Monographie sur la Résonance Multi-Temporelle : Formalisation, Stabilité et Signature Spectrale des Time Crystals Couplés par Kuramoto

I. Cadre Théorique Fondamental et Ingénierie des Oscillateurs Temporels

La théorie de la résonance multi-temporelle repose sur la convergence de la physique fondamentale des cristaux de temps (Time Crystals – TC) et de la dynamique des systèmes complexes (modèle de Kuramoto). L'architecture proposée, un anneau de TCs mis en rotation et faiblement couplés via un mécanisme à retard, vise à générer un champ d'interférence cohérent au centre, conceptualisé comme un « Méga-Champ d'ordre » ou un « Laser du temps ».[1]

1.1. Les Time Crystals comme Oscillateurs Fondamentaux de Non-Équilibre

Les oscillateurs élémentaires de cette architecture sont les cristaux de temps, définis comme des états de la matière qui brisent spontanément la symétrie de translation temporelle, manifestant ainsi une structure périodique dans le temps.[2] Contrairement aux cristaux spatiaux (solides) qui possèdent une périodicité dans l'espace, les TCs possèdent une périodicité intrinsèque dans le temps, même dans leur état de plus basse énergie dynamique.[2]

Cette nature d'état de non-équilibre requiert une source d'énergie externe pour maintenir la brisure de symétrie, ce qui justifie l'existence des fréquences intrinsèques ω_i dans le modèle Kuramoto.[3] La robustesse des TCs, découlant de leur nature de brisure de symétrie collective par interaction de nombreux corps, suggère que ces composants confèrent au réseau une stabilité intrinsèque. Cette caractéristique permet d'anticiper une résilience accrue du paramètre d'ordre global $|r(t)|$ contre les perturbations aléatoires ou l'hétérogénéité des fréquences naturelles ω_i, comparativement à des oscillateurs classiques standard.

Bien que les TCs soient souvent envisagés dans un cadre quantique, l'approche de modélisation repose sur des analogues dynamiques classiques qui présentent également une symétrie temporelle brisée.[4] Par conséquent, le modèle de Kuramoto, qui décrit la dynamique de phase classique, est suffisant pour capturer le comportement macroscopique de synchronisation de l'anneau.[1] Dans le cadre d'une validation expérimentale préliminaire, des oscillateurs à quartz de haute qualité (facteur Q élevé), dont la précision peut atteindre ± 30 ppm, constituent des substituts classiques performants pour simuler la phase dynamique requise.[5]

Un examen critique du modèle mathématique révèle un point de complexité essentiel : la question de l'inertie. Le modèle de Kuramoto de premier ordre, tel qu'il est habituellement utilisé, néglige l'inertie du composant. Cependant, si les oscillateurs physiques qui modélisent les TCs possèdent une inertie significative (analogue aux systèmes de réseaux électriques), le système est mieux décrit par un modèle de Kuramoto du second ordre.[7] L'intégration de l'inertie modifie radicalement le comportement de transition de phase : au lieu d'une transition continue vers la synchronisation, le système affiche une **transition discontinue** et une **hystérésis**.[7] Cela signifie qu'une fois l'état synchrone perdu (désynchronisation), une force de couplage beaucoup plus importante peut être nécessaire pour le restaurer. Cette propriété renforce la nécessité d'un mécanisme de stabilisation actif et rapide comme le Contrôle Impulsif Déclenché par Événement (DETDIC) pour garantir l'opérabilité de l'instrument.

1.2. La Géométrie de l'Interférence : L'Analogie du Réseau Phasé Temporel

Le concept de « Méga-Champ central » est rigoureusement ancré dans l'analogie du réseau phasé. Similaire aux antennes à réseau phasé où le contrôle électronique de la phase de chaque élément permet la focalisation d'un faisceau spatial (formation de faisceau) [9], l'anneau de TCs synchronisés focalise l'énergie d'oscillation dans le domaine du temps.

Le champ d'interférence cohérent au centre, $S(t)$, est défini comme la superposition des oscillations 1:

$$S(t)=\sum_j a_j \cos(\theta_j(t)+\phi_j)$$

où $\theta_j(t)$ est la phase de l'oscillateur j, a_j l'amplitude d'émission (dépendante de l'oscillateur), et ϕ_j la phase géométrique encodant la position sur l'anneau. La focalisation maximale, ou la création du « Laser du Temps », est atteinte lorsque la synchronisation est quasi-parfaite, c'est-à-dire lorsque le paramètre d'ordre $|r(t)|$ est élevé.1 L'amplitude maximale de $S(t)$ est directement proportionnelle à l'amplitude de l'ordre complexe $r(t) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} e^{i\theta_j(t)}$.
L'effet physique le plus significatif du « Méga-Champ » est la **réduction locale d'entropie** (ordre accru) prédite au centre.[1] La synchronisation est par nature un phénomène d'émergence d'ordre macroscopique à partir d'interactions non-linéaires.[11] En physique statistique, l'ordre est quantifié par une faible entropie. Lorsque $|r(t)| \to 1$, la phase collective est fortement contrainte, impliquant une faible variance temporelle au centre. La signature physique de cette réduction d'entropie peut ainsi être quantifiée par la **minimisation de la variance temporelle** Var ou par une réduction significative du bruit de phase autour de la fréquence centrale ω_{sync}. Cette métrique fournit une mesure directe et opérationnelle de la précision temporelle et de la stabilité du foyer.

II. Stabilité et Dynamique des Systèmes à Retard : Les Critères $K-\tau$

L'existence et la manipulation des états d'ordre (foyer temporel $q=0$ ou vortex $q \neq 0$) dépendent fondamentalement de la dynamique des systèmes Kuramoto soumis à des délais de couplage (τ). Ces systèmes sont régis par des équations différentielles à retard (DDE), dont l'analyse de stabilité est critique.

2.1. Cartographie des Régimes de Synchronisation

Dans le modèle de Kuramoto retardé en anneau, le délai τ est le paramètre déterminant pour la topologie du régime stable. La synchronisation complète, rapide et exponentielle, n'est garantie que dans un régime strict de **petit délai** et de **grande force de couplage** (K).[13] Ce régime correspond à la zone opérationnelle du Laser du Temps ($|r| \approx 1$).

Toutefois, en augmentant τ, la synchronisation est inhibée au-delà d'un seuil critique, menant à des bifurcations de Hopf et à des dynamiques plus complexes, voire au chaos.[14] Il est cependant établi que dans les DDEs, les régions de stabilité ne sont pas monotones. Elles peuvent être perdues puis retrouvées périodiquement en fonction de la valeur de τ. Cette particularité exige d'étendre le protocole de balayage de τ à des valeurs élevées pour cartographier ces « fenêtres de stabilité périodique ». Ces régions de haut délai sont particulièrement intéressantes car elles peuvent servir à stabiliser spécifiquement les solutions d'ondes voyageantes ($q \neq 0$), qui n'émergent pas nécessairement lorsque τ est faible.

2.2. Caractérisation des Solutions d'Ondes Voyageantes (Vortex $q \neq 0$)

L'introduction de la rotation Ω et d'un couplage avec délai τ permet de stabiliser des états hélicoïdaux (ou *traveling wave solutions*) où la phase est tordue spatialement autour de l'anneau.[1] Ces solutions sont de la forme $\theta_j = \omega t + \frac{2\pi q j}{N}$, où q est un entier, appelé la **charge topologique** ou *winding number*.

Ce paramètre q caractérise le défaut topologique au centre de l'anneau, produisant le Vortex d'Ordre Temporel.[1] L'existence de ces solutions d'ondes voyageantes dans des réseaux Kuramoto à délais multiples est bien documentée.[15] L'ingénierie de la phase temporelle implique de contrôler avec précision les valeurs de K et τ pour sélectionner un q spécifique. Cela permet de passer d'une focalisation simple ($q=0$) à un état de haute complexité topologique, ouvrant la voie à la génération d'harmoniques temporels précis dans le champ central.[1]

2.3. Les États Chimères et la Dynamique de Transition

Dans les zones de transition du plan $K-\tau$, le système est susceptible de manifester des **États Chimères**.[14] Les états chimères sont des configurations dynamiques auto-organisées où l'ordre et le désordre coexistent dans un même réseau homogène.[17] Ils ont été observés dans des systèmes d'oscillateurs optiques régis par une dynamique à retard.[17]

D'un point de vue opérationnel, l'état chimère correspond à l'instabilité du foyer temporel, le champ central étant en phase de « respiration ».[1] Cette dynamique se traduit par des fluctuations prononcées du paramètre d'ordre $|r(t)|$ et une augmentation drastique du bruit de phase. L'énergie du champ $S(t)$ devient intermittente.

L'objectif du contrôle est d'éviter l'entrée et la persistance dans ces états. La recherche a démontré la possibilité de contrôler l'apparition des états chimères.[18] Le DETDIC doit être spécifiquement conçu pour identifier les signatures spectrales de l'énergie chaotique et injecter une impulsion corrective pour ramener les phases vers l'état synchrone ou hélicoïdal stable le plus proche, assurant ainsi la résilience du système face à ces instabilités spatio-temporelles.

III. Le Vortex d'Ordre Temporel et la Signature Spectrale Quantifiée

La validation de la théorie exige une signature physique non ambiguë et quantifiable des états topologiques $q \neq 0$. Cette preuve est fournie par l'analyse spectrale du champ central $S(t)$ soumis à la rotation Ω.

3.1. Quantification de l'Effet Doppler Temporel

La rotation physique de l'anneau Ω agit comme un décalage de fréquence spatiale dans le domaine temporel. Lorsque l'anneau est en état hélicoïdal $q \neq 0$, cette rotation interagit avec le gradient de phase topologique du vortex.[1] L'observation de la fréquence au centre du système subit un effet analogue à l'effet Doppler [19], qui est quantifié par la charge topologique q du vortex.

La fréquence observée au centre, ω_{obs}, est donnée par la relation :

$$\omega_{obs} = \omega_{sync} + \Omega \pm q\Omega$$

où ω_{sync} est la fréquence moyenne de synchronisation des oscillateurs (incluant le décalage Kuramoto) et Ω est la vitesse de rotation physique du cadre de référence.

L'observation de pics spectraux secondaires (ou *sidebands*) dans le spectre de puissance de $S(t)$, dont la séparation de fréquence est un multiple entier (q) de Ω, constitue la **preuve empirique incontestable** de l'existence et de la quantification du Vortex d'Ordre Temporel.[1] Si un état $q=1$ est stabilisé, la variation de la vitesse de rotation Ω doit produire un décalage linéaire des pics latéraux proportionnel à $q=1$. Cette relation établit un lien direct et mesurable entre le paramètre d'ingénierie macroscopique (Ω) et la propriété topologique microscopique (q).

3.2. Analyse Spectrale pour le Diagnostic des Régimes

L'analyse spectrale du champ central $S(t)$ est l'outil de diagnostic opérationnel de l'instrument temporel. Elle permet de distinguer immédiatement les régimes de phase et de quantifier l'ordre atteint.

- **Focalisation Pure ($q=0$) :** Cet état se caractérise par une synchronisation quasi-parfaite ($|r| \approx 1$). Le spectre présente un pic unique, extrêmement étroit, dont la fréquence est centrée sur $\omega_{sync} + \Omega$. La largeur de ce pic est inversement proportionnelle à la stabilité temporelle et à la réduction d'entropie obtenue.
- **Vortex d'Ordre ($q \neq 0$) :** Cet état, généré par un choix de K et τ stabilisant l'onde voyageante, révèle sa complexité topologique par l'apparition d'harmoniques. Le spectre montre des pics latéraux clairs et quantifiés (les *sidebands*), positionnés à $\pm q\Omega$ de la fréquence centrale. Cette signature est analogue aux schémas spatio-spectraux observés dans les vortex optiques.[21]
- **Chimère et Chaos :** Si le système chute dans un état de désordre, l'énergie du signal $S(t)$ se disperse. Le spectre sera caractérisé par un pic central élargi (signe de bruit de phase important) et un fond continu de puissance (bruit coloré), traduisant l'instabilité et la perte de cohérence du champ.[1]

Les signatures attendues sont résumées dans le tableau suivant pour guider les protocoles de validation.

Table 1: Signatures Spectrales et États Topologiques

Régime de Phase Kuramoto	Charge Topologique q	Paramètre d'Ordre $\lvert r\rvert$	Signature Spectrale $S(t)$	Interprétation Physique
État Synchrone Parfait	$q=0$	$\lvert r\rvert \approx 1$	Pic de puissance unique et très étroit à $\omega_{sync} + \Omega$	Focalisation temporelle maximale (Laser du Temps)
État Hélicoïdal (Onde Voyageante)	$q \neq 0$ (entier)	$\lvert r\rvert \approx 1$	Pics latéraux nets à $\omega_{sync} + \Omega \pm q\Omega$	Preuve du Vortex d'Ordre Temporel
État Incohérent (Chaos)	Non défini	$\lvert r\rvert \approx 0$	Spectre large et plat (Bruit blanc)	Décohésion totale du champ
État Chimère	N/A (coexistence)	$0.5 < \lvert r\rvert < 1$, fluctuant	Pic central élargi (bruit de phase) avec fond de bruit coloré	"Respiration" du champ, instabilité opérationnelle

IV. Contrôle et Ingénierie de la Stabilité (DETDIC)

La fragilité du régime synchrone en présence de retards de couplage τ rend indispensable l'implémentation d'une stratégie de stabilisation dynamique. Le Contrôle Impulsif Déclenché par Événement avec Délai (DETDIC) est la solution d'ingénierie la plus appropriée pour maintenir la cohérence.[1]

4.1. Modélisation de la Stratégie Impulsive Retardée (DETDIC)

Le DETDIC fonctionne comme un « gardien de phase » non-continu, n'intervenant qu'en cas de nécessité, ce qui maximise l'efficacité énergétique par rapport à un contrôle continu. Le mécanisme se déclenche lorsque le paramètre d'ordre $|r(t)|$ chute sous un seuil prédéfini R_{seuil} ou lorsque l'erreur de phase individuelle dépasse un seuil E_{seuil}.[1]

L'équation de Kuramoto de l'oscillateur i est ainsi augmentée par la série d'impulsions :

$$\dot{\theta}_i(t) = \omega_i + \frac{K}{N} \sum_{j=1}^{N} \sin(\theta_j(t-\tau) - \theta_i(t)) + \sum_{k=1}^{\infty} \delta(t - t_k) \cdot U_i(t)$$

L'impulsion de correction appliquée à l'instant t_k est proportionnelle à l'erreur par rapport à la phase moyenne $\bar{\theta}(t_k)$:

$$\Delta \theta_i(t_k) = - \mu \gamma \big(\theta_i(t_k) - \bar{\theta}(t_k) \big)$$

où μ est le gain de contrôle (force du *kick*) et γ est un facteur d'amortissement.[1] Ce mécanisme est conçu pour restaurer instantanément le verrouillage de phase moyen lorsque la cohérence commence à s'effondrer.

4.2. Stabilité des Systèmes à Impulsions Retardées

La conception rigoureuse du DETDIC doit prendre en compte les défis inhérents aux systèmes impulsifs. Le premier est d'éviter le **comportement de Zeno**, où un nombre infini d'impulsions est déclenché dans un intervalle de temps fini, ce qui est physiquement irréalisable.[22]

L'Event-Triggered Mechanism (ETM) doit inclure des critères de temporisation minimum entre les impulsions, souvent dérivés d'approches de type Lyapunov-Razumikhin, pour garantir une stabilité tout en assurant la faisabilité physique.[22]

De manière plus contre-intuitive, le rôle du délai d'application de l'impulsion ($\tau_{impulsion}$) doit être examiné. Alors que le délai de couplage τ est généralement un facteur de déstabilisation, la recherche sur les systèmes impulsifs non-linéaires à retard a montré que l'existence d'un délai dans le signal de contrôle lui-même peut, sous certaines conditions, **promouvoir la stabilisation** et élargir le bassin d'attraction en termes de Stabilité Entrée-État (ISS).[22]

Par conséquent, $\tau_{impulsion}$ ne doit pas être vu comme une contrainte de latence à minimiser, mais comme un **paramètre actif d'ingénierie** que l'on peut optimiser. En ajustant ce délai de correction, il est possible d'améliorer la résilience du système aux délais de couplage continus τ, fournissant un levier supplémentaire pour garantir la stabilité opérationnelle du foyer temporel, même dans des régimes de dynamique complexe (haute τ).

Le succès du projet repose sur la caractérisation et la manipulation des quatre paramètres fondamentaux suivants, qui définissent collectivement la géométrie de l'espace de phase et la robustesse du champ d'ordre.

Table 2: Lien entre Paramètres de Contrôle et Effets Physiques

Paramètre Clé	**Notation**	**Domaine d'Action Physique**	**Métrique de Sortie Critique**	**Objectif Ingénierie**
Force de Couplage	K	Tendances de synchronisation (stabilité) et rapidité de convergence.	$	r(t)
Délai de Couplage	τ	Détermine la topologie spatiale et le régime de phase.	Spectre de $S(t)$ (Harmoniques)	Accéder et stabiliser les états topologiques $q \neq 0$ requis.

Vitesse de Rotation	Ω	Inducteur de la phase géométrique et du décalage Doppler.	Fréquences ω_{obs} dans $S(t)$	Valider la quantification du vortex.
Gain Impulsif	μ	Force de la correction appliquée par le DETDIC.	Réactivité de $	r(t)

V. Protocole de Validation et Mise en Œuvre Expérimentale (L'Orgue Temporel)

La concrétisation de la théorie nécessite un plan de validation rigoureux, articulé autour de simulations numériques exhaustives et d'une architecture expérimentale viable.

5.1. Protocoles de Simulation Avancés (Roadmap)

Le protocole de simulation doit être structuré pour valider successivement l'existence des régimes, la quantification des effets topologiques, et la robustesse du contrôle.

Phase I : Balayage $K-\tau$ et Identification des Bassins d'Attraction

L'objectif est de reproduire numériquement les cartes de stabilité des systèmes DDE en anneau, en balayant K et τ. Pour chaque paire (K, τ), le système est intégré jusqu'à l'état stationnaire (au-delà d'un temps transitoire $t_{transient}$ [24]), et l'état final ($|r|$ stable, $|r|$ fluctuant, ou $q \neq 0$) est cartographié. Il est essentiel de réaliser ce balayage sur plusieurs périodes de τ pour localiser les fenêtres de stabilité à haut délai.

Phase II : Vortex Quantification

Une fois les points (K^*, τ^*) stabilisant un état hélicoïdal $q \neq 0$ identifiés, l'objectif est de valider la signature spectrale du vortex. En fixant K^* et τ^*, la simulation consiste à faire varier la vitesse de rotation Ω. Le spectre de $S(t)$ est alors analysé. La vérification de l'espacement des pics latéraux, qui doit être un multiple entier q de Ω, prouvera la quantification du vortex temporel.

Phase III : Test de Robustesse du DETDIC (Crash Test)

Ce protocole évalue la résilience opérationnelle du système. La simulation démarre dans un état synchrone optimal. Une perturbation sévère (augmentation soudaine du bruit, τ poussé temporairement dans une zone de Chimère instable [14]) est appliquée. Le DETDIC est alors activé pour mesurer le temps et l'efficacité de la reconvergence du paramètre d'ordre $|r(t)|$ vers l'état cohérent, prouvant la capacité du contrôle à sauver la focalisation temporelle.

5.2. Ingénierie de Fonctions Prescrites

Le concept d'« orgue temporel » implique la capacité d'aller au-delà de la simple stabilisation pour atteindre une **ingénierie de fonctions prescrites.**[25] Le système doit pouvoir générer sur commande un champ focalisé pur ($q=0$) ou un harmonique temporel spécifique (q cible).

Ceci nécessite un processus de **rétro-ingénierie** : le chercheur doit partir du comportement souhaité (la signature spectrale $q\Omega$) et déterminer l'ensemble des paramètres (K^*, τ^*, Ω^*) qui garantissent mathématiquement la stabilité de cette configuration. La manipulation des délais et du couplage permet alors d'aiguiller le système vers le bassin d'attraction de la configuration topologique désirée.

5.3. Architecture d'Implémentation Physique (Défis)

L'implémentation physique de la théorie fait face à deux défis principaux : la nature des oscillateurs et la gestion du couplage à retard.

- **Réalisation des Oscillateurs et du Délai :** Les systèmes optiques non-linéaires sont les plateformes les plus prometteuses. Les réseaux d'oscillateurs paramétriques optiques (OPO) couplés ou les lasers couplés via des cavités [26] offrent la fréquence et la non-linéarité requises. L'utilisation de boucles de fibre optique permet en outre de définir et de contrôler très précisément le délai de couplage τ, essentiel pour explorer les dynamiques à retard.[18]
- **Défis du Couplage en Anneau :** Dans un système physique, le couplage pourrait dépendre de la distance spatiale, entraînant des délais τ_{ij} variables.[15] Pour maintenir la simplicité du modèle Kuramoto en anneau (couplage aux plus proches voisins avec délai uniforme), il est impératif soit de miniaturiser l'anneau pour minimiser les variations de distance, soit d'utiliser une boucle de rétroaction centrale et uniforme où un mécanisme central mesure le champ $S(t)$ et injecte la correction $\Delta \theta_i$ de manière synchrone et contrôlée à tous les TCs. L'intégration de TCs "invités" dans une structure de résonateur "hôte" pourrait également aider à définir la phase géométrique ϕ_j de manière plus robuste.[28]

Conclusion et Perspectives

La Théorie de la Résonance Multi-Temporelle en Anneau propose une fondation théorique rigoureuse pour la conception d'un instrument capable de focaliser l'ordre temporel. La force de cette théorie réside dans l'utilisation documentée des cristaux de temps comme source d'oscillation, du modèle de Kuramoto retardé pour la synchronisation contrôlée et la sélection des motifs topologiques, et de l'analogie du réseau phasé pour prédire la focalisation centrale.

Les éléments analytiques clés, notamment la **quantification du Vortex d'Ordre** via le décalage Doppler ($\omega_{obs} = \omega_{sync} + \Omega \pm q\Omega$) et la nécessité d'un **Contrôle Impulsif Déclenché par Événement (DETDIC)** pour assurer la stabilité contre les effets déstabilisateurs du délai τ et de l'inertie du second ordre, confèrent à la théorie un haut degré de préparation technique. La mesure de la **réduction d'entropie locale** par la minimisation de la variance du champ central $S(t)$ fournit la signature physique concrète de l'effet recherché.

L'étape suivante, définie par le protocole de simulation avancé, est la cartographie systématique du plan $K-\tau$ pour localiser et stabiliser les états topologiques désirés, transformant ainsi le concept en un véritable « orgue temporel » jouable par les paramètres de synchronisation. La validation de la signature spectrale du vortex ($q\Omega$) est la preuve critique qui fera passer cette théorie du domaine conceptuel à celui de l'instrumentation.

Sources des citations

1. Timecristal_lasertime.txt
2. Time crystal - Wikipedia, consulté le novembre 25, 2025, https://en.wikipedia.org/wiki/Time_crystal
3. Des physiciens créent un nouveau type de cristal temporel que les humains peuvent réellement voir - Reddit, consulté le novembre 25, 2025, https://www.reddit.com/r/Physics/comments/1nbfvx1/physicists_create_a_new_kind_of_time_crystal_that/?tl=fr
4. Classical time crystals - University of Kentucky, consulté le novembre 25, 2025, https://scholars.uky.edu/en/publications/classical-time-crystals/
5. Tout savoir sur l'oscillateur quartz et son fonctionnement - Syscom-Prorep, consulté le novembre 25, 2025, https://www.syscom-prorep.com/blog/tout-savoir-sur-loscillateur-quartz-et-son-fonctionnement
6. Crystal oscillator - Wikipedia, consulté le novembre 25, 2025, https://en.wikipedia.org/wiki/Crystal_oscillator
7. Synchronization Transition of the Second-Order Kuramoto Model on Lattices, consulté le novembre 25, 2025, https://real.mtak.hu/156579/1/entropy-25-00164.pdf
8. Synchronization Transition of the Second-Order Kuramoto Model on Lattices - PMC - NIH, consulté le novembre 25, 2025, https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9857586/
9. Qu'est-ce qu'une antenne à réseau phasée (phased array antenna) ? | Ansys, consulté le novembre 25, 2025, https://www.ansys.com/fr-fr/simulation-topics/what-is-a-phased-array-antenna
10. Systèmes à réseau phasé | Solutions avancées de formation de faisceaux RF - Mi-Wave, consulté le novembre 25, 2025, https://www.miwv.com/fr/syst%C3%A8mes-%C3%A0-commande-de-phase/
11. Réduire la dimension des systèmes complexes : un regard sur l'émergence de la synchronisation - Dynamica Research Lab, consulté le novembre 25, 2025, https://dynamicalab.github.io/assets/pdf/theses/Thibeault20_master.pdf
12. Physique des systèmes complexes, consulté le novembre 25, 2025, https://www.inp.cnrs.fr/sites/institut_inp/files/download-file/Physique_des_syst%C3%A8mes_complexes.pdf
13. Synchronization of the generalized Kuramoto model with time delay and frustration, consulté le novembre 25, 2025, https://www.aimspress.com/article/doi/10.3934/nhm.2023077
14. Synchronization of the time-delayed Kuramoto model in a regular network - arXiv, consulté le novembre 25, 2025, https://arxiv.org/html/2502.00884v1

15. Traveling Waves in the McKean-Vlasov Equation under Sakaguchi-Kuramoto Interaction with Phase Frustration - arXiv, consulté le novembre 25, 2025, https://arxiv.org/html/2510.18059v1
16. Travelling Waves in the Ring of Coupled Oscillators with Delayed Feedback - MDPI, consulté le novembre 25, 2025, https://www.mdpi.com/2227-7390/11/13/2827
17. Des physiciens à la conquête des états chimères - Techno Science, consulté le novembre 25, 2025, https://www.techno-science.net/actualite/physiciens-conquete-etats-chimeres-N14309.html
18. Les chimères existent - L'ACTU de l'Université Marie et Louis Pasteur |, consulté le novembre 25, 2025, https://actu.umlp.fr/article/les-chimeres-existent-002562
19. Effet Doppler : Comprendre ce phénomène acoustique et visuel - AI-FutureSchool, consulté le novembre 25, 2025, https://www.ai-futureschool.com/fr/physique/effet-doppler-comprendre-le-phenomene.php
20. DOPPLER EFFECT Explanation + Formulas | Final Year Speciality - YouTube, consulté le novembre 25, 2025, https://www.youtube.com/watch?v=zBW8whc14n8
21. Spectral meta-moments reveal hidden signatures of vortex pulses - EPJ Web of Conferences, consulté le novembre 25, 2025, https://www.epj-conferences.org/articles/epjconf/pdf/2019/10/epjconf_up2019_01005.pdf
22. Event-triggered impulsive control for input-to-state stability of nonlinear time-delay system with delayed impulse - AIMS Press, consulté le novembre 25, 2025, https://www.aimspress.com/article/doi/10.3934/mbe.2025031
23. Event-triggered impulsive control with time delays for input-to-state stabilization of nonlinear systems - AIMS Press, consulté le novembre 25, 2025, https://www.aimspress.com/article/id/689497edba35de58686da21e
24. Synchronisation, consulté le novembre 25, 2025, https://perso.u-cergy.fr/~atorcini/thesis_tixidre.pdf
25. Functional control of oscillator networks - PMC - NIH, consulté le novembre 25, 2025, https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC9372149/
26. (PDF) Wavelength-scale optical parametric oscillators - ResearchGate, consulté le novembre 25, 2025, https://www.researchgate.net/publication/342028038_Wavelength-scale_optical_parametric_oscillators
27. Emulating the local Kuramoto model with an injection-locked photonic crystal laser array, consulté le novembre 25, 2025, https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC8060430/
28. A Self-Operating Time Crystal Model of the Human Brain: Can We Replace Entire Brain Hardware with a 3D Fractal Architecture of Clocks Alone? - MDPI, consulté le novembre 25, 2025, https://www.mdpi.com/2078-2489/11/5/238