phần có giá trị 1, nghĩa là tại các điểm khác thì hàm Bool này có thể nhận giá trị =0 hay =1.

Bài 13: Có bao nhiêu hàm Bool 8 biến không phụ thuộc vào giá trị của biến thứ nhất? Câu hỏi tương tự: có bao nhiêu hàm Bool không phụ thuộc vào giá trị của 3 biến đầu tiên?

Bài 14: Hãy tìm các hàm Bool theo 2 biến x, y sao cho:

$$f(x, y) = f(y, x) \quad \text{, với mọi } x, y.$$

Bài 15: Hãy xác định các hàm Bool theo 3 biến x, y, z sao cho:

$$f(x, y, z) = f(y, z, x) \quad \text{, với mọi } x, y, z.$$

Bài 16: Hãy xác định các hàm Bool theo 3 biến x, y, z nếu biết rằng hàm Bool này không thay đổi giá trị nếu ta hoán vị 2 biến bất kỳ cho nhau. Câu hỏi tương tự cho hàm Bool 4 biến.

(***Gợi ý bài 14,15,16***: Hãy lập bảng chân trị rồi ta đề xuất ra hàm Bool)

Bài 17: Có tồn tại hay không một hàm Bool theo 3 biến x, y, z, có giá trị khác 0 nếu biết rằng hàm Bool này sẽ được thay thế bằng phần bù ($f = \bar{f}$) khi ta hoán vị 2 biến bất kỳ cho nhau? Câu hỏi tương tự cho hàm Bool n biến, với $n \in Z^+, n \geq 2$.

Bài 18: Một hàm Bool n biến f được gọi là hàm Bool chẵn, nếu:

$$f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad \text{, với mọi } x_1, x_2, \ldots, x_n .$$

Như vậy, có bao nhiêu hàm chẵn theo n biến? Hãy xác định cụ thể các hàm này trong trường hợp $n = 2$.

Bài 19: Một hàm Bool n biến f được gọi là hàm Bool lẻ, nếu:

$$f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n) = \bar{f}(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad \text{, với mọi } x_1, x_2, \ldots, x_n .$$

Như vậy, có bao nhiêu hàm chẵn theo n biến? Hãy xác định cụ thể các hàm này trong trường hợp $n = 2$.

Bài 20: Giả sử f là hàm Bool được hình thành từ tích của p từ đơn phân biệt (từ p tế bào đơn phân biệt).

a/ Hỏi có bao nhiêu từ tối tiểu xuất hiện trong dạng nối rời chính tắc của f ?

b/ Hỏi có bao nhiêu hàm Bool trội f ?

Bài 21: Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của các hàm Bool f theo 4 biến x, y, z, t trong các trường hợp sau:

a/ $f^{-1}(1) = \{1100,\ 1010,\ 0001,\ 0101,\ 0000,\ 1001\}$

b/ $f^{-1}(0) = \{0001,\ 1000,\ 0101,\ 1110,\ 1011\}$

c/ $f^{-1}(1) = \{0101,\ 1000,\ 1001,\ 0001,\ 1110,\ 1010,\ 1011,\ 1111\}$

d/ $f^{-1}(0) = \{0000,\ 1111,\ 0111,\ 1110,\ 1001\}$

e/ $f^{-1}(1) = \{0010,\ 1011,\ 1101,\ 1001,\ 1111,\ 0000,\ 1010,\ 0100\}$

f/ $f^{-1}(0) = \{0110,\ 1001,\ 0101,\ 1010,\ 1101\}$

g/ $f^{-1}(1) = \{0111,\ 1011,\ 0001,\ 0011,\ 1111,\ 0010,\ 1001,\ 1000\}$

h/ $f^{-1}(0) = \{0101,\ 1011,\ 0110,\ 0111,\ 0001\}$

i/ $f^{-1}(1) = \{0001,\ 1010,\ 1100,\ 0011,\ 1011,\ 1110,\ 1001,\ 0010,\ 0100\}$

j/ $f^{-1}(0) = \{0101,\ 0001,\ 1000,\ 1010,\ 1101\}$

Bài 22: Hãy tìm dạng chính tắc tuyển (dạng nối rời chính tắc) của các hàm Bool theo 3 biến x, y, z trong các trường hợp sau:

a/ $xy \vee \bar{x}z$ b/ $x(y \vee \bar{x})z$ c/ $xy \vee yz \vee xz$ d/ $x\bar{y}(z \vee \bar{x}y)$

e/ $xyz \vee (\bar{x})(\bar{z})$ f/ $x(y \vee xz) \vee \bar{z}$ g/ $\bar{y} \vee [x(y \vee z) \vee \bar{x}]$ h/ $(x \vee yz)[\bar{x} \vee (\bar{y})(\bar{z})]$

i/ $(\bar{x} \vee yz)(\bar{y} \vee xz)(\bar{z} \vee xy)$

j/ $(x \vee yz)(y \vee xz)(z \vee xy)$

k/ $[x\bar{y}(z \vee \bar{x})] \vee [\bar{x}z(y \vee \bar{z})(xy\bar{z} \vee \bar{y}z)]$

l/ $[\bar{x}y(z \vee x\bar{y}z)] \vee [x\bar{y}(y\bar{z} \vee xz)]$

Bài 23: Hãy tìm dạng chính tắc tuyển (dạng nối rời chính tắc) của các hàm Bool theo 4 biến x, y, z, t trong các trường hợp sau:

a/ $(xy \vee zt)(x \vee z)(xz \vee yt)(xt \vee yz)$

b/ $xyz \vee \bar{y}zt \vee x\bar{t}[(x \vee y)(z \vee t)] \vee [(x \vee z)(y \vee t)] \vee [(x \vee t)(y \vee z)]$

c/ $(xz \vee y\bar{z} \vee x\bar{t})xyt \vee yz \vee zt \vee xt$

d/ $xyz\bar{t} \vee xy\bar{z}t \vee x\bar{y}zt \vee \bar{x}yzt \vee x \vee xy \vee xyz \vee xyzt$.

e/ $(xzt \vee \bar{y}z)(\bar{x}y \vee \bar{t}) \vee (xy\bar{z} \vee yt)(\bar{x} \vee y\bar{z}t) \vee xyz\bar{t}$

f/ $(y\bar{t} \vee \bar{x}yz)(x\bar{y}t \vee yzt) \vee xyt(x\bar{z} \vee \bar{x}t) \vee \bar{y}z\bar{t}$

<u>Bài 24</u>: Một bài kiểm tra có 4 câu hỏi: A, B, C, D, với các mức điểm tương ứng của mỗi câu theo thứ tự là: 8,5,4,3. Nếu trả lời đúng câu hỏi nào thì sinh viên sẽ đạt điểm tối đa của câu hỏi đó, còn nếu trả lời sai thì sẽ không được điểm câu đó. Muốn bài kiểm tra đạt yêu cầu thì sinh viên phải đạt 10 điểm trở lên. Hãy liên kết 4 câu hỏi này với 4 biến Bool x, y, z, t và một hàm Bool $f(x, y, z, t)$ sao cho hàm Bool này nhận giá trị = 1 nếu bài kiểm tra của sinh viên đạt yêu cầu, còn ngược lại nếu bài kiểm tra không đạt yêu cầu thì giá trị của hàm Bool này = 0. Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của hàm Bool f.

<u>Bài 25</u>: Hãy vẽ sơ đồ mạch (thông qua các cổng mạch) cho các biểu thức sau:

a/ $g(x, y) = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y})(x \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)} \vee [\overline{x\bar{y}(x \vee \bar{x}y)} \vee (xy \vee \bar{y})]$

b/ $g(x, y) = [\overline{xy(x \vee \bar{y})} \vee \overline{(\bar{x} \vee \bar{y})x}] \vee [\bar{x}y \vee \overline{xy \vee \bar{y}}](x \vee y \vee xy)$

c/ $g(x, y) = (x\bar{y} + \overline{y + xy})x + (x + \bar{y})[\bar{x}y + \overline{x + xy(\bar{x} + y)}]$

d/ $g(x, y) = xy(\bar{x} + \overline{x\bar{y} + \overline{xy + \bar{y}}})] + (\bar{x} + y)[xy(x + x\bar{y}) + \overline{\bar{x} + xy}]$

e/ $g(x, y) = x\bar{y}(x + y + \overline{xy + \bar{x}y + x\bar{y}}) + (x\bar{y} + \overline{x + \overline{xy + \bar{y}}})[\bar{x} + \overline{\bar{x}y(x + \bar{y})}]$

f/ $g(x, y, z) = \overline{(x\bar{z} + xy)}(x + \overline{y + z}) + \bar{x}y(yz + x\bar{z}) + \overline{(\bar{x}y\bar{z} + \overline{\bar{x} + \bar{y}} + \bar{z})}$

g/ $g(x, y, z) = (xy\bar{z} + \overline{xz + \bar{y}z})(x + \overline{y + xyz + \bar{z}}) + (x\bar{y}z + \overline{xy + \bar{y}z})(\overline{x + yz} + \overline{\bar{x}z + z})$

h/ $g(x, y, z) = (\bar{x}y\bar{z} + \overline{yz + x\bar{y}})(\overline{xy + \bar{z}} + \bar{x}z) + (x + \overline{yz + \bar{x}y})(\overline{x\bar{y} + yz + xyz})$

i/ $g(x, y, z) = \overline{[(x + \overline{y + y\bar{z}})(x\bar{y} + \overline{\bar{y}z + \bar{x}}) + xy(\bar{z} + xz + \bar{y}z)]} + (\overline{\bar{x}y + z + xz})(\overline{x + \bar{y}} + x\bar{z})$

j/ $g(x, y, z) = (x\bar{y}z + \overline{y\bar{z} + x} + xy)(x + \overline{\bar{x}z + y + xy\bar{z}}) + (x + \bar{y}z)(xy + yz + zx) + \overline{(\overline{x + y + z} + \overline{xyz})}$

k/ $g(x, y, z, t) = (xy\bar{z} + \overline{\bar{y}t + xy\bar{t}})(\bar{x} + \overline{yzt + \overline{\bar{y}z + yt}}) + (x\bar{y}z\bar{t} + \overline{xzt + y\bar{t} + \bar{z}t})(\overline{x + yz + yt + yzt})$

l/ $g(x, y, z, t) = (xt + \bar{y}z + \overline{xyt + \bar{x}z})(\overline{x\bar{t} + \overline{y\bar{z}t + x}} + \overline{y + zt}) + (\overline{x + \bar{z}t + \bar{x}zt} + \overline{xyz + \bar{t}})(\bar{y} + z\bar{t})$

m/ $g(x, y, z, t) = \overline{(x + \overline{yz\bar{t} + \bar{x}t + y\bar{z}})(xy + zt + \overline{x\bar{z}t + y\bar{t}})} + (\overline{x\bar{y} + \overline{y\bar{z} + z\bar{t}}} + xyzt)(\overline{\bar{x} + \bar{y}z} + zt)$

n/ $g(x, y, z, t) = (\overline{xy\bar{z} + \bar{y}t + z\bar{t}})(xyt + \overline{\bar{z}t + \bar{t} + yz}) + (\bar{x}yz + \overline{zt + \bar{y}} + x\bar{t})(\overline{x + \bar{y}zt + \bar{x}z})$

o/ $g(x, y, z, t) = (\overline{xyz + \bar{y}t + \bar{x}zt} + y\bar{z})(x + \overline{zt + y\bar{t} + \bar{x}z}) + xyz(\overline{\bar{x} + y + \overline{zt + x\bar{z}}})$

<u>Bài 26</u>: Hãy vẽ các sơ đồ mạch cho các hàm Bool sau bằng cách dùng ít cổng mạch nhất.

a/ $g(x, y) = [x\bar{y}(x + \bar{x}y) + \overline{y + xy}] + [x(x\bar{y} + \overline{x + \overline{y + xy}})]$

b/ $g(x, y) = [xy(x + \bar{y}) + \overline{\bar{x}y + y}] + [\bar{y}(xy + \overline{\bar{x} + y + \overline{xy}})]$

c/ $g(x, y) = (x + y)(\overline{xy + x\bar{y} + \bar{x}}) + [(\bar{x} + \overline{\overline{x\bar{y} + \bar{x}y} + y})](xy + \bar{y})$

d/ $g(x, y) = (\overline{\bar{x} + xy} + x\bar{y})(x + \overline{\bar{y} + \bar{x}y}) + [(\bar{x} + \bar{y})(x\bar{y} + \overline{x + \overline{xy}})](x\bar{y} + y)$

e/ $g(x, y) = (\overline{x + y + xy} + \bar{x} + \bar{y})(x\bar{y} + \overline{\bar{x} + y}) + [\overline{(xy + \bar{y})x + \bar{x}y} + x](x + \bar{x}y)$

f/ $g(x, y, z) = [\overline{(x\bar{y} + \bar{x}z)xyz + y\bar{z}}] + [\overline{x\bar{z} + xy + \overline{\bar{y}z + x}}](\overline{x + yz} + \bar{x}z) + \bar{x}y\bar{z} + yz$

g/ $g(x, y, z) = [\overline{xy\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}}](\overline{xy + yz + zx} + x\bar{y}z) + (\overline{x\bar{y} + \bar{z}} + y)(y\bar{z} + \overline{x\bar{y} + xyz})$

h/ $g(x, y, z) = [\overline{\bar{x}yz + \overline{x + yz}} + y\bar{z}](xy + \bar{z} + \bar{y}z) + \overline{(x\bar{z} + \overline{yz + \bar{y}})(\overline{x + \bar{y}z} + x\bar{y}) + x\bar{z}}$

i/ $g(x, y, z) = \overline{(\overline{xy + \bar{y}z + \bar{x}})(x\bar{z} + \overline{y\bar{z} + y})} + xyz + [(x\bar{y} + \bar{z} + x\bar{y}z) + \overline{(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z})xyz}]$

j/ $g(x, y, z) = (xy\bar{z} + \overline{x + \bar{y}z} + \bar{x})(x + \overline{yz + \bar{x}z}) + [(xy + yz + zx)(\bar{x}y + \bar{y}z + \overline{x + y + z})]$

k/ $g(x,y,z,t) = (xt + \overline{z\bar{t} + x\bar{y}z})(yt + \overline{\bar{x}z\bar{t} + \bar{t} + xy}) + \overline{(\overline{xzt + y\bar{t}} + \overline{x + zt}) + yzt + x\bar{z}}$

l/ $g(x,y,z,t) = (\overline{xt + y\bar{z}} + \bar{x}yz)(\overline{x + yzt} + \bar{y}) + (\overline{xz + yz\bar{t} + \overline{xy + zt}} + \bar{z})(\overline{x + yz + zt} + \bar{x}y)$

m/ $g(x,y,z,t) = (\bar{x}y\bar{z}t + xt + y\bar{t})(x\bar{z}t + \overline{xyz + \bar{y} + \bar{t}}) + (\overline{x + yzt} + \bar{z}t)(y\bar{z} + \bar{x}t + \overline{x\bar{y}zt + x\bar{z}})$

n/ $g(x,y,z,t) = (x\bar{z} + y + z\bar{t})(x\bar{y}z + \overline{zt + \bar{x}}) + \overline{(\bar{x}y\bar{z} + \overline{xz + y\bar{t}}) + xyz + \overline{\bar{t} + y\bar{z}}}$

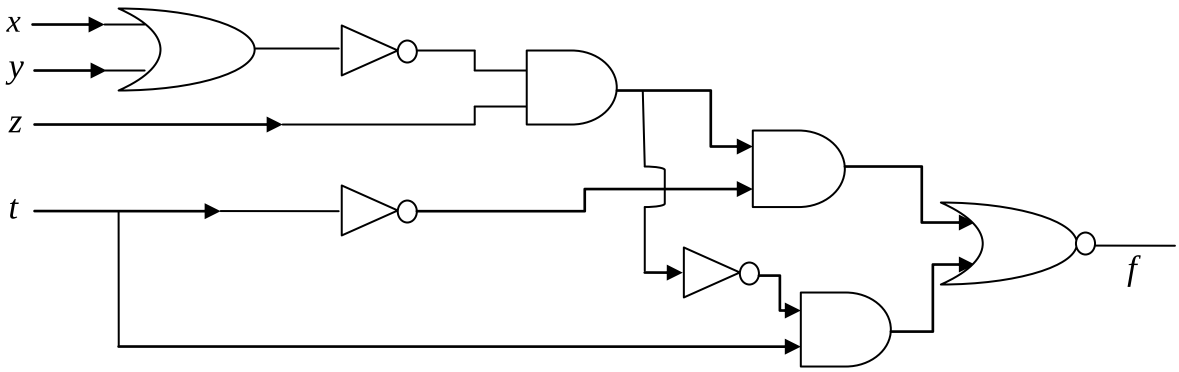
o/ $g(x,y,z,t) = (x\bar{t} + \overline{y\bar{z}t + \bar{x} + \bar{y}})(\overline{yz + \overline{t + xy}} + z\bar{t}) + (xt + \overline{y\bar{z} + \bar{x}zt + \bar{x}})(xyz + \overline{z\bar{t} + \bar{y} + \bar{x}y})$

Bài 27: Hãy biểu diễn phép toán $\vee$ bằng cách chỉ dùng cổng AND và cổng NOT.

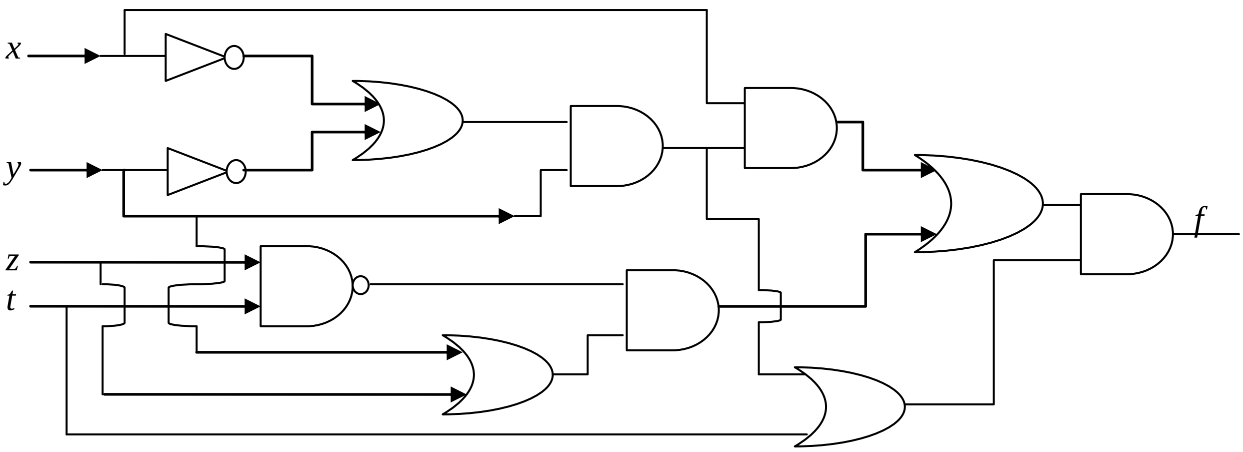
Bài 28: Hãy biểu diễn phép toán $\vee$ và phép toán $\bullet$ bằng cách chỉ dùng cổng NOR.

Bài 29: Hãy viết biểu thức của hàm Bool f có sơ đồ mạch được biểu diễn như sau:

a/



b/



Bài 30: Hãy vẽ một sơ đồ mạch chỉ sử dụng cổng NOR để tổng hợp cho một hàm Bool 4 biến f sao cho f chỉ nhận giá trị 1 khi và chỉ khi số biến lấy giá trị 1 là số chẵn. Hãy làm tương tự đối với cổng NOT-AND và NOT-XOR.

Bài 31: Hãy tìm công thức đa thức tối tiểu cho các hàm Bool 4 biến:

a/ $f^{-1}(1) = \{0100,\ 0001,\ 1001,\ 0111,\ 0110,\ 1111,\ 0000,\ 1010,\ 1110\}$

b/ $f^{-1}(0) = \{1001,\ 0101,\ 0000,\ 0110,\ 1011,\ 1101\}$

c/ $f^{-1}(1) = \{1000,\ 0001,\ 1011,\ 0000,\ 0101,\ 1110,\ 0010,\ 0110,\ 0100\}$

d/ $f^{-1}(0) = \{0000,\ 1111,\ 0101,\ 1110,\ 1000\}$

e/ $f^{-1}(1) = \{0011,\ 1100,\ 0001,\ 1001,\ 0101,\ 0010,\ 0110,\ 0111\}$

f/ $f^{-1}(0) = \{0000,\ 1001,\ 0110,\ 1000\}$

g/ $f^{-1}(1) = \{1001,\ 0011,\ 1010,\ 0111,\ 0100,\ 0001,\ 1000,\ 0101\}$

h/ $f^{-}(0) = \{0100,\ 1001,\ 0000,\ 0101,\ 0111\}$

i/ $f^{-1}(1) = \{1011,\ 1101,\ 0110,\ 1001,\ 0000,\ 0001,\ 1010,\ 0010,\ 0100\}$

j/ $f^{-1}(0) = \{0000,\ 1001,\ 1111,\ 0101,\ 1010\}$

k/ $f^{-1}(1) = \{1001,\ 0010,\ 1000,\ 1101,\ 0011\ 1011,\ 0101,\ 0100\}$

l/ $f^{-1}(0) = \{1000,\ 0000,\ 1010,\ 0011\}$

m/ $f^{-1}(1) = \{0011,\ 1001,\ 1011,\ 1111,\ 0010,\ 0110,\ 0100,\ 1010\}$

n/ $f^{-1}(0) = \{0010,\ 1001,\ 1000,\ 1100,\ 0111\}$

o/ $f^{-1}(1) = \{1100,\ 1001,,\ 0001,\ 1011,\ 1010,\ 0110,\ 1110,\ 0101,\ 0000\}$

p/ $f^{-1}(0) = \{0101\ 1001,\ 1011,\ 0001,\ 1000\}$

q/ $f^{-1}(1) = \{1010,\ 1100,\ 1011,\ 0110,\ 0111,\ 1000,\ 0010,\ 1001,\ 1101\}$

r/ $f^{-1}(0) = \{1010,\ 1001,\ 1111,\ 1011,\ 0100\}$

s/ $f^{-1}(1) = \{1100,\ 1010,\ 1001,\ 1101,\ 1011,\ 0101,\ 1111,\ 0001,\ 1000\}$

t/ $f^{-1}(0) = \{0010,\ 1000,\ 1100,\ 0011,\ 0101\}$

u/ $f^{-1}(1) = \{1011,\ 1000,\ 1111,\ 1101,\ 1010,\ 0101,\ 0110,\ 0001\}$

v/ $f^{-1}(0) = \{1010,\ 1011,\ 1001,\ 1000,\ 0011\}$

w/ $f^{-1}(1) = \{1110,\ 1001,\ 0001,\ 1010,\ 0011,\ 0110,\ 0111,\ 1011,\ 0000\}$

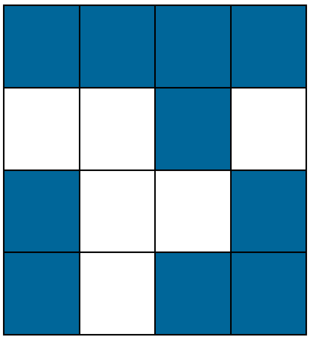
x/ $f^{-1}(0) = \{0010,\ 1100,\ 0101,\ 1010,\ 0000\}$

y/ $f^{-1}(1) = \{1011,\ 1001,\ 1101,\ 1111,\ 1110\ 0111,\ 1000,\ 0001,\ 0010,\ 0011\}$

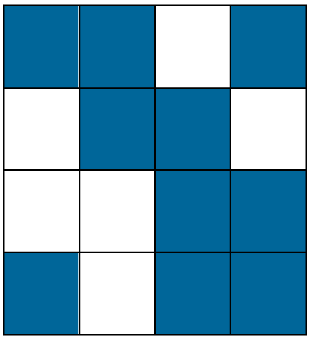
z/ $f^{-1}(0) = \{1010,\ 1011,\ 1000,\ 0110,\ 1111\}$

<u>Bài 32</u>: Hãy tìm công thức đa thức tối tiểu cho hàm Bool f có biểu đồ Karnaugh sau:

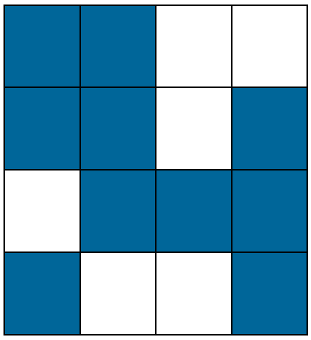
a/



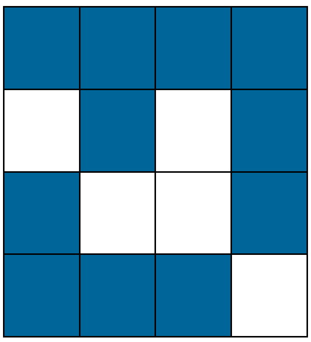
b/



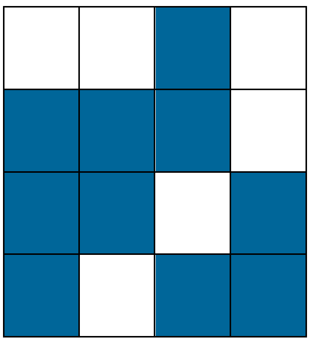
c/



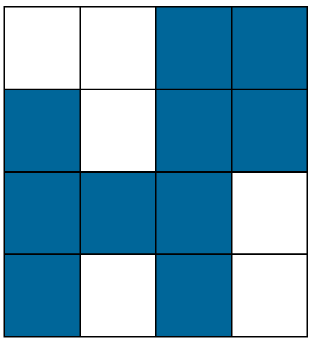
d/



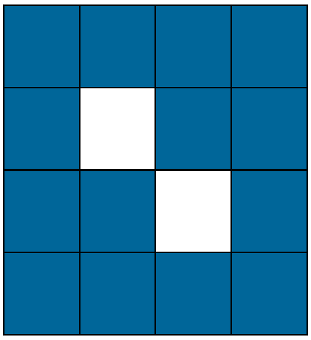
e/



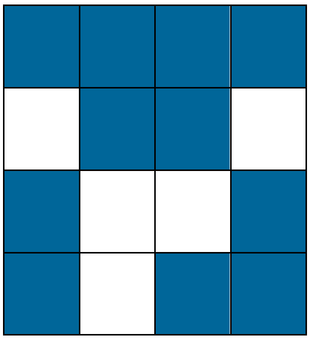
f/



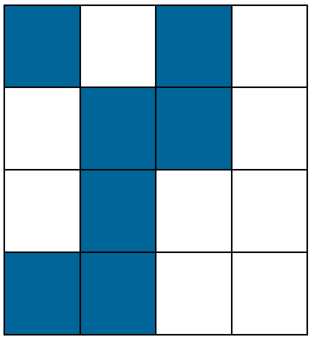
g/



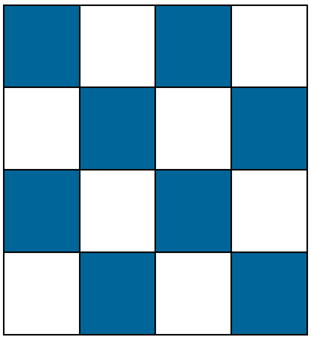
h/



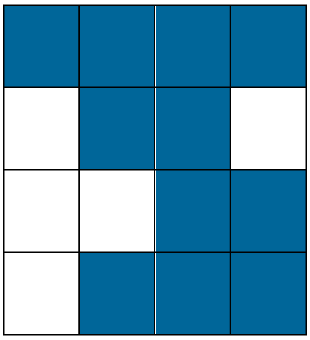
i/



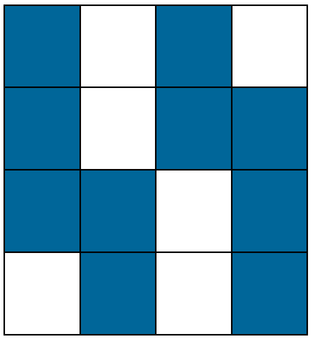
j/



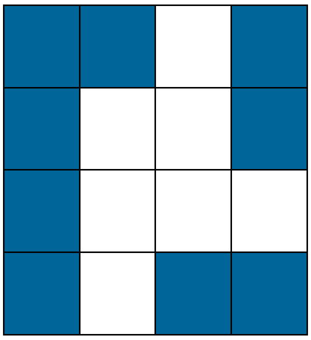
k/



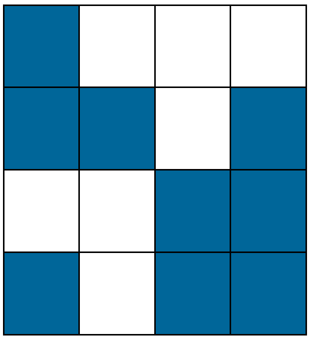
l/



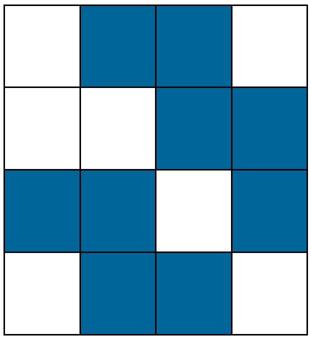
m/



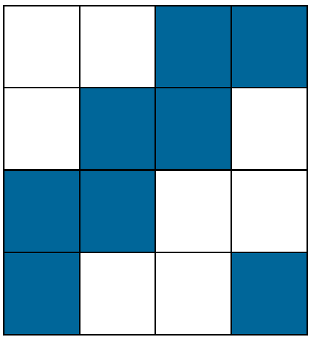
n/



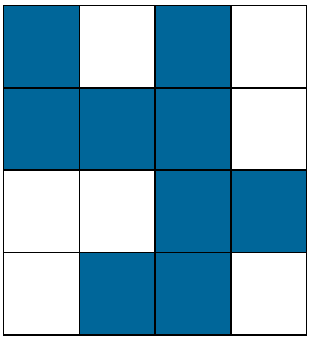
o/



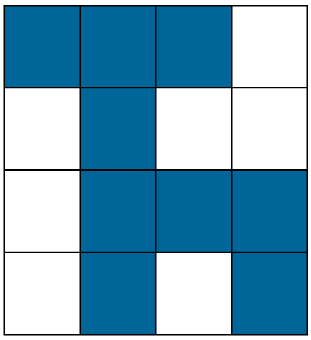
p/



q/



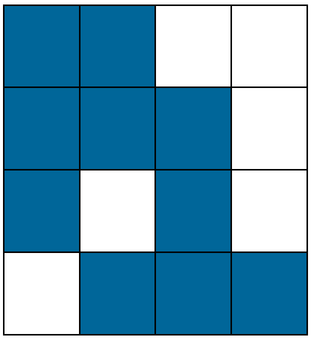
r/

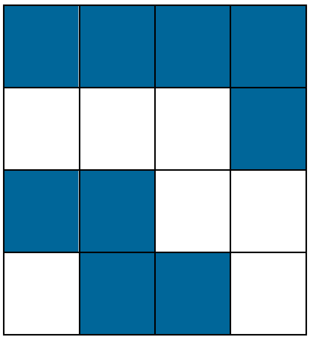


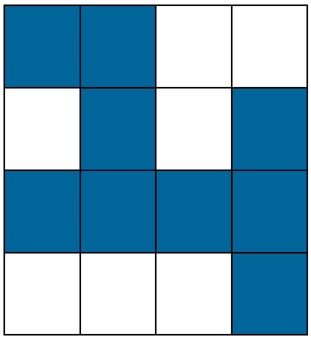
s/

t/

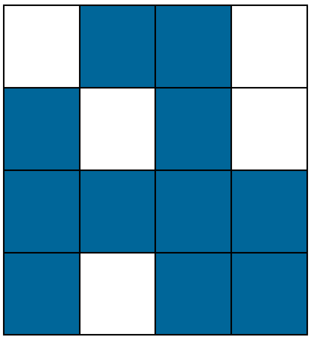
u/

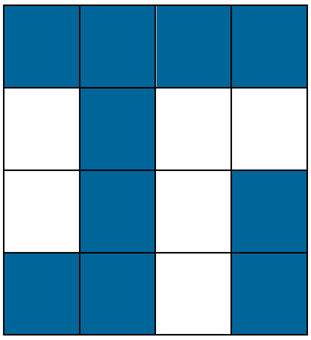


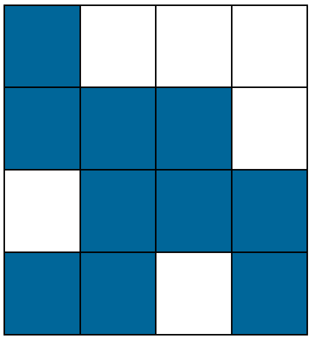




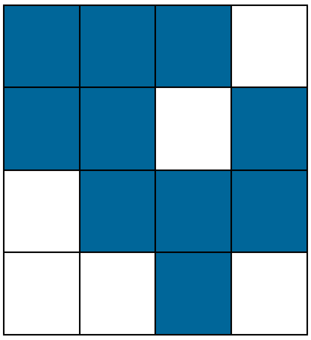
v/ w/ x/

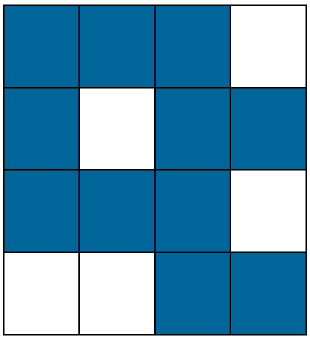






y/ z/





<u>Bài 33</u>: Hãy tìm công thức đa thức tối tiểu cho các hàm Bool sau:

a/ $f(x,y,z,t) = \bar{z}(x\bar{y} \vee yt) \vee y(x\bar{z} \vee \bar{x}z)$

b/ $f(x,y,z,t) = xyzt \vee \bar{x}.\bar{y} \vee x\bar{z}t \vee y\bar{z}\bar{t}$

c/ $f(x,y,z,t) = \bar{y}(zt \vee \bar{z}\bar{t}) \vee y(\bar{z}\bar{t} \vee xzt) \vee \bar{x}zt$

d/ $f(x,y,z,t) = xyzt \vee x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee yz \vee xy(\bar{z} \vee \bar{t})$

e/ $f(x,y,z,t) = \bar{z}\bar{t} \vee xy\bar{t} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}.\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}.\bar{z}t \vee \bar{y}zt$

f/ $f(x,y,z,t) = (x \vee t)(x \vee z)(y \vee t)(y \vee z)$

g/ $f(x,y,z,t) = yt(y \vee z) \vee \bar{z}(x \vee y) \vee xy\bar{z}$

h/ $f(x,y,z,t) = yt(x \vee \bar{z}) \vee \bar{x}(\bar{z}\bar{t} \vee yt) \vee \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}t$

i/ $f(x,y,z,t) = y\bar{t} \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}z\bar{t} \vee \bar{x}.\bar{y}.\bar{z}\bar{t}$

j/ $f(x,y,z,t) = x\bar{y}(z \vee \bar{t}) \vee \bar{y}.\bar{z}.\bar{t} \vee \bar{x}z \vee xzt \vee \bar{x}(y\bar{z} \vee z\bar{t})$

<u>Bài 34</u>: Hãy tìm các công thức đa thức tối tiểu của hàm Bool f sau. Sau đó, hãy cho biết số cổng ít nhất cần dùng để thiết kế ra f.

a/ f là hàm Bool 3 biến, lấy giá trị = 1 khi và chỉ khi có đúng 2 biến lấy giá trị = 1.

b/ f là hàm Bool 3 biến, lấy giá trị = 1 khi và chỉ khi có ít nhất 2 biến lấy giá trị = 1.

c/ f là hàm Bool 4 biến, lấy giá trị = 1 khi và chỉ khi số biến lấy giá trị = 1 là số lẻ.

d/ f là hàm Bool 4 biến, lấy giá trị = 1 khi và chỉ khi số biến lấy giá trị = 1 là số chẵn.

Bài 35: Hãy kiểm tra tính giao hoán và tính kết hợp của các phép toán sau:

a/ Phép toán * trên tập hợp các số tự nhiên N cho bởi:

$$a*b = a+b+2, \qquad \forall a,b \in N$$

b/ Phép toán * trên $X = \{x \in R \mid x > 0\}$ định bởi:

$$a*b = \frac{ab}{a+b}$$

c/ Phép toán * trên tập hợp các số thực R cho bởi:

$$a*b = a+b+ab$$

d/ Các phép toán * và T trên $X = \{a,b,c\}$ được định nghĩa bởi các bảng Cayley sau đây:

*	a	b	c
a	b	a	c
b	c	b	a
c	a	c	b

T	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

Bài 36: Cho tập hợp X hữu hạn có n phần tử. Giả sử * là một phép toán hai ngôi được định nghĩa bởi một bảng Cayley. Hãy trình bày những thuật toán để kiểm tra các tính chất sau đây của phép toán:

a/ Tính kết hợp.

b/ Tính giao hoán.

c/ Có phần tử trung hòa?

d/ Giả sử đã có phần tử trung hòa, hãy kiểm tra tính khả nghịch của mỗi phần tử trên X.

CHƯƠNG 5: LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Bài 1:

FILE NÀY VẪN CÒN ĐANG TIẾP TỤC ĐƯỢC CẬP NHẬT, BỔ SUNG.
CHÚC CÁC BẠN HỌC VÀ LÀM BÀI THẬT TỐT
GOOD LUCK TO YOU!