

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

**Лабораторная работа №3 по дисциплине
“Численные методы анализа”**

Семестр 2

Выполнили студенты:

Косарев Илья,
гр. J3110, ИСУ 466304

Капустина Юлия,
гр. J3110, ИСУ 466110

Кащеев Максим,
гр. J3111, ИСУ 466147

Санкт-Петербург,
г. 2025

Содержание

1	Цели и задачи	2
2	Теоретическая часть	2
2.1	Представление изображений	2
2.2	Разделение цветовых каналов	2
2.3	Операция свертки	3
2.4	Фильтры	3
2.5	Увеличение изображения	3
2.6	Фурье-спектр	3
3	Практическая часть	4
3.1	Исходное изображение	4
3.2	Разделение цветовых каналов	4
3.3	Графики интенсивности	6
3.4	Применение фильтров	8
3.5	Увеличение изображения	10
3.6	Фурье-анализ	12
4	Выводы	15

1 Цели и задачи

Цель: Изучение и практическая реализация основных методов обработки и анализа цифровых изображений.

Задачи:

1. Загрузка изображения и представление в виде матрицы.
2. Разделение на цветовые каналы (R, G, B) и их визуализация.
3. Преобразование цветного изображения в серое.
4. Построение графиков интенсивности пикселей для выбранных строк.
5. Реализация операции свертки с обработкой границ.
6. Применение фильтров: порогового, медианного, Гаусса, box blur, Собеля.
7. Реализация алгоритма увеличения изображения.
8. Дополнительно: визуализация Фурье-спектра и частотная фильтрация.

2 Теоретическая часть

2.1 Представление изображений

Цветное изображение: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

Серое изображение: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.

2.2 Разделение цветовых каналов

Выделение каналов:

$$R = I[:, :, 0],$$

$$G = I[:, :, 1],$$

$$B = I[:, :, 2].$$

Преобразование в серое изображение

$$I_{\text{gray}} = 0.299R + 0.587G + 0.114B.$$

2.3 Операция свертки

$$g(x, y) = \sum_{i=-a}^a \sum_{j=-b}^b w(i, j) \cdot f(x - i, y - j).$$

Методы обработки границ: zero-padding, reflect, nearest.

2.4 Фильтры

- **Пороговый:**

$$g(x, y) = \begin{cases} 255 & \text{если } f(x, y) > T, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

- **Медианный:** Замена пикселя медианой в окне $n \times n$.

- **Гауссов:**

$$w(i, j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right).$$

- **Box blur:** $\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- **Собеля:**

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}.$$

2.5 Увеличение изображения

Бикубическая интерполяция:

$$I_{\text{new}}(x, y) = \sum_{i=-1}^2 \sum_{j=-1}^2 f(x_i, y_j) \cdot R(\Delta x) \cdot R(\Delta y).$$

2.6 Фурье-спектр

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp\left(-i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)\right).$$

Фильтрация: НЧ/ВЧ составляющие.

3 Практическая часть

3.1 Исходное изображение

Было выбрано цветное изображение формата JPEG (Рис. 1). Размер исходного изображения: 121 × 100 пикселей.



Рис. 1: Исходное изображение

3.2 Разделение цветовых каналов

Изображение разделено на три цветовых канала: R (красный), G (зелёный), B (синий). Далее представлены результаты разделения.



Рис. 2: Красный канал



Рис. 3: Зеленый канал



Рис. 4: Синий канал

3.3 Графики интенсивности

Построены графики интенсивности для трёх строк изображения (20, 52, 100). На Рис. 5 показаны графики для цветного изображения, на Рис. 6 - для серого.

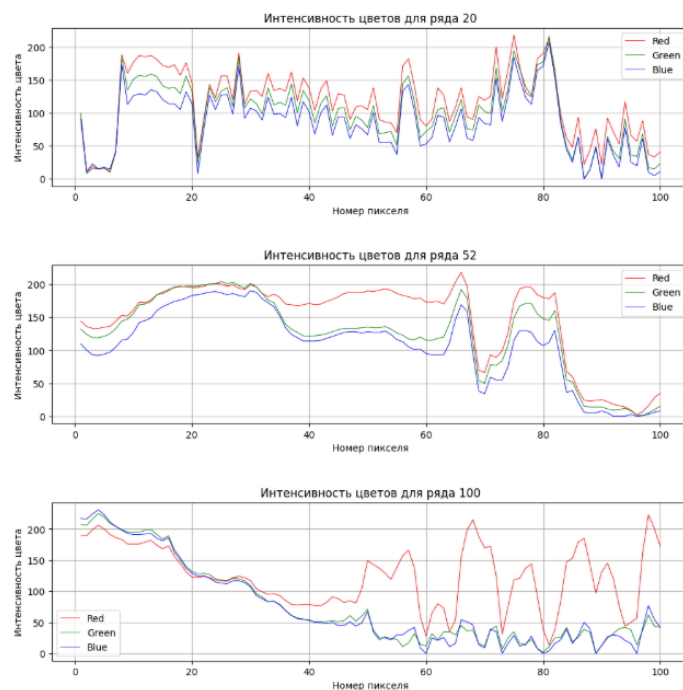


Рис. 5: Графики интенсивности для цветных каналов

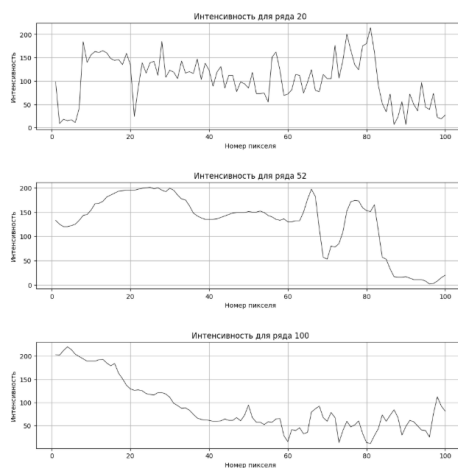


Рис. 6: Графики интенсивности для серого изображения

3.4 Применение фильтров

Были применены различные фильтры:

- Box blur (Рис. 5а)
- Пороговый фильтр ($T = 128$) (Рис. 5b)
- Медианный фильтр (ядро 11×11) (Рис. 5с)
- Фильтр Собеля (Рис. 5d)

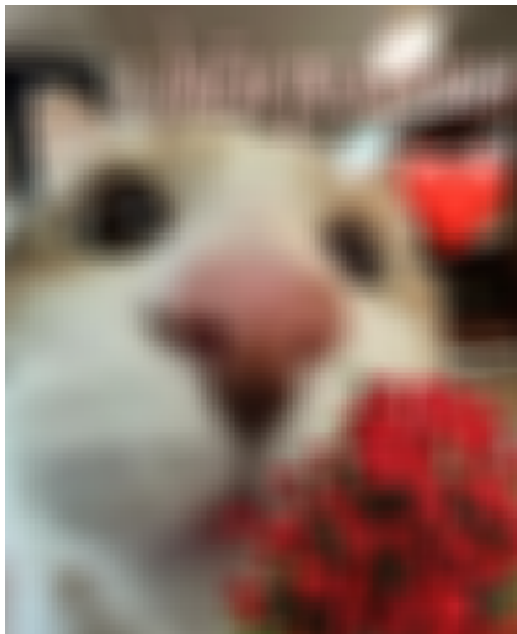


Рис. 7: Box blur



Рис. 8: Пороговый фильтр

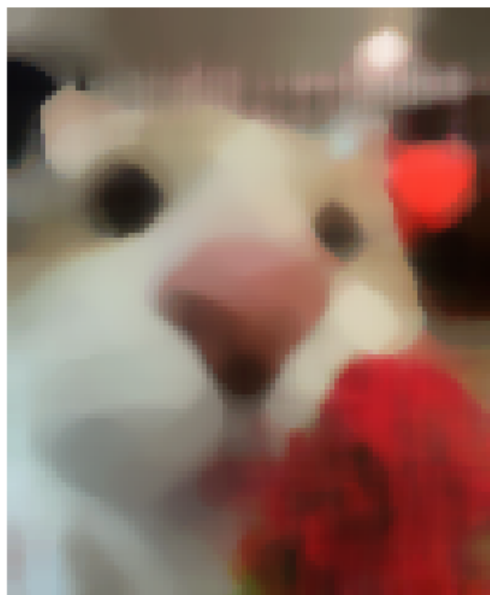


Рис. 9: Медианный фильтр



Рис. 10: Фильтр Собеля

3.5 Увеличение изображения

Изображение увеличено в 2 раза с использованием разных количеств гармоник (Рис. 6). При $n = 100$ качество лучше, чем при $n = 5$.

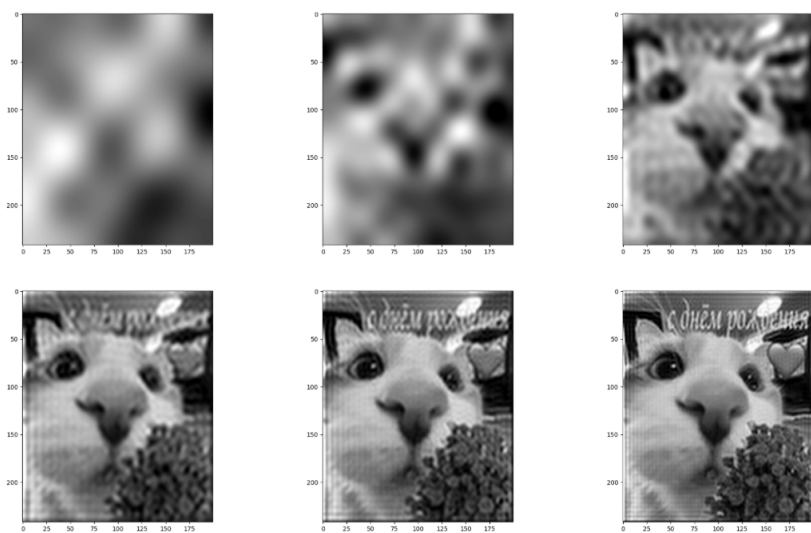


Рис. 11: Сравнение увеличения с разным числом гармоник

3.6 Фурье-анализ

На Рис. 7 представлен логарифм модуля коэффициентов Фурье. На Рис. 8 показаны результаты НЧ и ВЧ фильтрации.

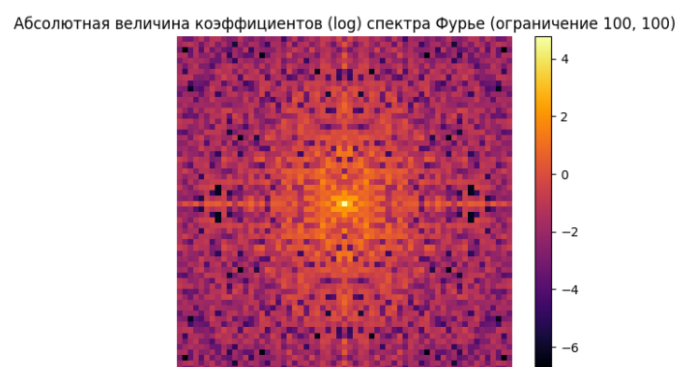


Рис. 12: Фурье-спектр изображения (логарифм модуля)

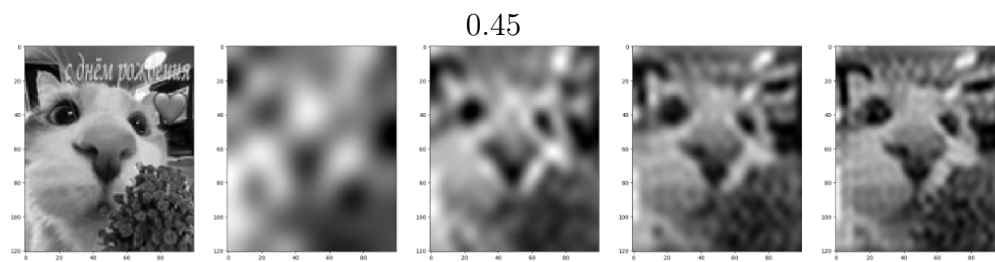


Рис. 13: НЧ фильтрация

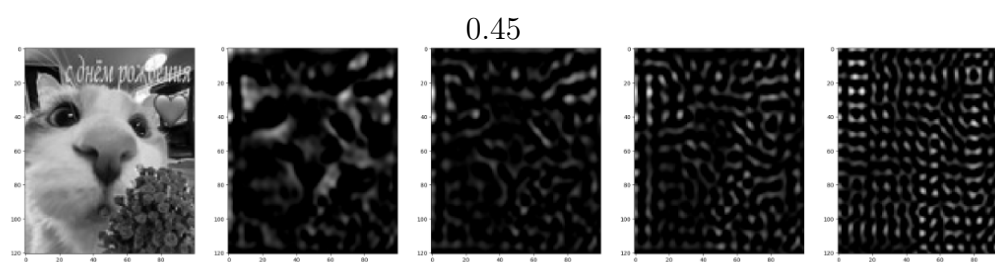


Рис. 14: ВЧ фильтрация

Рис. 15: Частотная фильтрация изображения

4 Выводы

В ходе работы были успешно реализованы и исследованы основные методы обработки изображений:

1. Разделение цветовых каналов показало разное распределение интенсивностей в R, G, B компонентах.
2. Преобразование в серое изображение подтвердило эффективность стандартной формулы $Y = 0.299R + 0.587G + 0.114B$.
3. Анализ интенсивности пикселей выявил корреляцию между цветовыми каналами в характерных областях изображения.
4. Применение фильтров продемонстрировало:
 - Box blur эффективен для устранения шума
 - Пороговый фильтр подходит для бинаризации
 - Медианный фильтр сохраняет границы объектов
 - Фильтр Собеля хорошо выделяет контуры
5. Увеличение изображения с использованием гармоник Фурье показало, что качество результата напрямую зависит от количества используемых гармоник.
6. Фурье-анализ подтвердил, что основные энергии изображения сосредоточены в низкочастотной области спектра.
7. Частотная фильтрация позволила разделить изображение на составляющие: НЧ-фильтр выделил основные тона, ВЧ-фильтр - границы объектов.

Основные сложности возникли при:

- Оптимизации вычисления свертки для больших изображений
- Подборе оптимальных параметров для частотной фильтрации
- Интерпретации результатов Фурье-анализа

Реализованные методы могут быть использованы в задачах компьютерного зрения, обработки медицинских изображений и системах машинного восприятия.