IBM-UTokyo 量子コンピューティング・駒場スクール

量子機械学習

Sep 30, 2025

沼田祈史
Kifumi Numata
IBM Quantum

IBM **Quantum**

昨日の補足

ベクトル・行列演算

- ベクトルとベクトルの**テンソル積**：左側のベクトルの成分に右側のベクトルをかける。

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \\ \vdots \\ v_n \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

- 行列と行列の**テンソル積**：左側の行列の成分に右側の行列をかける。

$$\mathrm{A} \otimes B = \begin{pmatrix} A_{11}B & A_{12}B \\ A_{21}B & A_{22}B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11}B_{11} & A_{11}B_{12} & A_{12}B_{11} & A_{12}B_{12} \\ A_{11}B_{21} & A_{11}B_{22} & A_{12}B_{21} & A_{12}B_{22} \\ A_{21}B_{11} & A_{21}B_{12} & A_{22}B_{11} & A_{22}B_{12} \\ A_{21}B_{21} & A_{21}B_{22} & A_{22}B_{21} & A_{22}B_{22} \end{pmatrix}$$

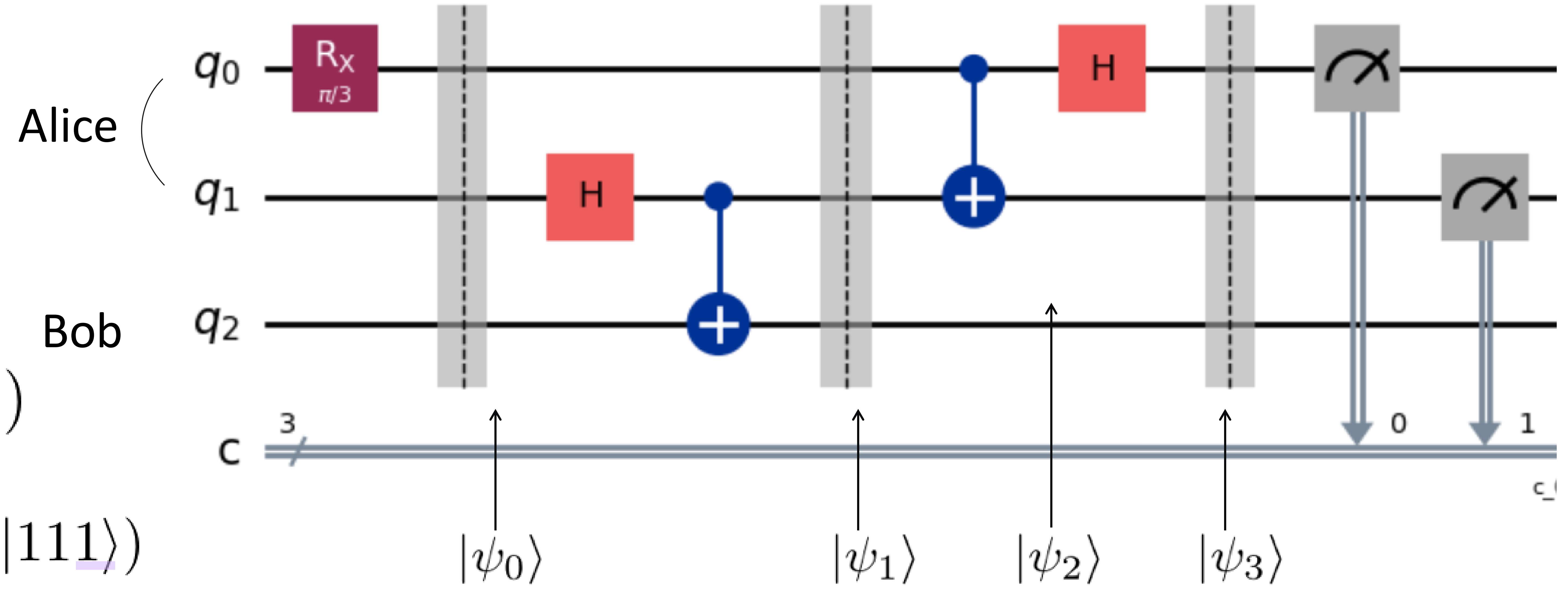
- ２量子ビットの状態は、１量子ビットのテンソル積で表せます

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle, \quad |01\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |1\rangle,$$

$$|10\rangle = |1\rangle \otimes |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |2\rangle, \quad |11\rangle = |1\rangle \otimes |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |3\rangle$$

量子テレポーテーションアルゴリズムの詳細

Qiskitではビットの並びが|q2 q1 q0>です



$$|\psi_0\rangle = |00\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

Aliceの持っている暗号

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

エンタングルメント

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|000\rangle + \alpha|110\rangle + \beta|001\rangle + \beta|111\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|000\rangle + \alpha|110\rangle + \beta|011\rangle + \beta|101\rangle)$$ q0が1の時のみq1にXを操作

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)|0\rangle + \beta(|01\rangle + |10\rangle)|1\rangle)$$ αとβでまとめる

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) + \beta(|01\rangle + |10\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)$$ q0にHを操作

)

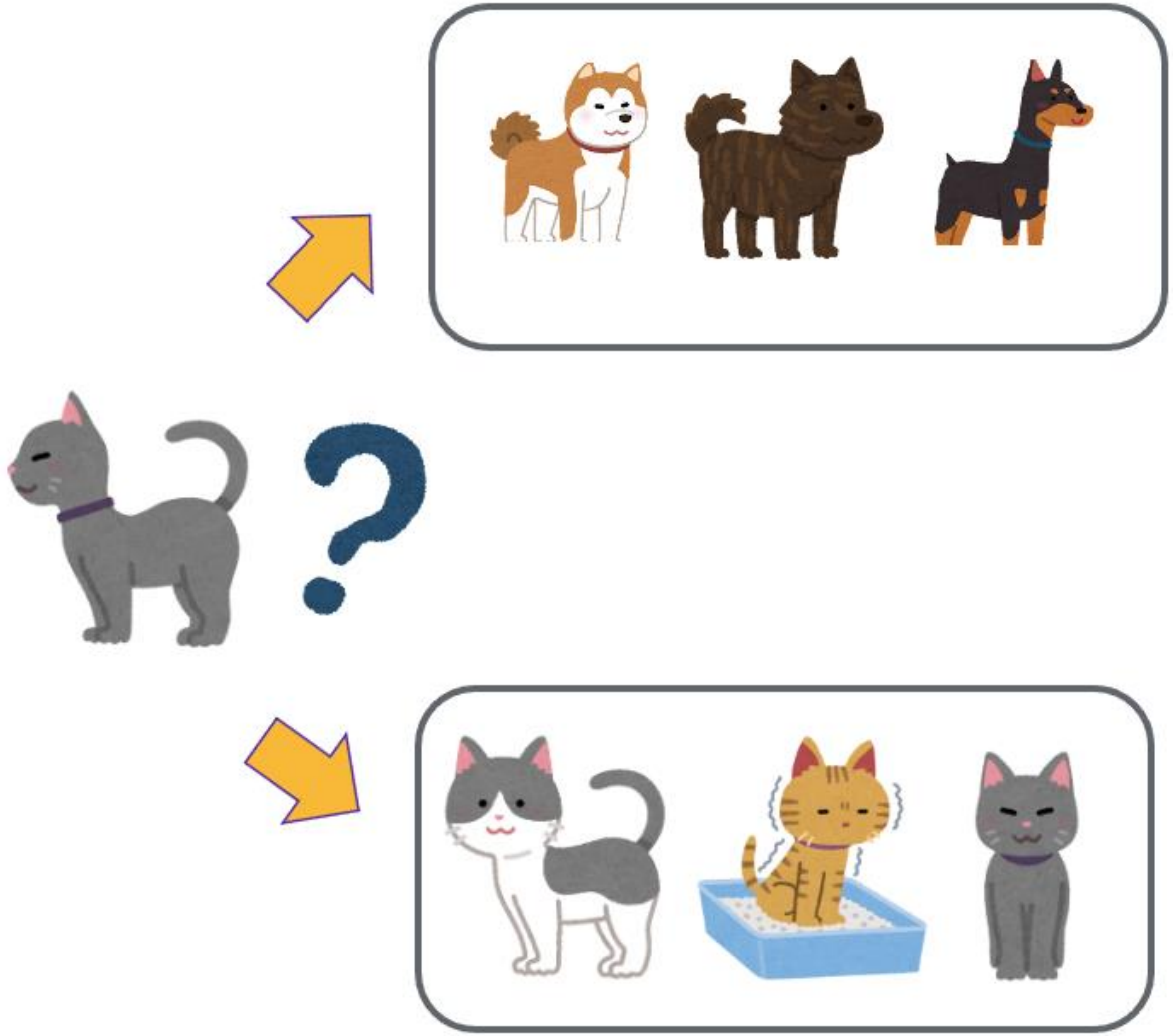
$$= \frac{1}{2}((\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|00\rangle + (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle)|10\rangle + (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)|01\rangle + (\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)|11\rangle)$$

q2にそのまま暗号が
現れている

q1が1の時は
q2にXゲートをかける

q0が1の時は
q2にZゲートをかける

q0とq1が1の時は
q2にXゲートとZゲートをかける



NETFLIX
ホーム
TV番組・ドラマ
映画
新作&人気作
マイリスト
言語別に検索
キッズ
mamaさんにイチオシ!
C'MON C'MON
ゴッドファーザー パート2
ボヘミアン ラプソディ
ハリー・ポッター
ファンタスティック ビースト
あなたにピッタリのオススメ作品
羅生門
真夏の方程式
三島由紀夫 VS 東大全共闘
燃ゆる女の肖像
GHOST IN THE SHELL


AI

ChatGPT

Plus をはじめる

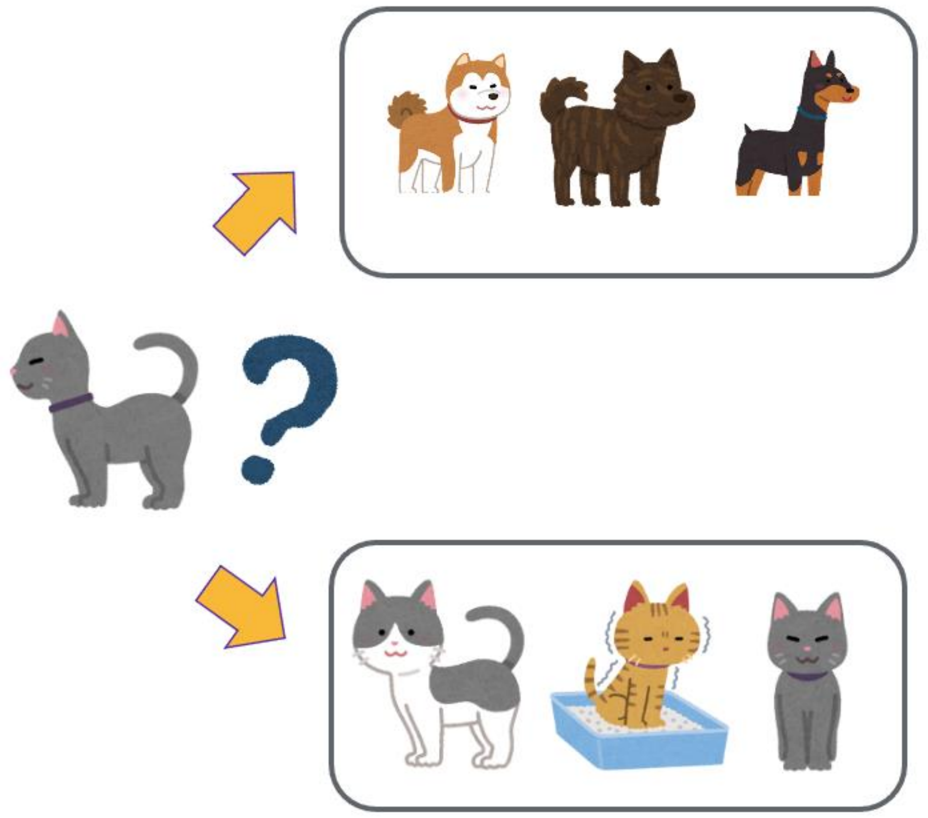
今日は何をしましょうか？

質問してみましょう

ツール

機械学習

教師あり学習



猫や犬の写真がラベル付けされた集合から、新しい猫や犬の写真を識別する。

教師なし学習

映画の視聴履歴に基づいて視聴者をグループ分けし、新しい映画を推薦する。

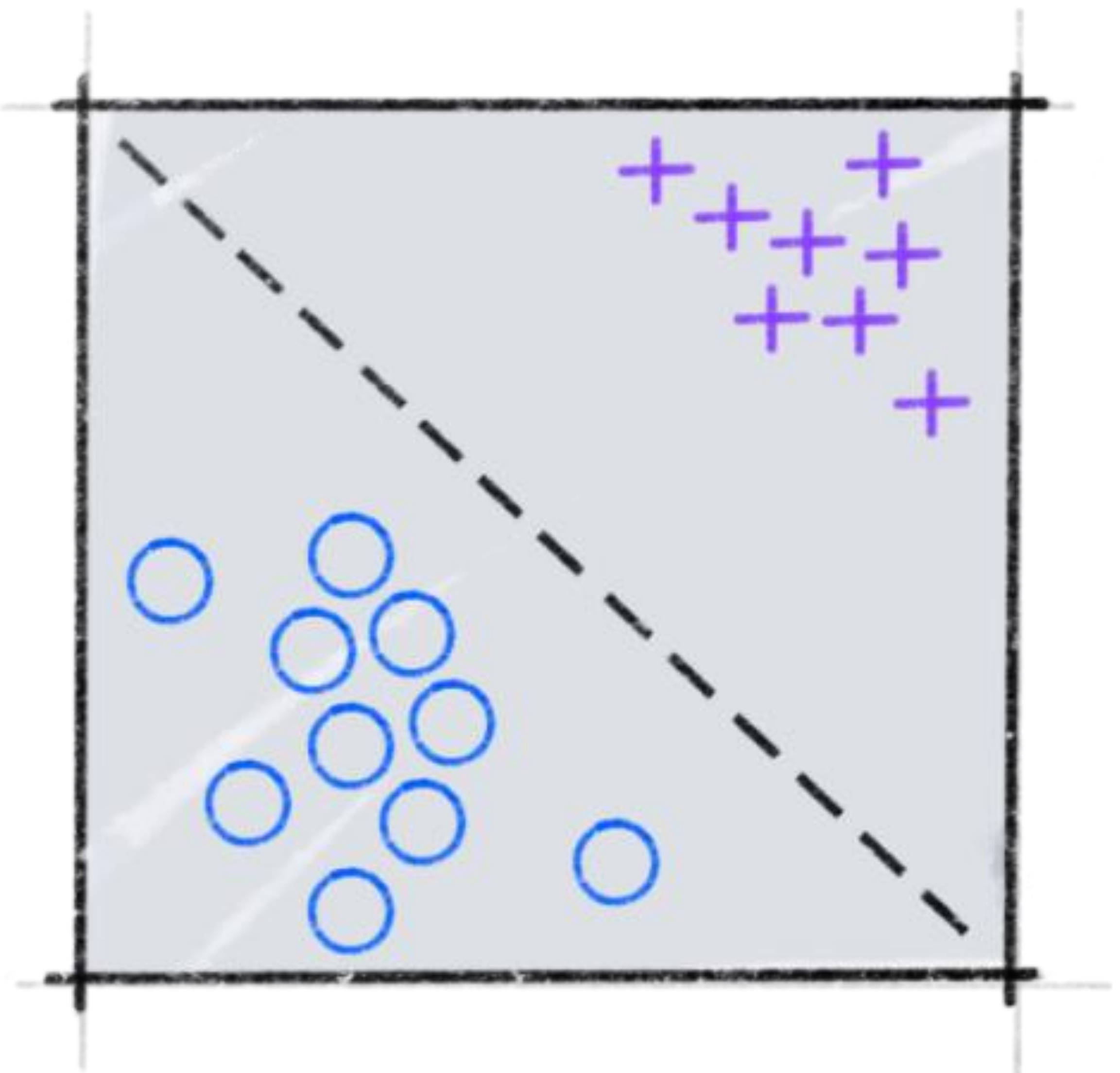
強化学習

囲碁のプレイ方法をアルゴリズムで学習する。

生成系AIは、これらを組みわせて学習しています。

機械学習

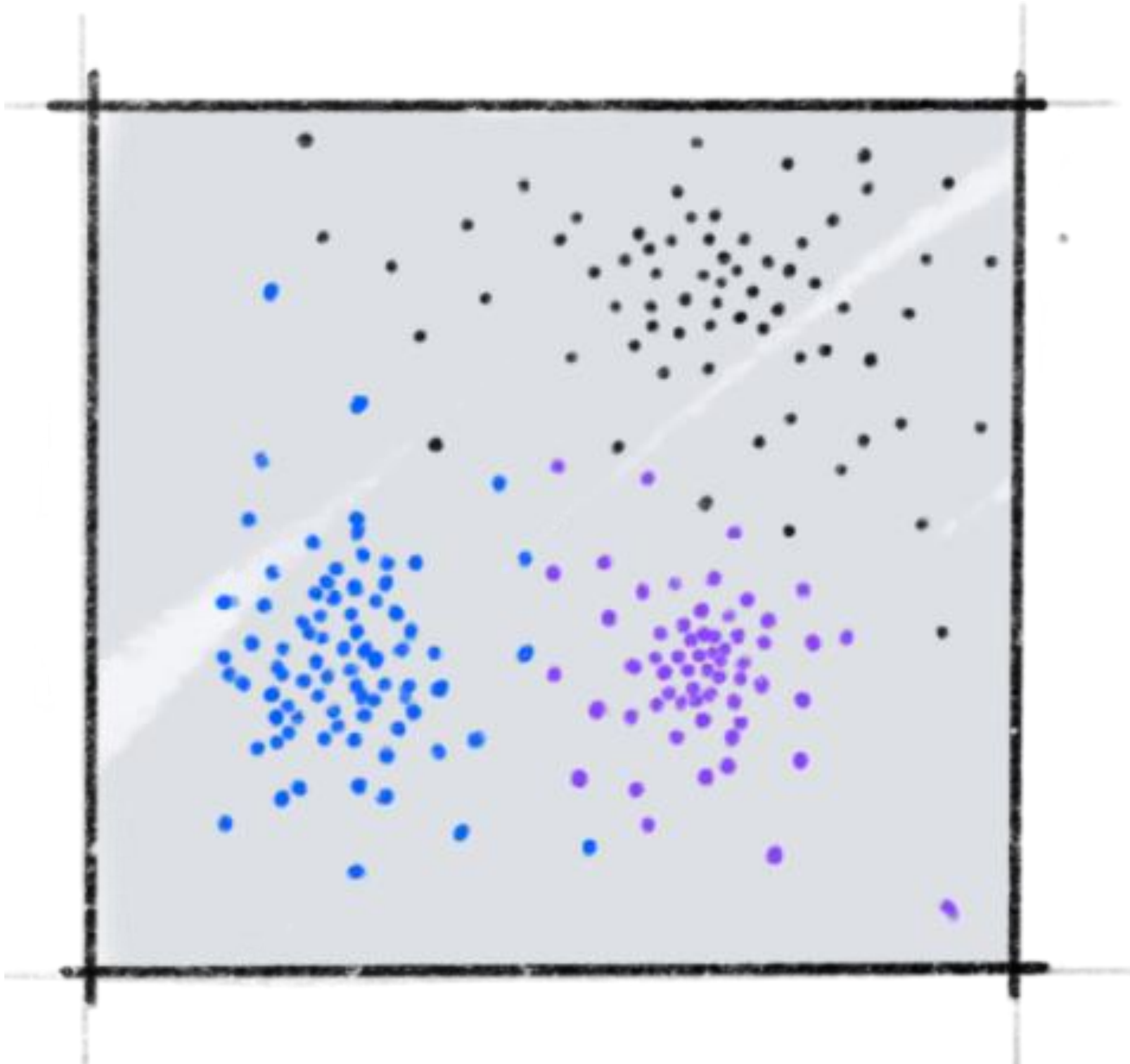
教師あり学習



ラベル付きデータ (x_i, y_i)：マッピングする関数$y = f(x)$を学習。

猫や犬の写真がラベル付けされた集合から、新しい猫や犬の写真を識別する。

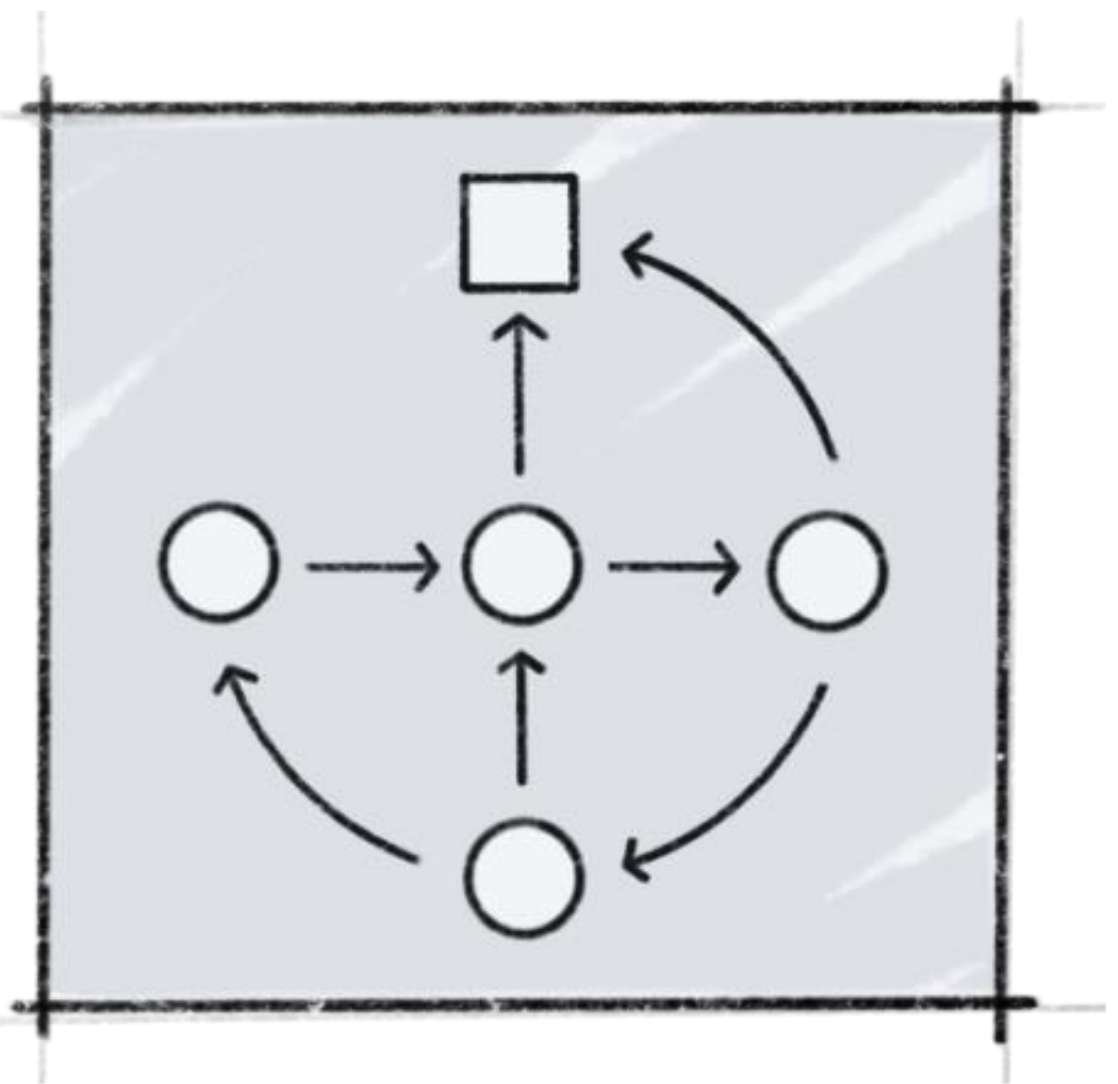
教師なし学習



ラベルのないデータ：何らかの構造を学習。

映画の視聴履歴に基づいて視聴者をグループ分けし、新しい映画を推薦する。

強化学習

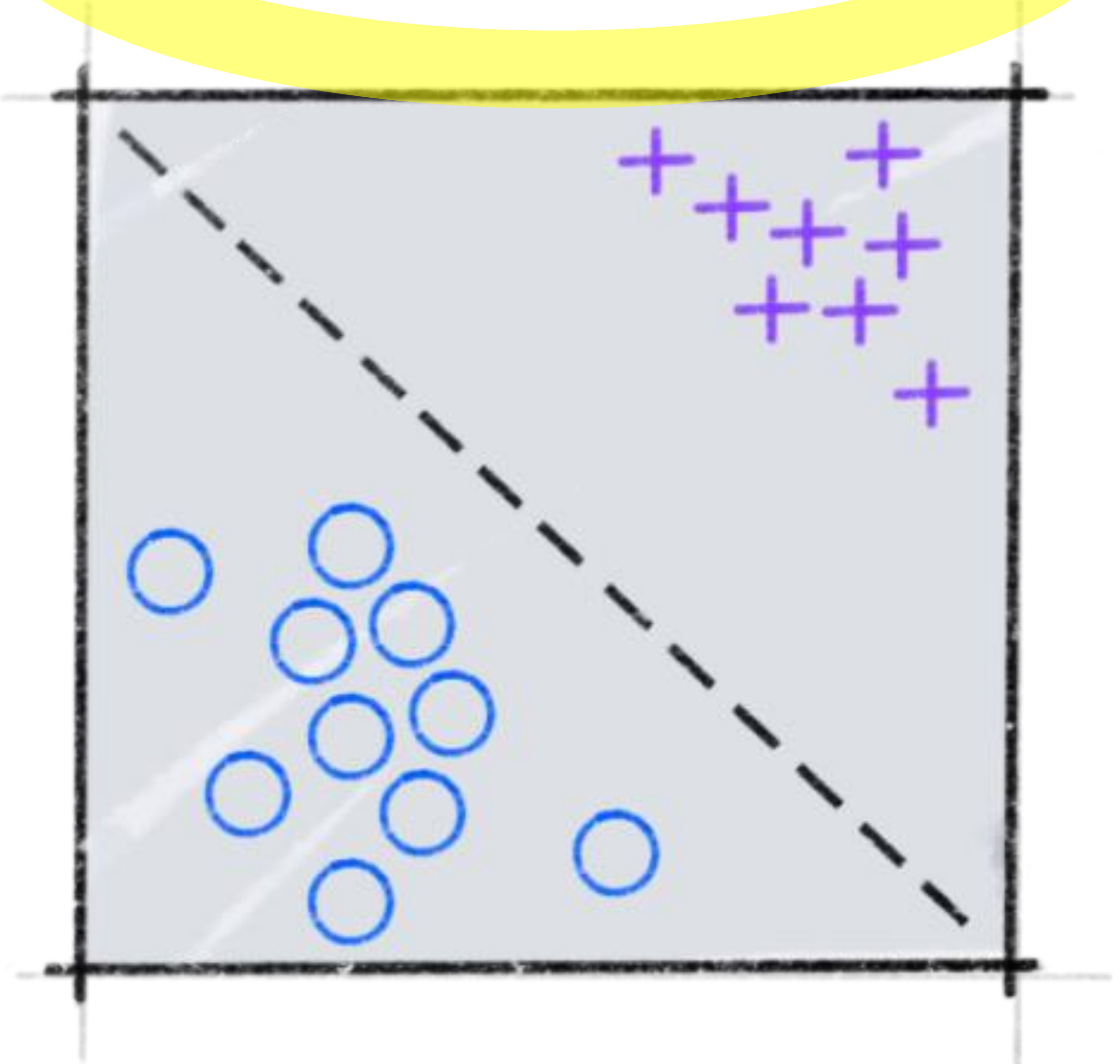


行動に応じて報酬が得られる環境で、期待される報酬を最大化。

囲碁のプレイ方法をアルゴリズムで学習する。

機械学習

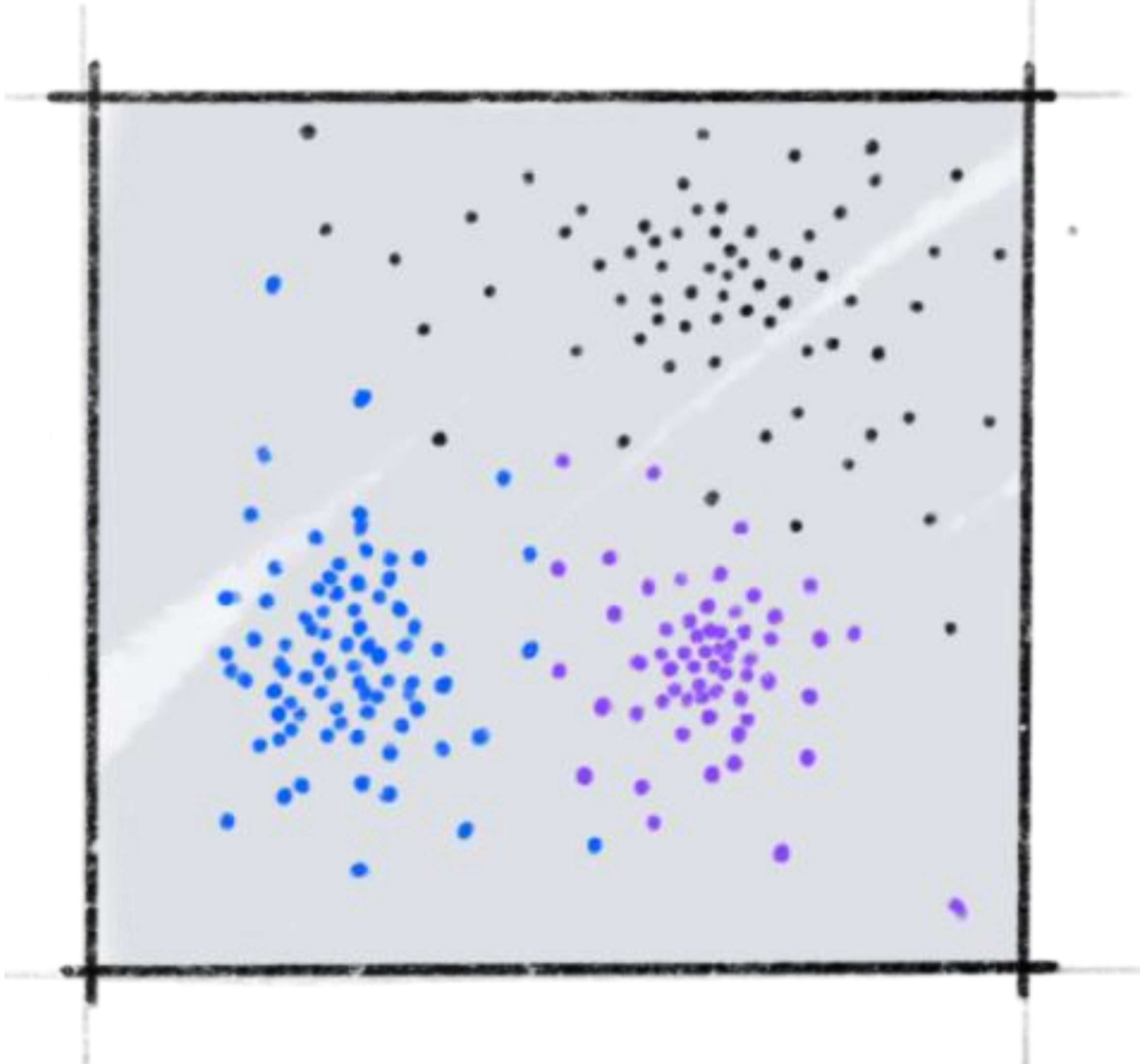
教師あり学習



ラベル付きデータ (x_i, y_i)：
マッピングする関数$y = f(x)$を学習。

例）猫や犬の写真がラベル付けされた集合から、新しい猫や犬の写真を識別する。

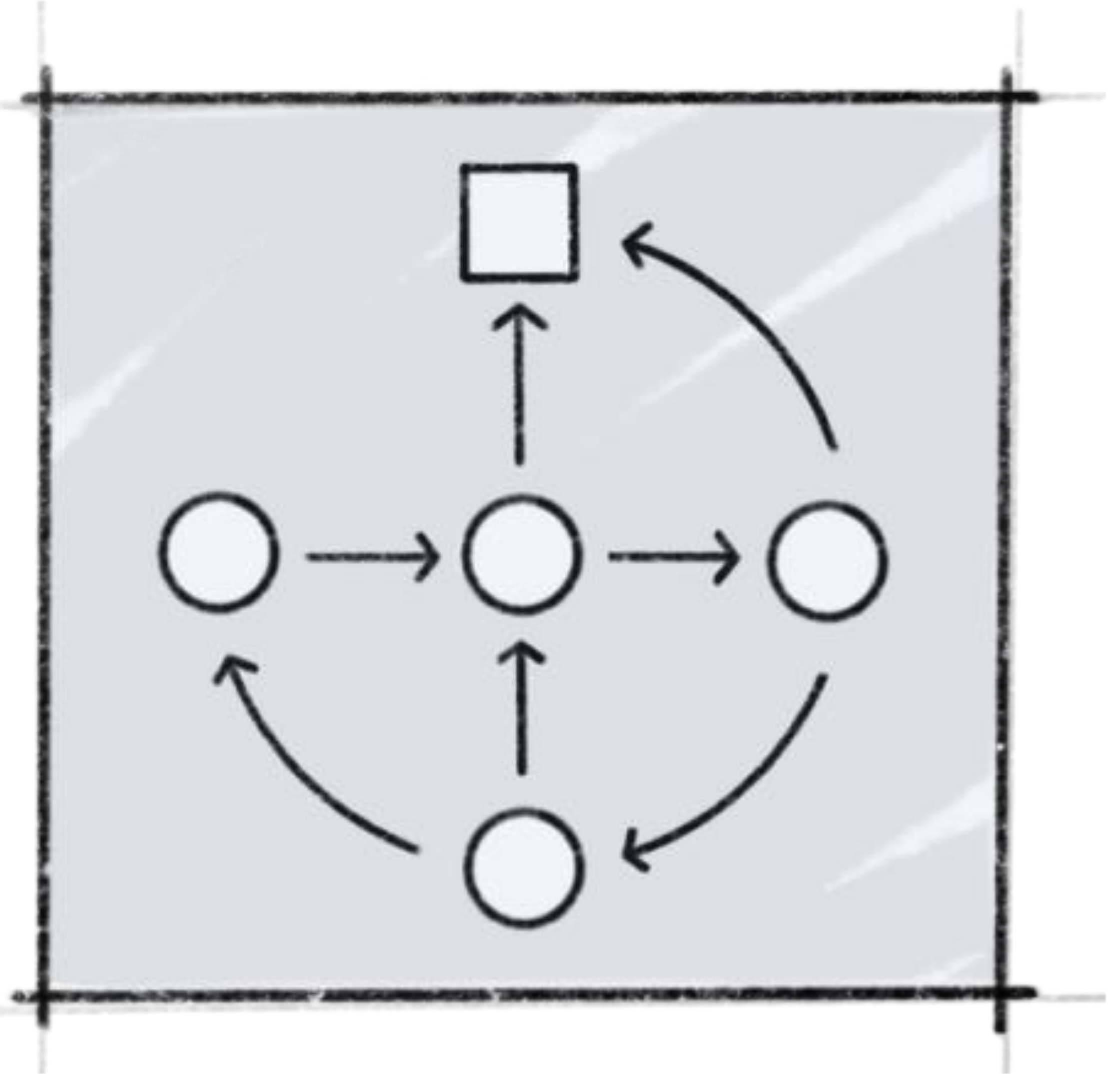
教師なし学習



ラベルのないデータ：
何らかの構造を学習。

例）映画の視聴履歴に基づいて視聴者をグループ分けし、新しい映画を推薦する。

強化学習



行動に応じて報酬が得られる環境で、期待される報酬を最大化。

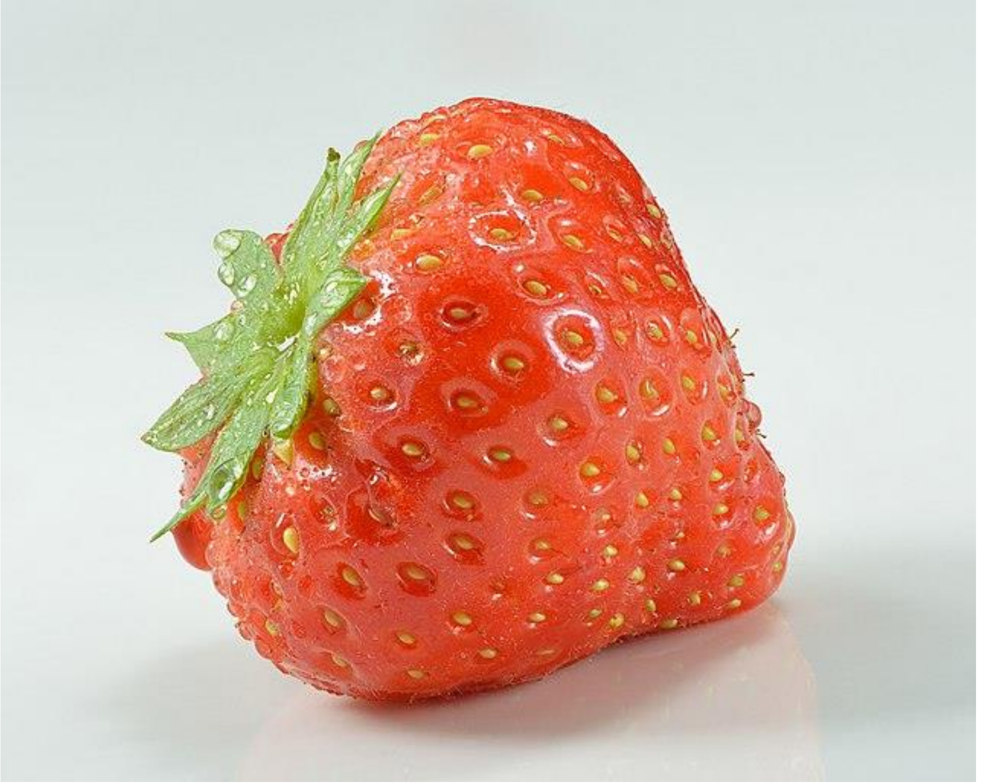
例）「パックマン」のプレイ方法をアルゴリズムで学習する。

イチゴとリンゴをどうやってコンピューターは見分けるのでしょうか？

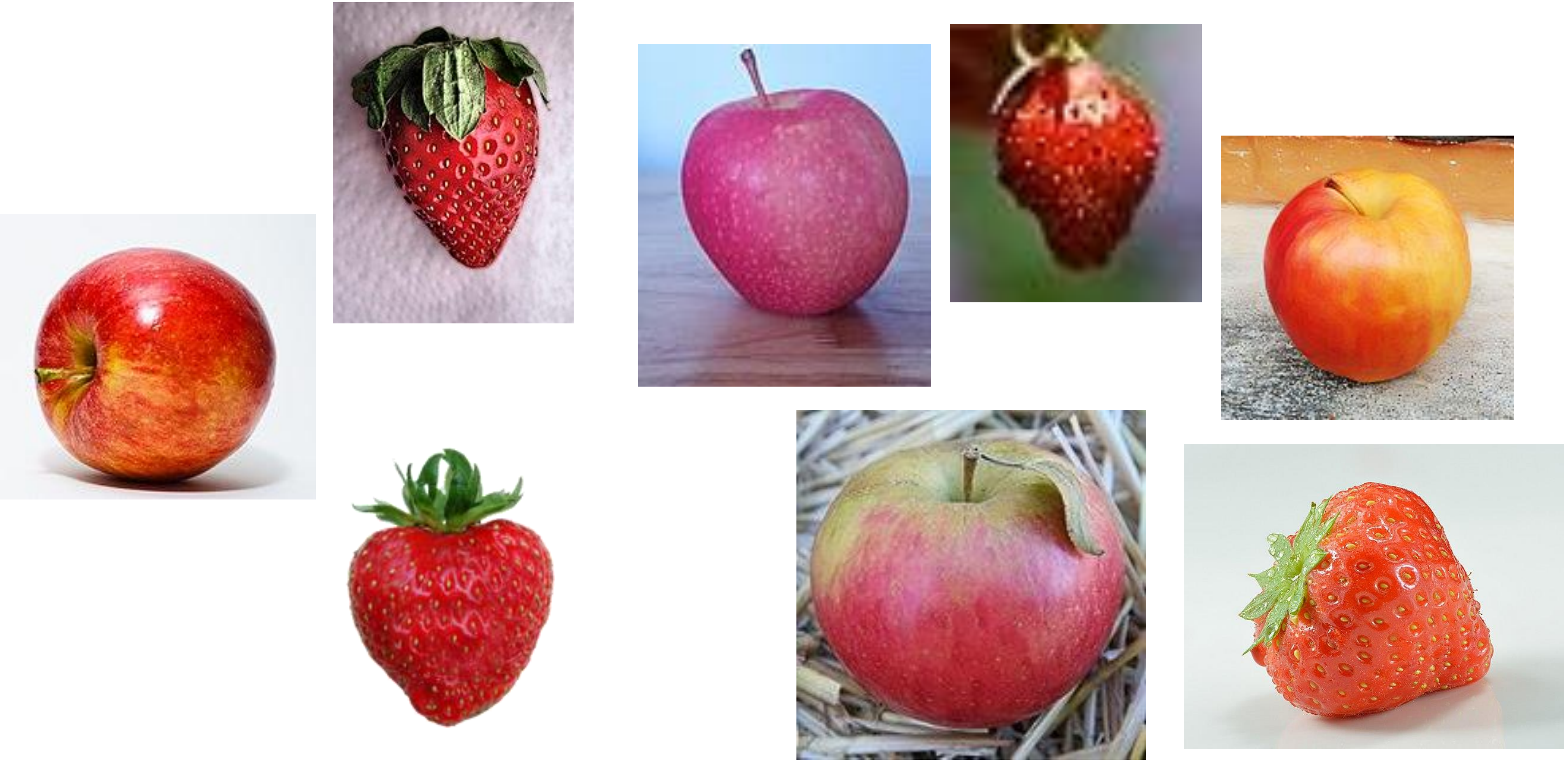




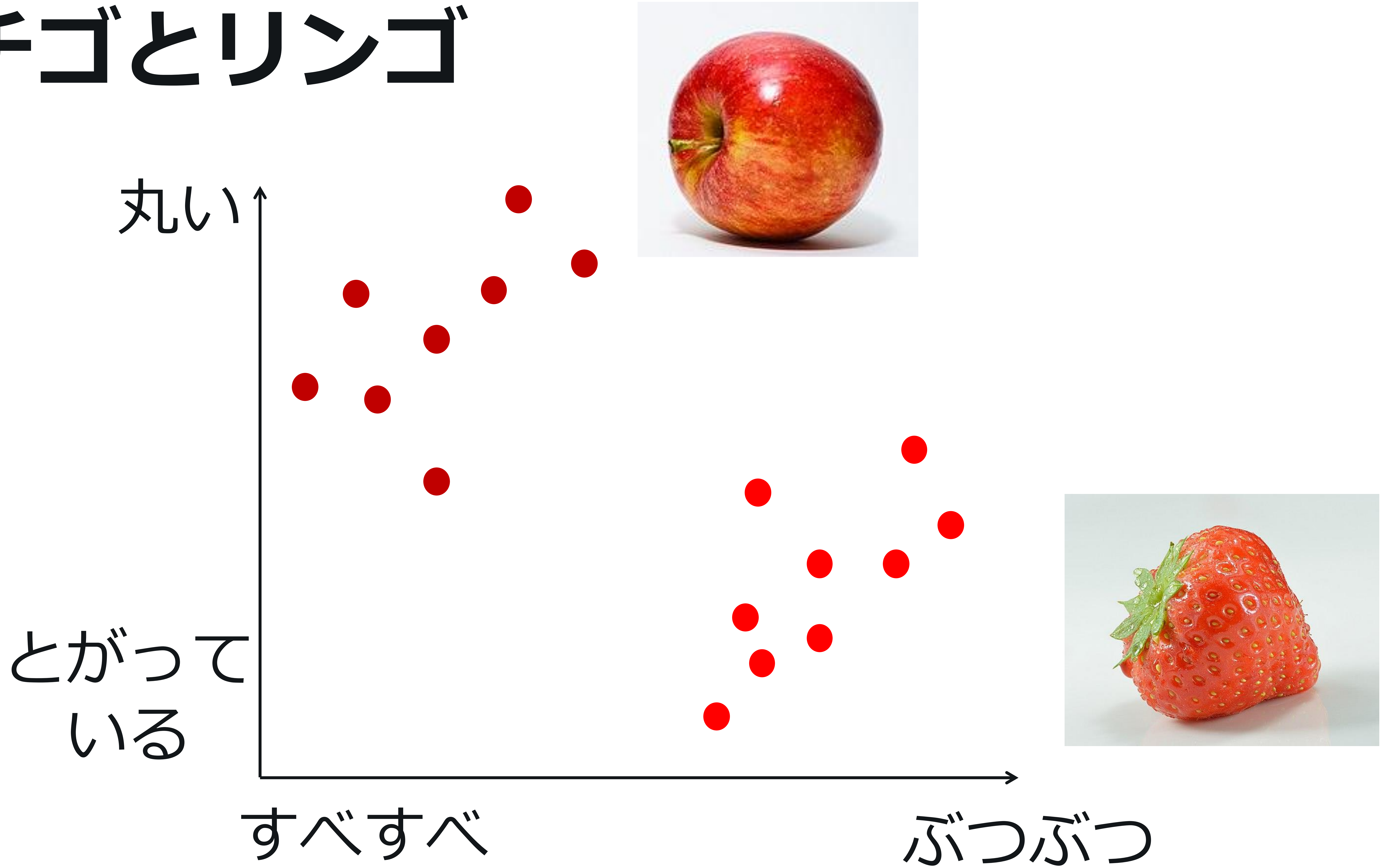


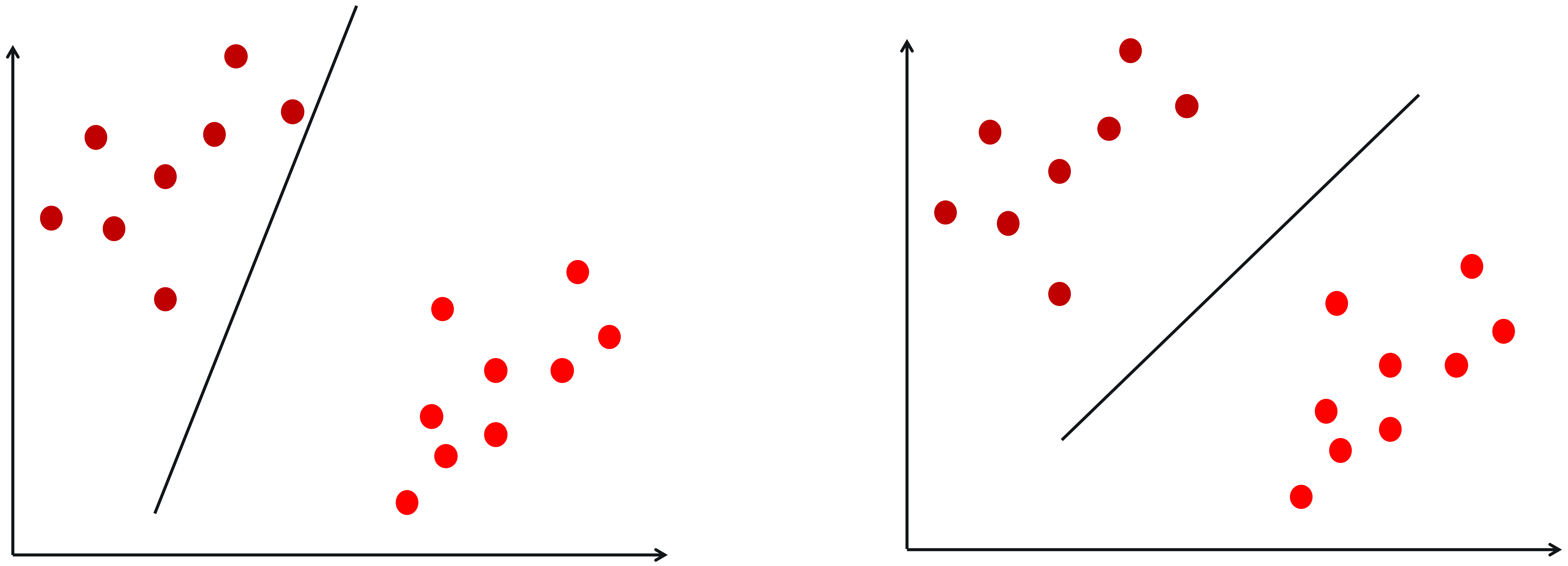
特徴をもとに判別しています。
イチゴとリンゴを区別する特徴は何でしょう？



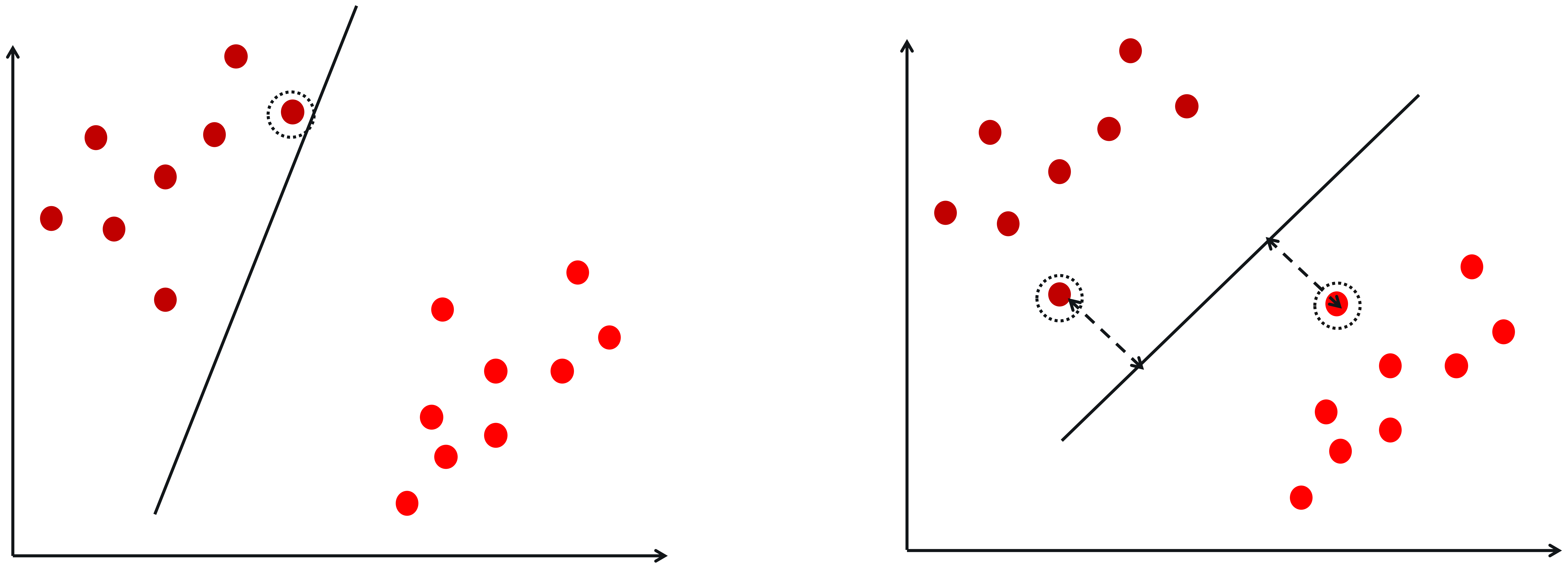
イチゴとリンゴ



どちらの方がよく分類できているでしょうか？



右図の方が境界線と最も近いデータ点との距離が長い

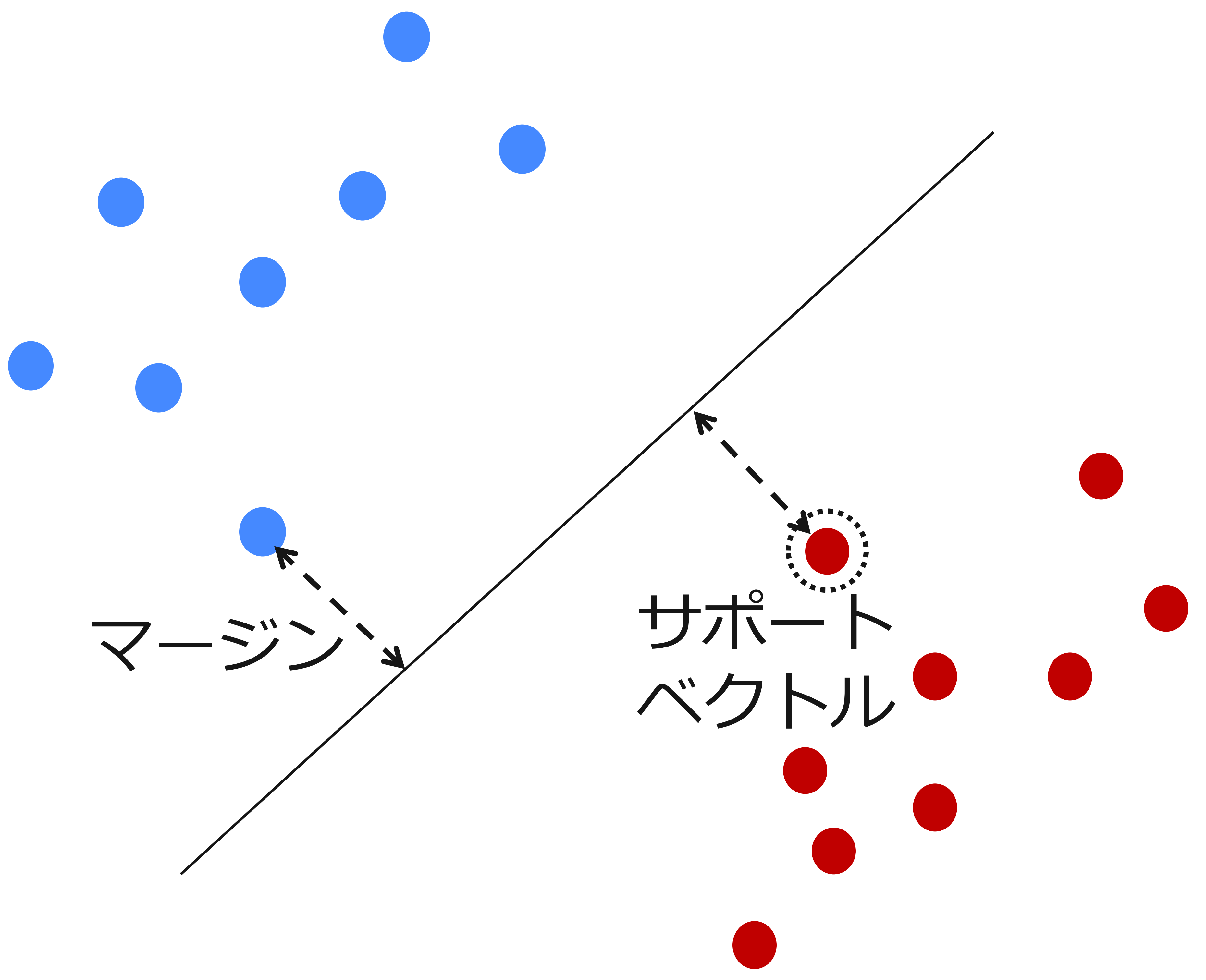


より安定した分け方

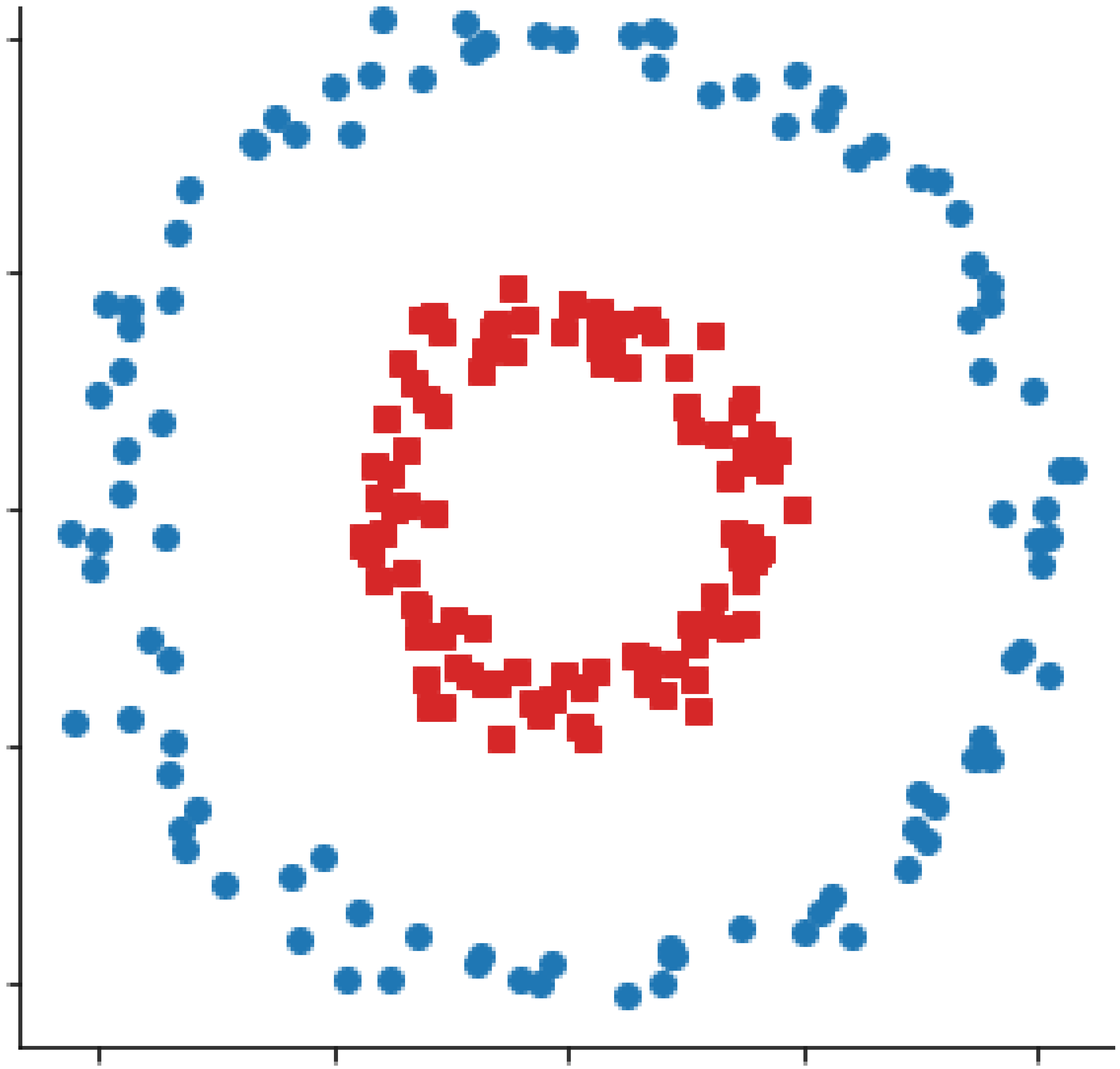
SVM(サポートベクターマシン) とは

データを2つのグループに分ける手法(2値分類)

- グループ間の境界面を定める分析手法
- マージン（境界線と最近接データ点との距離）をできるだけ大きく取るように最適化

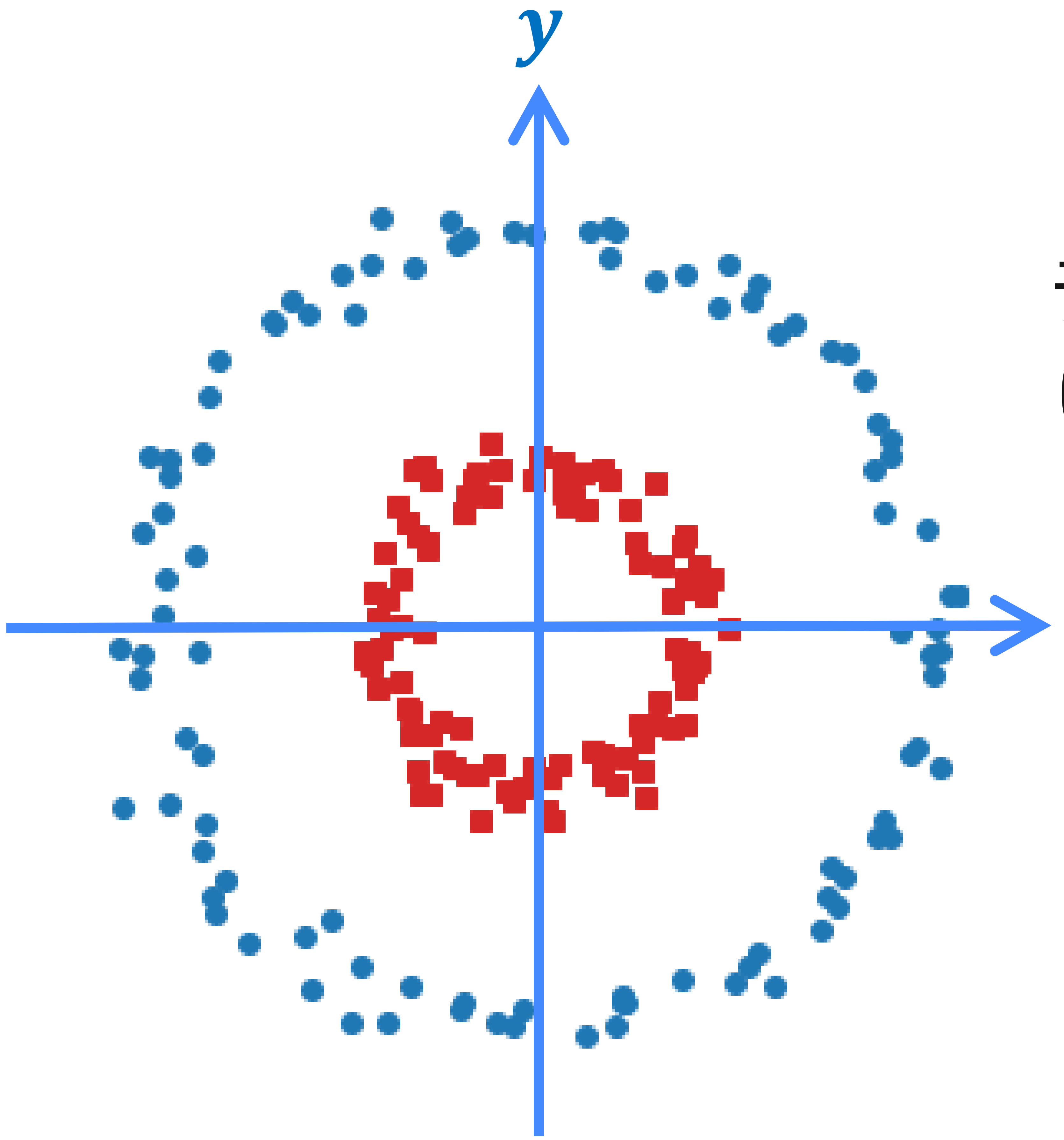


直線で分けられないデータの場合



このようなデータセットは、
2グループに分けられることは
明らかですが、
境界線が直線にはなりません。
（線形に分離できないといいます）

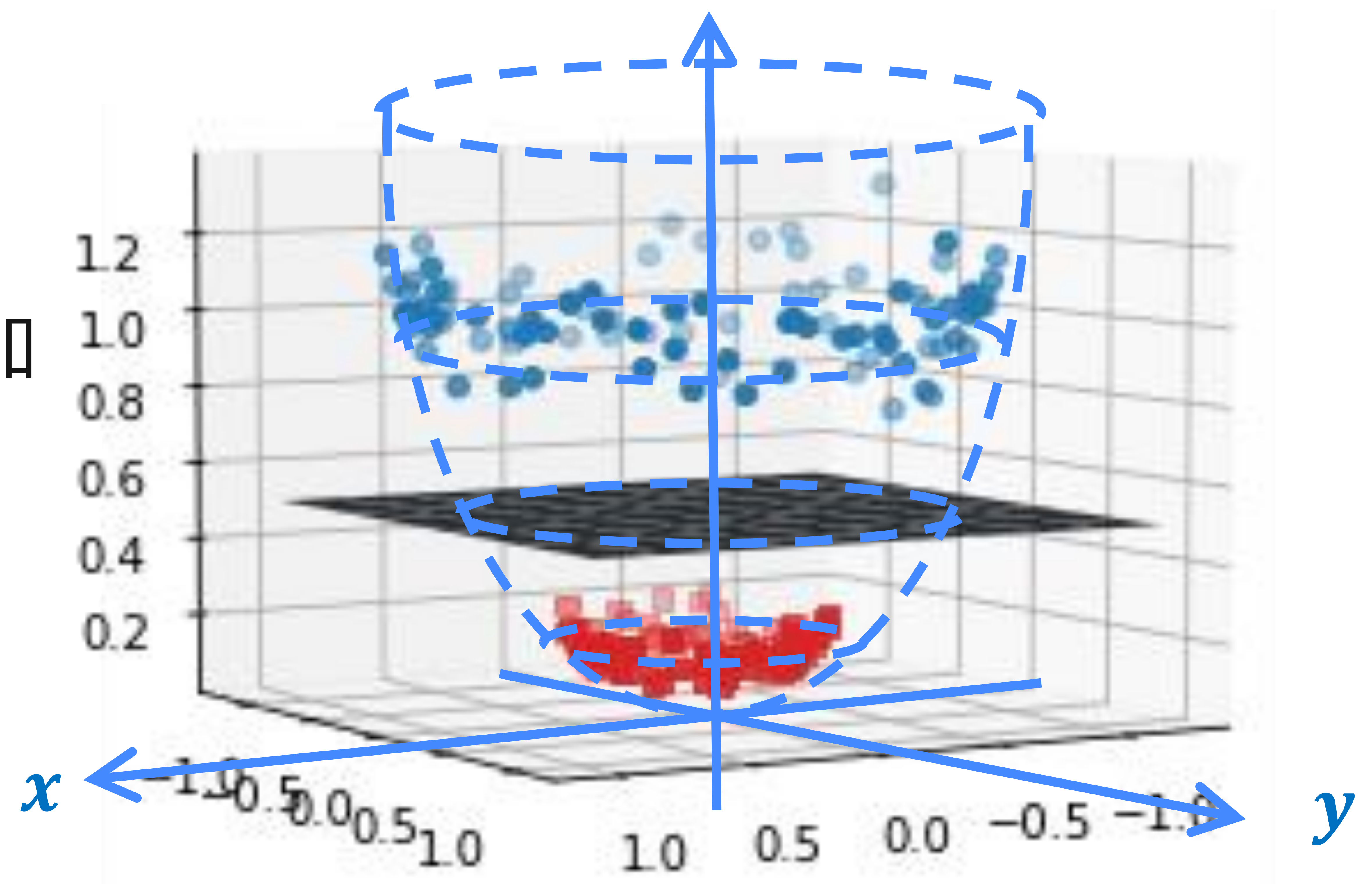
データマッピングで分類



データを3次元
に変換

$z = x^2 + y^2$を追加

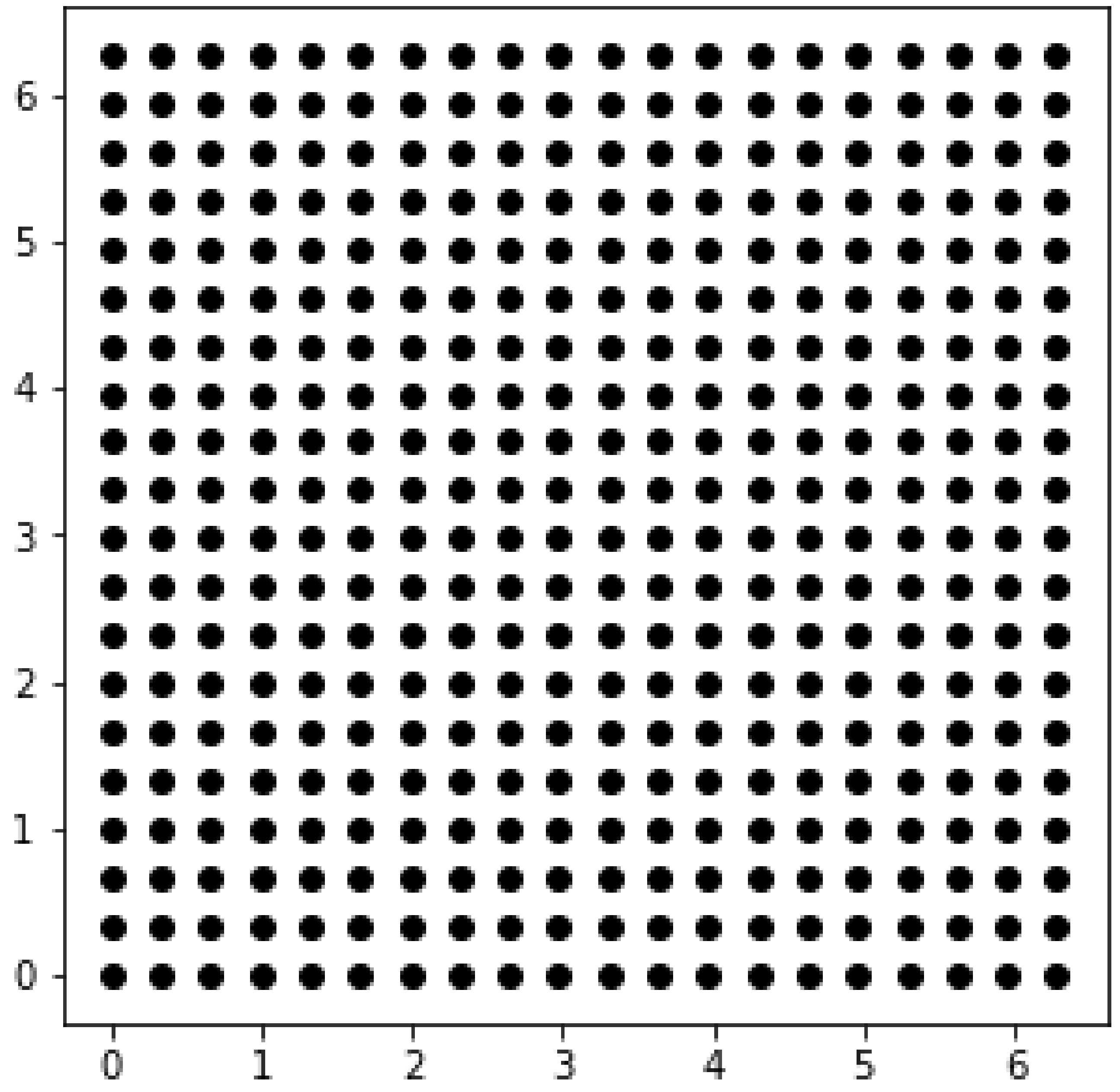
3次元では、データは平面で
分離できる



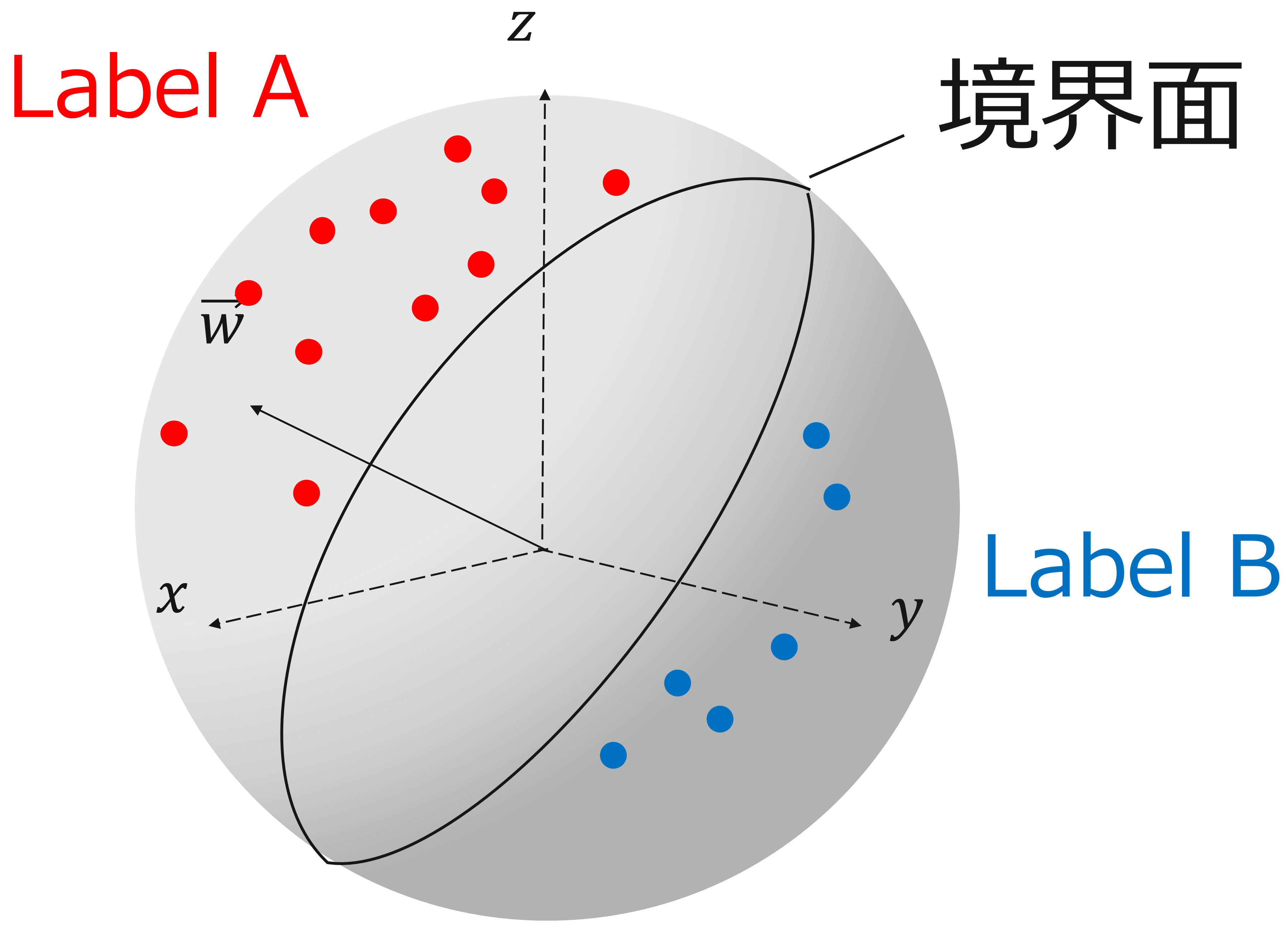
特徴量を高次元化(特徴量マッピング)することで、
平らな(線形な)境界面で切り分けることができます。

量子SVM(サポートベクターマシン)

特徴量を量子空間に特徴量マッピングすることで、線形な境界面で切り分けます。



量子状態の球にマッピング



データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

1. 計算基底符号化

2. 振幅符号化

3. 角度符号化

4. 角度符号化の応用

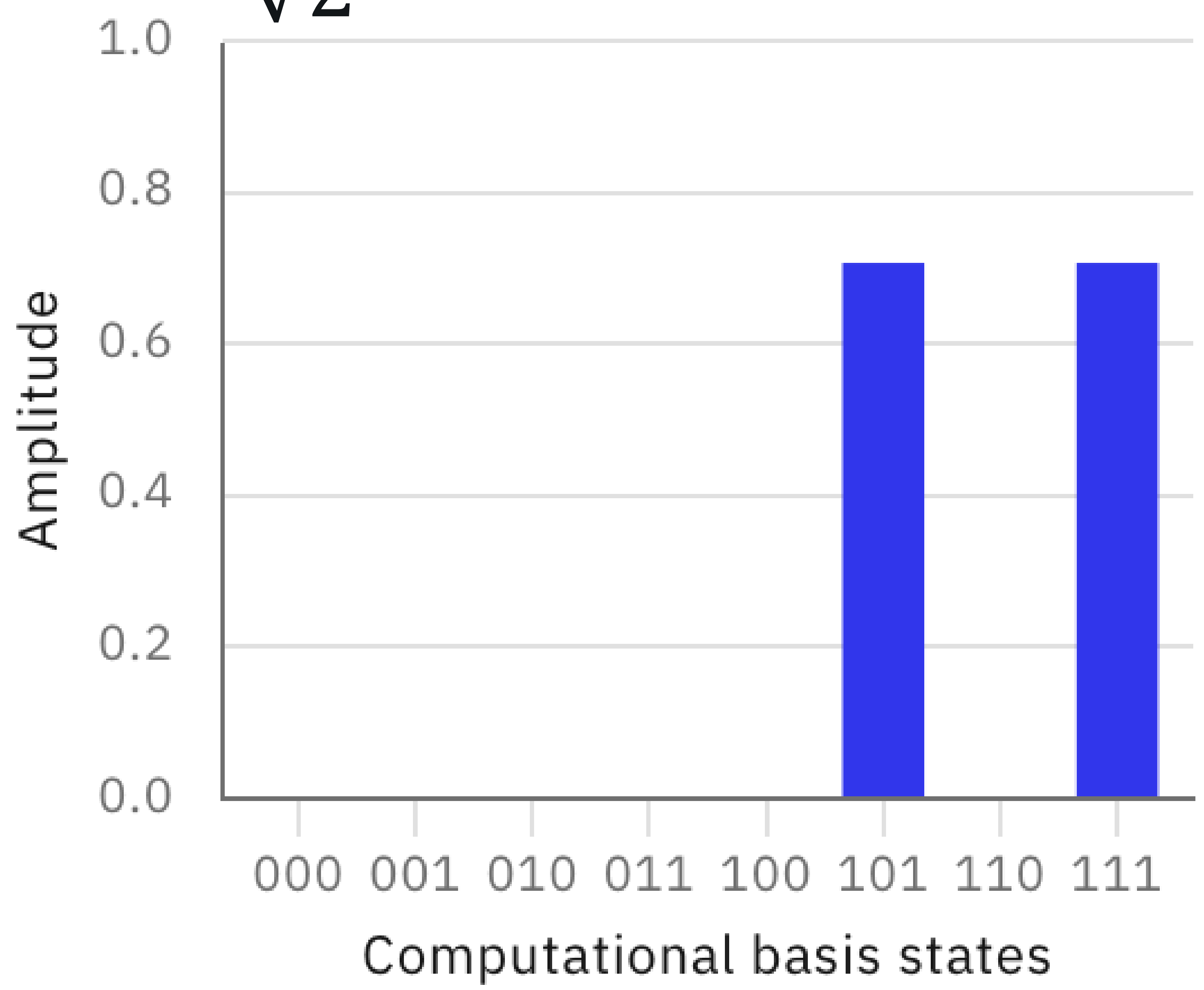
データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

1. 計算基底符号化

古典的な N ビット文字列を N 量子ビットの**計算基底状態**に符号化します。

(*) **計算基底状態**：Z基底状態とも呼ばれ、Z（または計算）基底で測定したときの状態。
$|00\rangle$や$|00110100\rangle$のようなラベルを持つ状態です。IBMのシステムは常にZ基底で測定します。

例）データセット $X = \{x_1 = 101,\ x_2 = 111\}$ ➡ 量子状態 $|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|101\rangle + |111\rangle)$



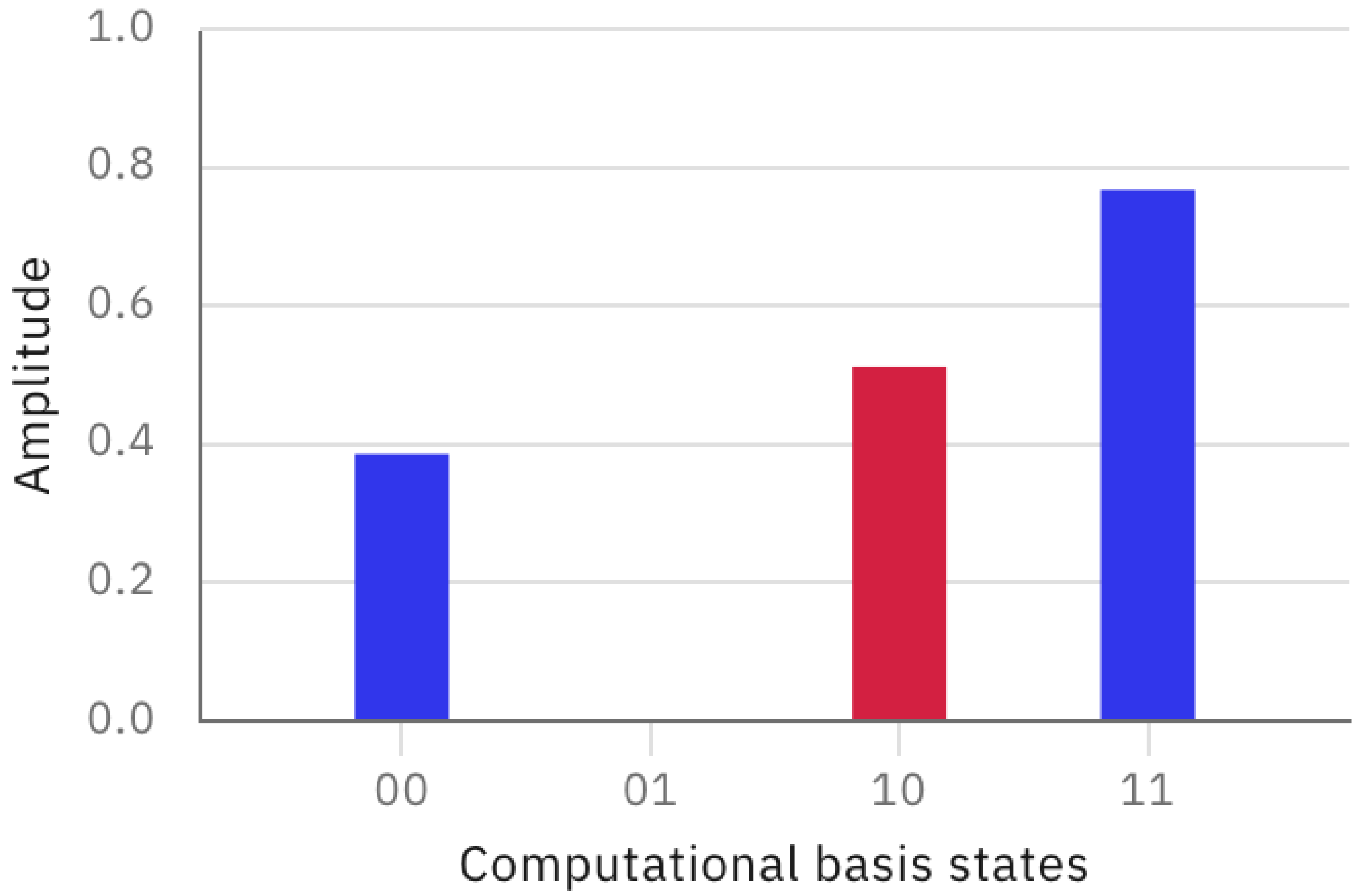
データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

2. 振幅符号化

データを量子状態の振幅に符号化。
（計算基底が余る場合は、振幅をゼロにします。）

量子状態

例）$X = \left\{x_1 = (1.5, 0), \quad x_2 = (-2, 3)\right\}$ ➡ $|x\rangle = \dfrac{1}{\sqrt{15.25}}(1.5|00\rangle - 2|10\rangle + 3|11\rangle)$

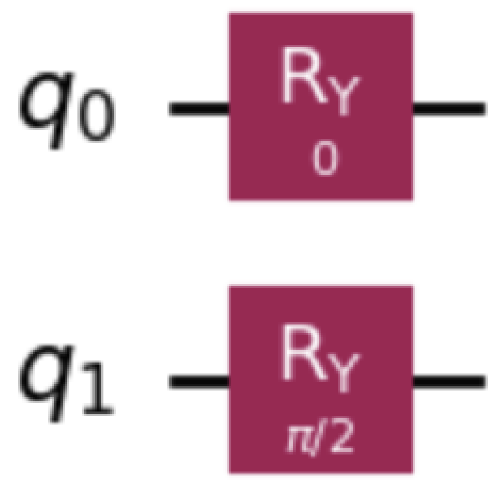


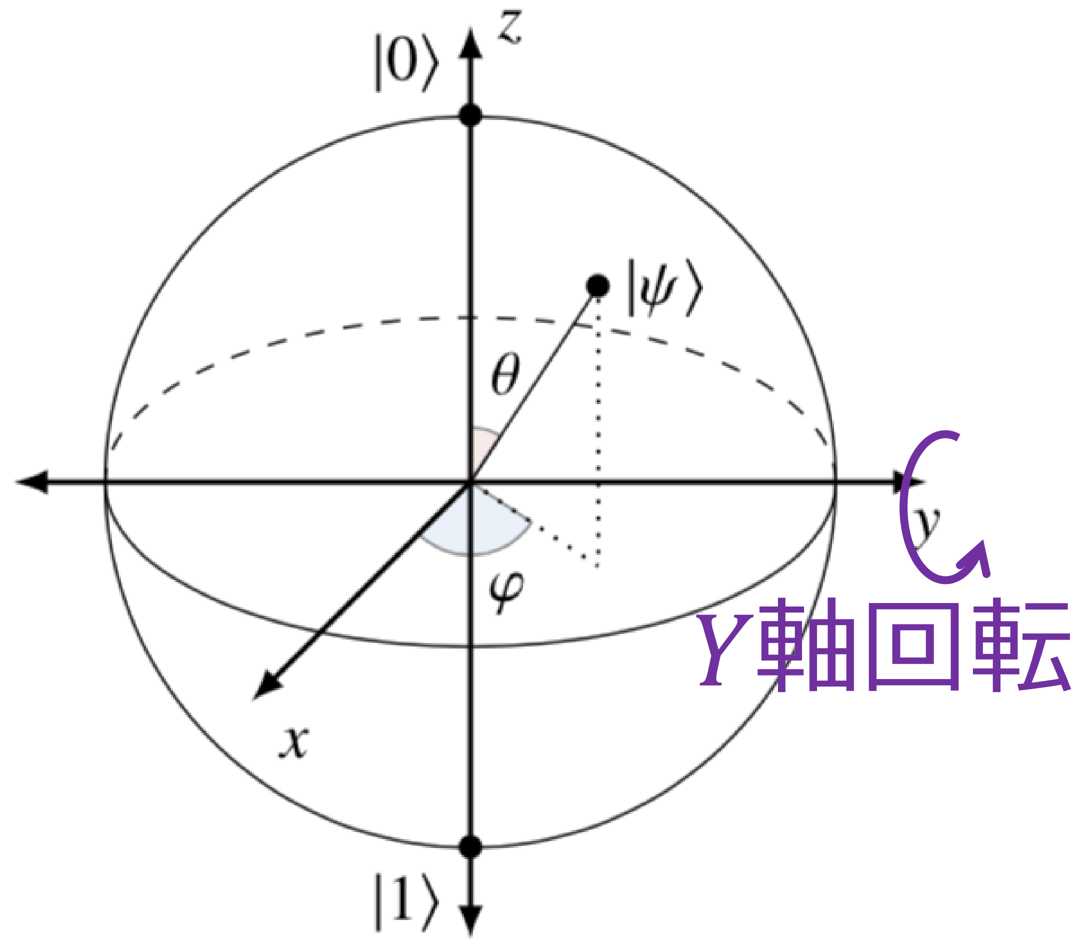
データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

3. 角度符号化

角度符号化は、RX ゲートまたは RY ゲートなどの回転ゲートの角度にデータを符号化。

例) データポイント $x = (x_1,\ x_2)$ ➡ $S_x = RY(x_1) \otimes RY(x_2)$



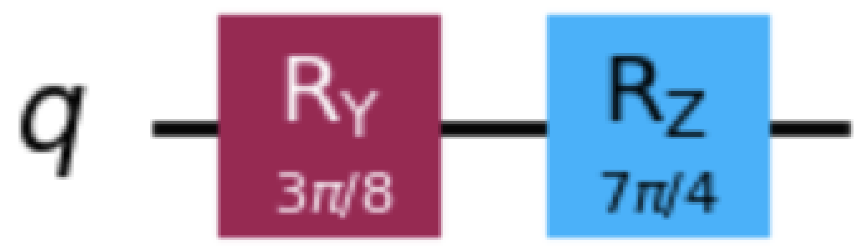


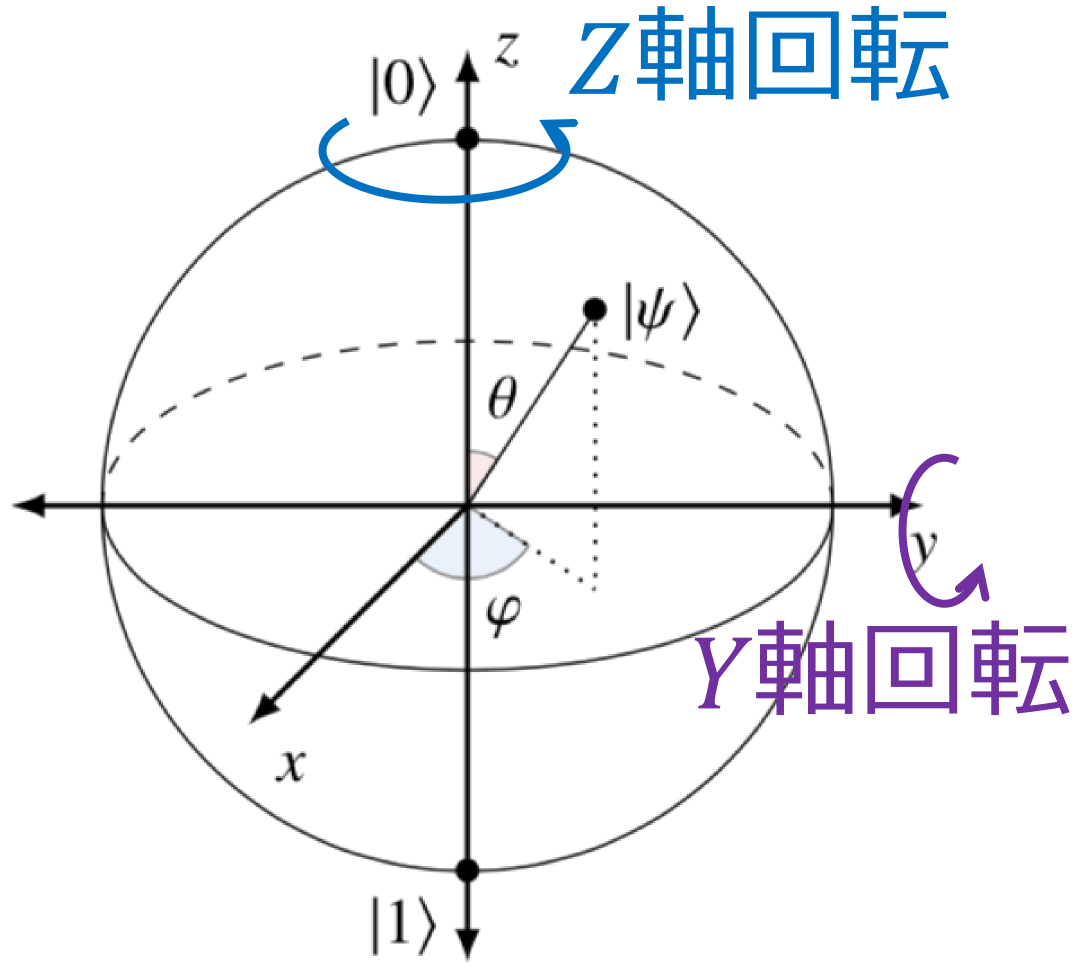
データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

4. 角度符号化の応用

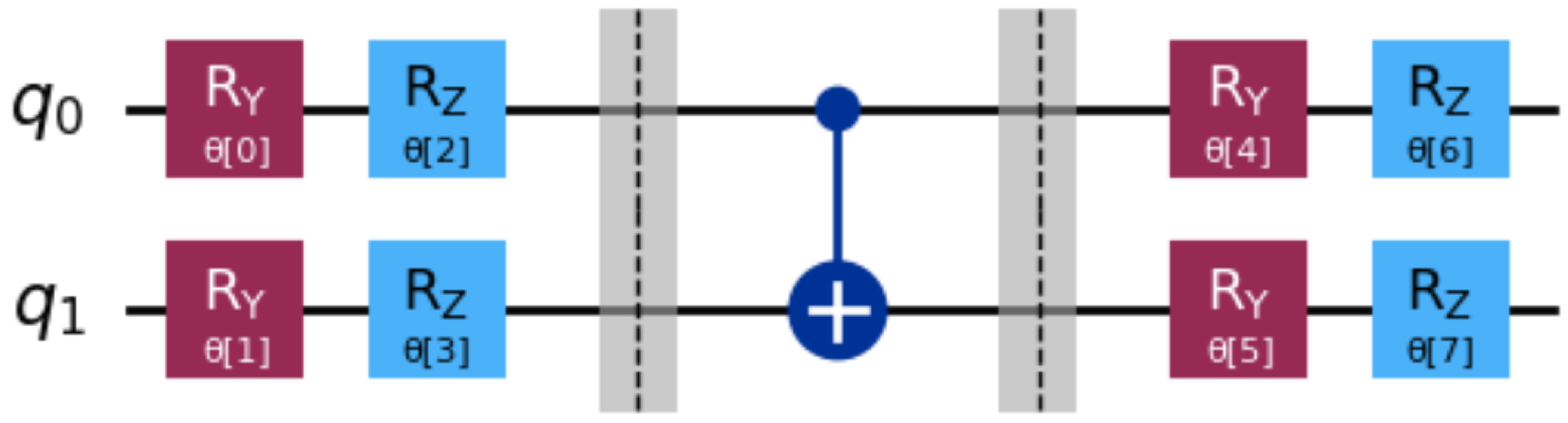
角度符号化を応用し、位相にデータを代入。さらに任意のユニタリー演算（CNOTなど）を含む。
複数のデータを1量子ビットに符号化することも可能。

例）$x = (x_1,\ x_2)$ ➡ $S_x = P(x_2)RY(x_1)$





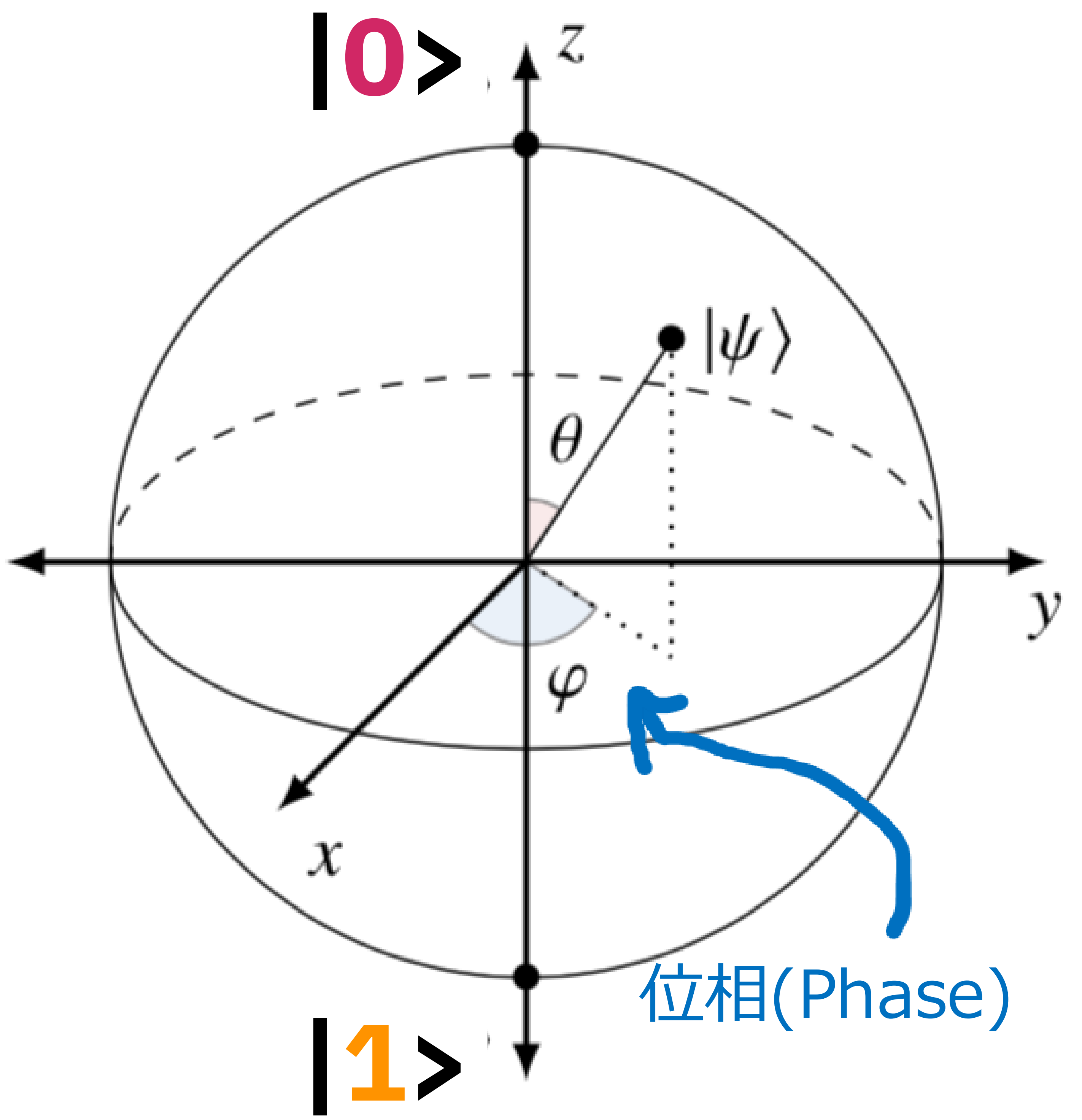
例）$x = (x_1,\ \cdots, x_8)$ ➡



2 量子ビットだけで 8 つのデータを符号化

量子状態の位相とは

ブロッホ球



任意の量子ビットの量子状態：$|\psi\rangle = \alpha\,|\mathbf{0}\rangle + \beta\,|\mathbf{1}\rangle$

ここで、α, βは$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$を満たす複素数。

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|\mathbf{0}\rangle + exp(i\varphi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|\mathbf{1}\rangle \quad \cdots(★)$$

位相(Phase)

量子状態の複素数の角度が位相。

R_zゲートの角度に相当するので、 R_zゲートをPhase ゲートとも呼ぶ。

一般的に直行座標(x, y, z)と極座標(r, θ, φ) は、

$|\psi\rangle = \mathrm{z}|\mathbf{0}\rangle + (x + iy)\,|\mathbf{1}\rangle$

$\quad = cos\theta|\mathbf{0}\rangle + (sin\theta cos\varphi + isin\theta sin\varphi)\,|\mathbf{1}\rangle$

ですが、これでは、$\theta = 0°$で$|\mathbf{0}\rangle$、$\theta = 90°$で$|\mathbf{1}\rangle$になり、上半球の領域しか覆わないので、$\theta = 0°$で$|\mathbf{0}\rangle$、$\theta = 180°$で$|\mathbf{1}\rangle$ となるように、$\theta' = 2\theta$ とする。

θ'をθと書くと(★) の式になる。

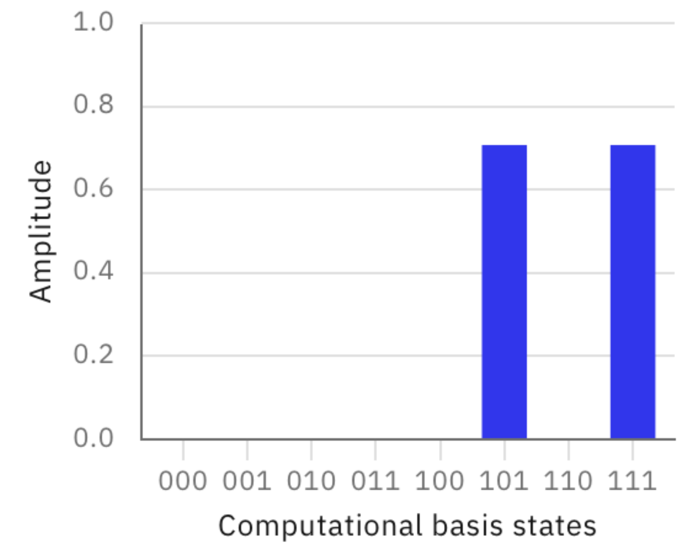
データを量子機械学習のために符号化する手法（代表的なもの）

1. 計算基底符号化

例）データセット $X = \{x_1 = 101,\ x_2 = 111\}$

量子状態

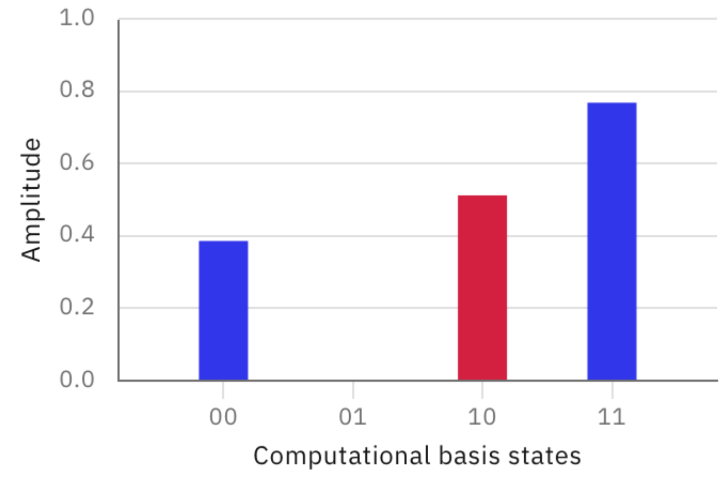
$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|101\rangle + |111\rangle)$$



2. 振幅符号化

例）$X = \left\{x_1 = (1.5, 0),\quad x_2 = (-2, 3)\right\}$

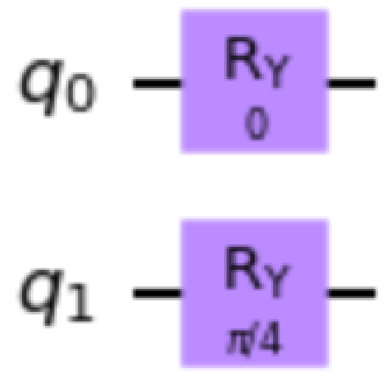
$$|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{15.25}}(1.5|00\rangle - 2|10\rangle + 3|11\rangle)$$



3. 角度符号化

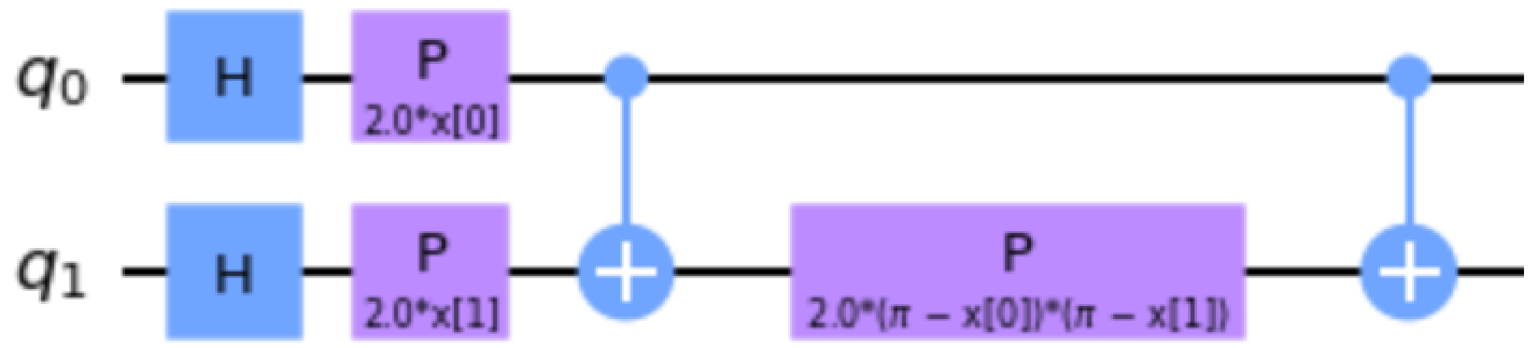
例）データポイント $x = (x_1,\ x_2)$

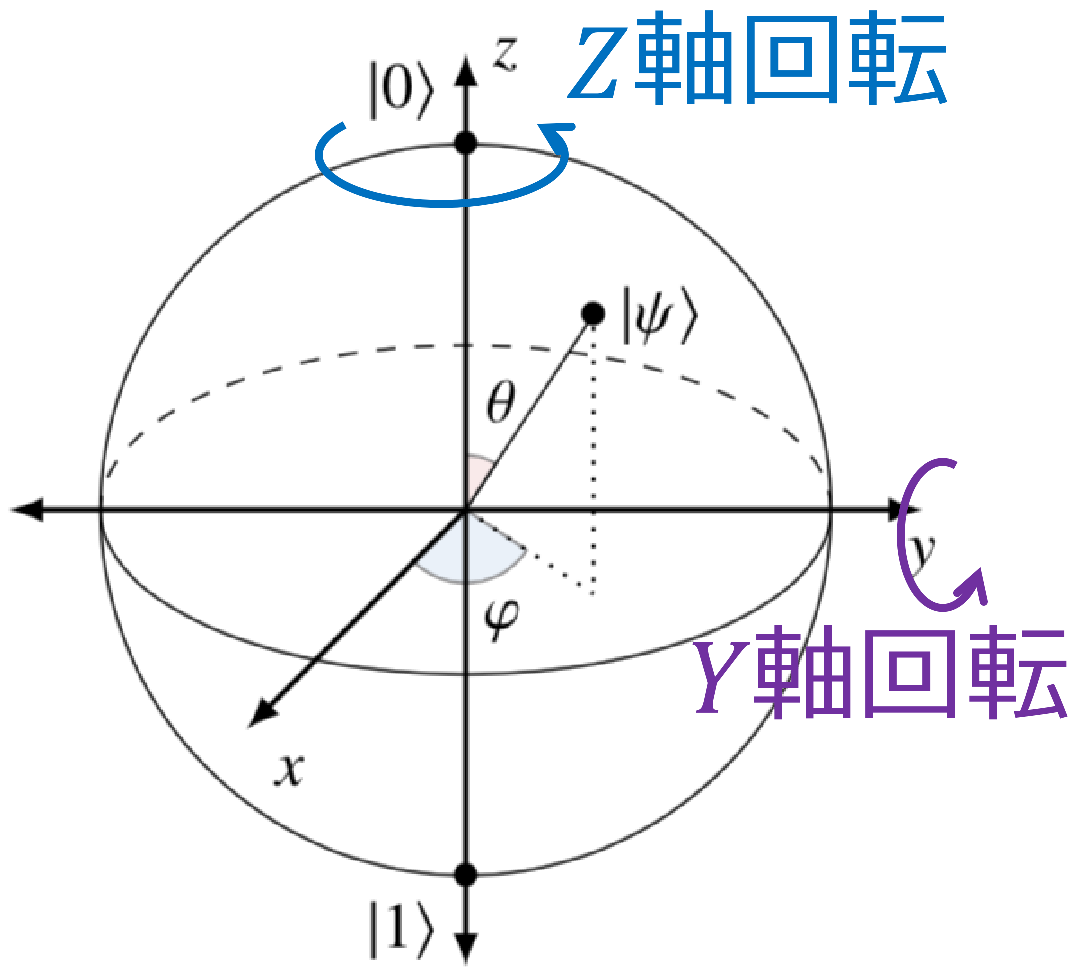
$$S_x = RY(x_1) \otimes RY(x_2)$$



4. 角度符号化の応用

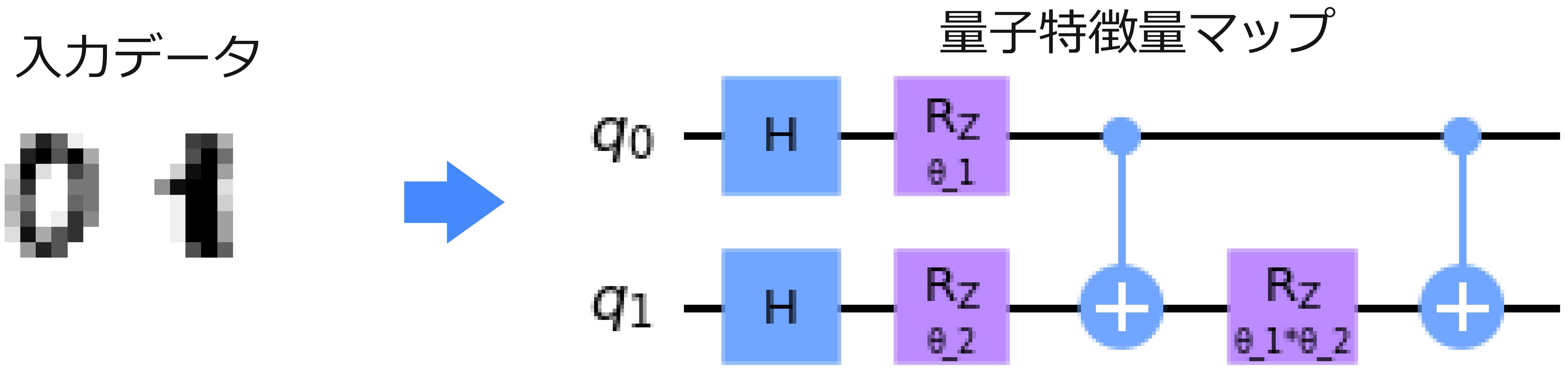
例）$x = (x_1,\ x_2)$

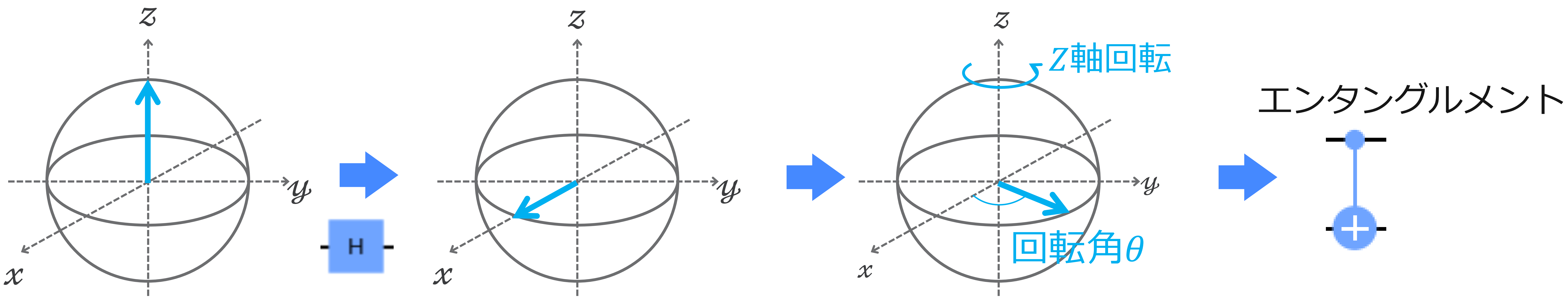




量子特徴量マップ(Feature Map)

データを量子データにエンコード（符号化）する際に、
パラメーター（量子ゲートの回転角θ）を使った、角度符号化の応用の
量子特徴量マップ(Feature Map)を使って、回転角θの部分にデータを入れます。

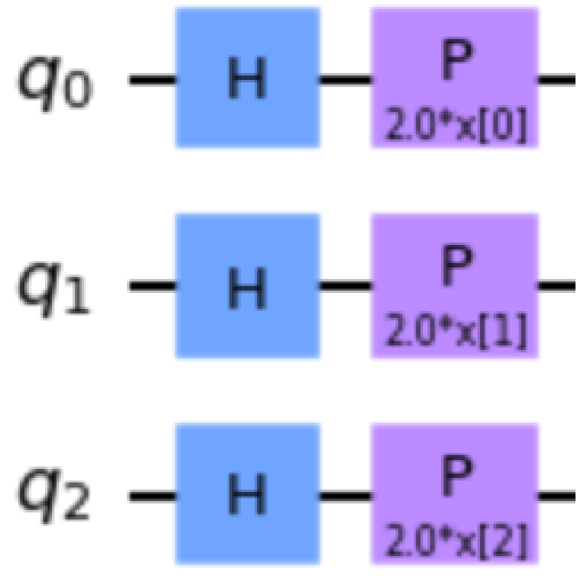




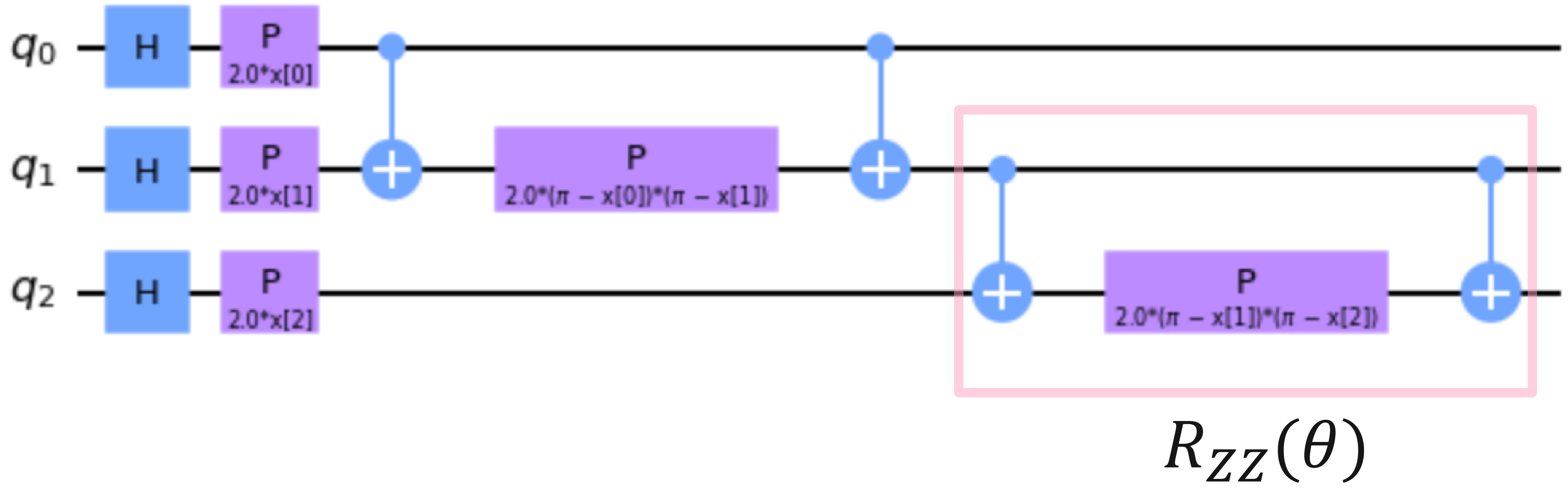
量子特徴量マップの例

データ$\boldsymbol{x}$が3次元の場合

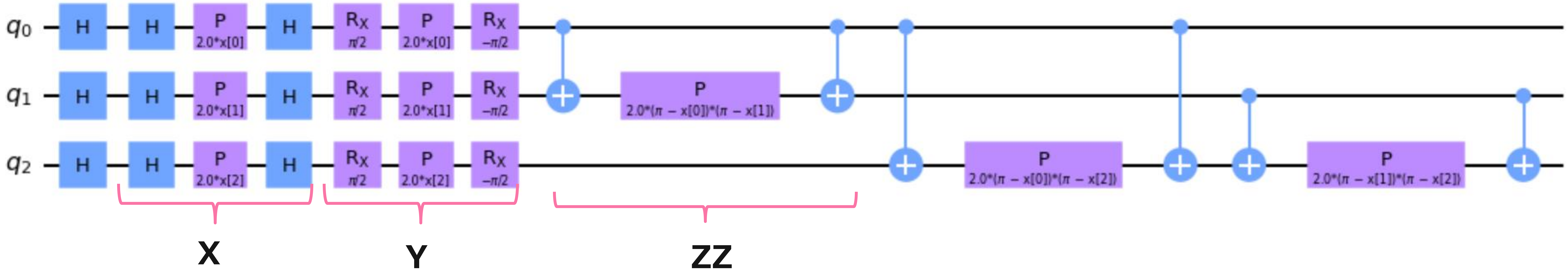
Z feature map



ZZ feature map



Pauli feature map (X, Y, ZZの場合)



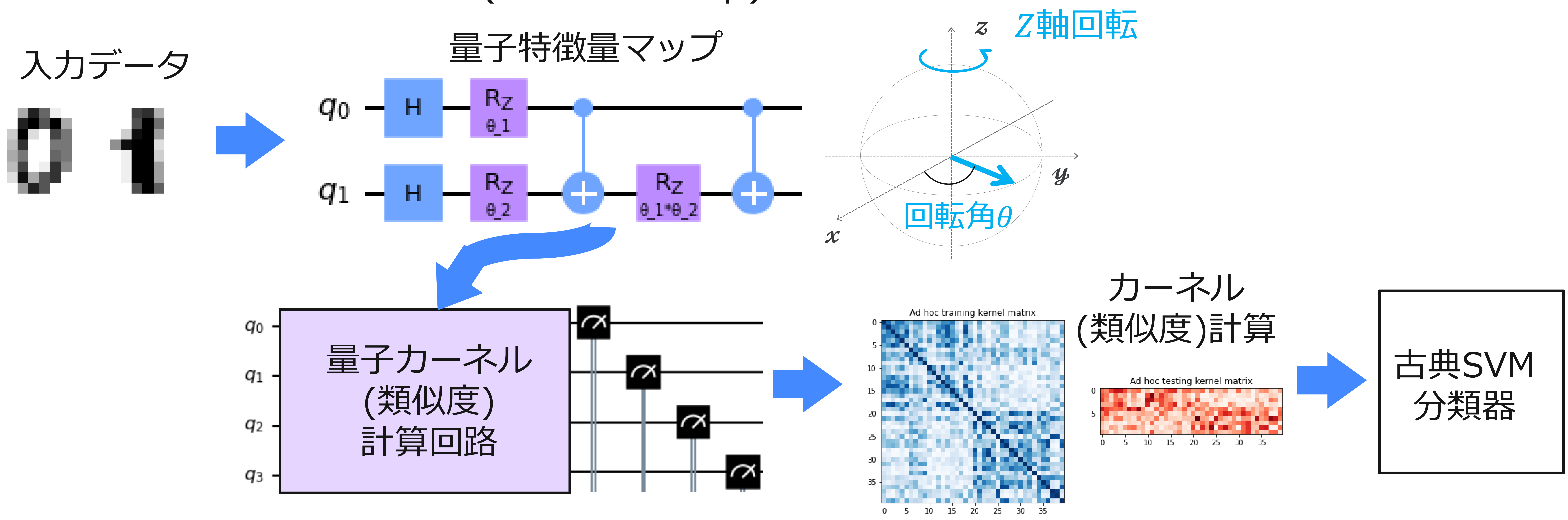
等価回路

$$X = HZH$$

$$Y = R_X(\pi/2)Z\, R_X(-\pi/2)$$

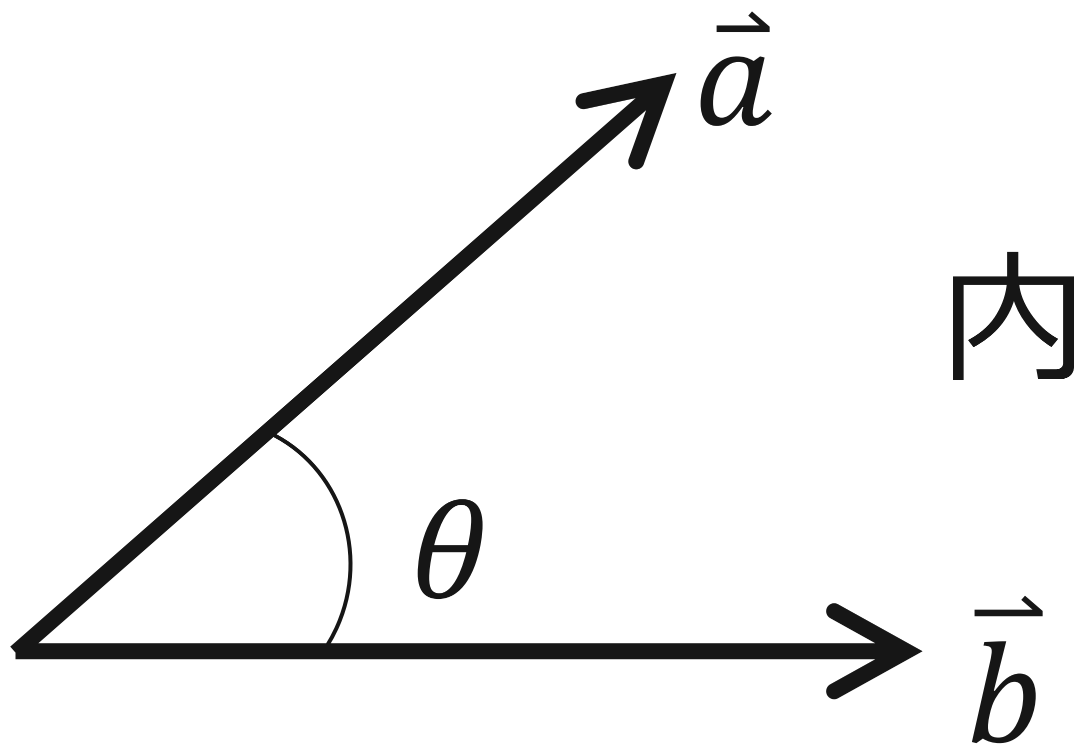
量子カーネルSVM

データを量子特徴量マップ(Feature Map)でエンコードした後、

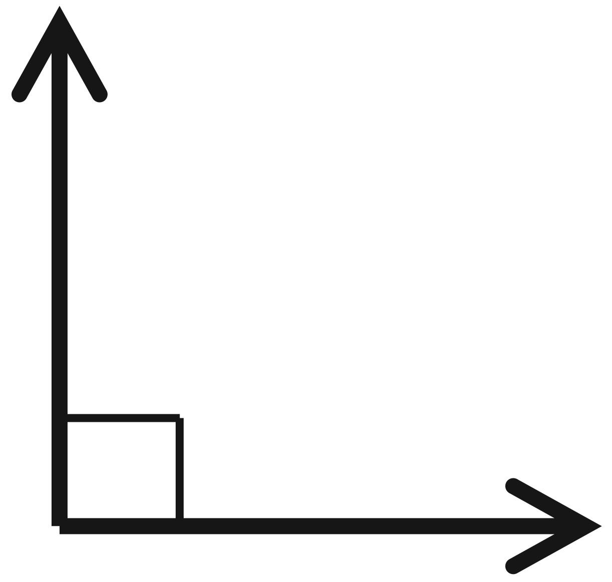


量子回路で量子カーネル(類似度)の計算を行い、
量子カーネルを使って、古典SVM計算(線形な境界面で分ける2値分類)で学習・分類を行います。

カーネル(類似度)計算は、ベクトルの内積の発展形



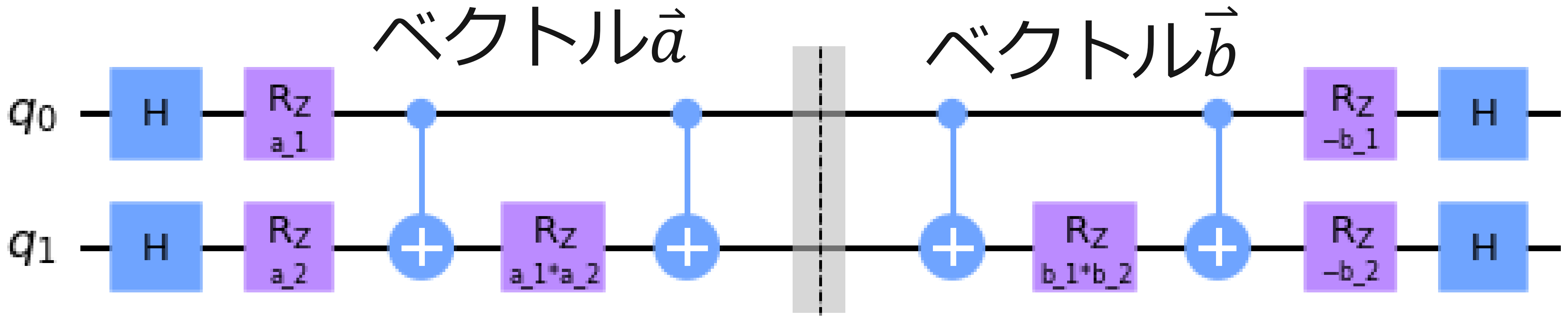
内積：$|\vec{a}|\ |\vec{b}|\ cos\theta$

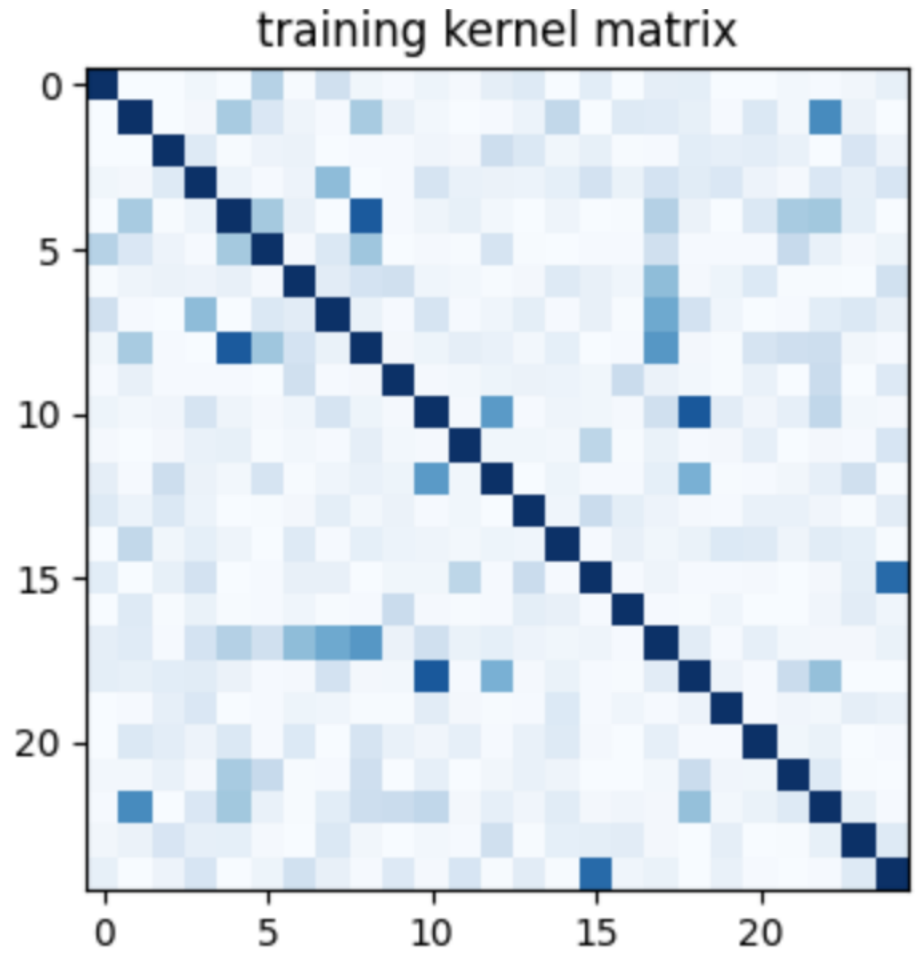


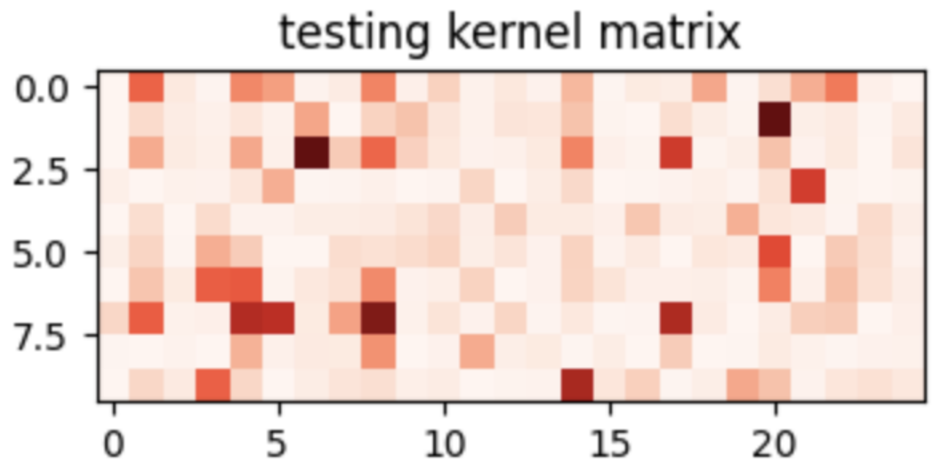
直行した
ベクトルの
内積は0

自分自身との
内積は1

カーネル(類似度)行列







全く違う特徴：0(白)
同じ特徴：1(濃紺/赤)

ブラケット表記

量子状態：$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$

（ここで、α, βは$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$を満たす複素数。）

ケット

$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$: 縦ベクトル

ブラ

$\langle\psi| = (|\psi\rangle)^\dagger = (\alpha^* \quad \beta^*)$：横ベクトル

ベクトル$\langle\psi|$と$|\psi\rangle$の内積：

ブラケット

$\langle\psi|\psi\rangle = (\alpha^* \quad \beta^*)\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha^*\alpha + \beta^*\beta = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$：数値

† （ダガー）：随伴行列(エルミート共役)。
転置と要素の複素共役を同時に取る。

例） $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ のとき

$\mathrm{A}^\dagger = \begin{bmatrix} a^* & c^* \\ b^* & d^* \end{bmatrix}$

ここで

$a = x + iy$

$a^* = x - iy$

量子状態 $|\psi\rangle$ は、 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ を正規直交基底とする2次元の複素内積空間内の単位ベクトルで、大きさは１に規格化されている。

量子カーネルは内積計算で求める

カーネル関数は、特徴量空間のベクトルを引数として受け取り、
その内積 $\langle\Phi(x)|\Phi(y)\rangle$を返します。

- データベクトル： $\overrightarrow{x_i}$
- $\overrightarrow{x_i}$のエンコードとマッピングを行う回路： $\Phi(\overrightarrow{x_i})$

マップされた状態は：

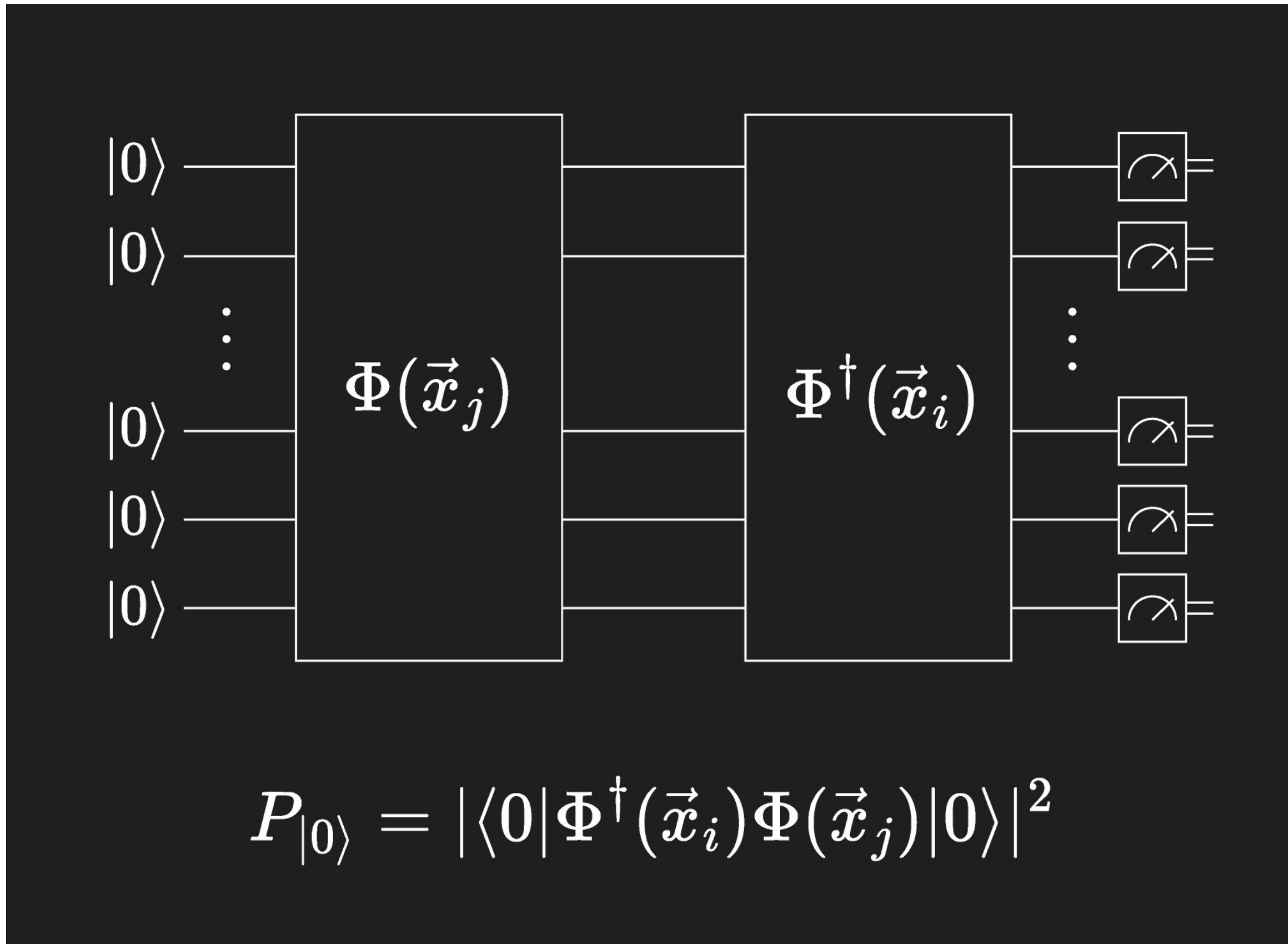
$$|\psi(\overrightarrow{x_i})\rangle = \Phi(\overrightarrow{x_i})|0\rangle^{\otimes N}$$
$$|\psi(\overrightarrow{x_j})\rangle = \Phi(\overrightarrow{x_j})|0\rangle^{\otimes N}$$

その内積は：

$$\langle\psi(\overrightarrow{x_j})|\psi(\overrightarrow{x_i})\rangle = \langle 0|^{\otimes N}\Phi^\dagger(\overrightarrow{x_j})\Phi(\overrightarrow{x_i})|0\rangle^{\otimes N}$$

カーネル行列の要素は、状態$|0\rangle^{\otimes N}$ を観測する確率：

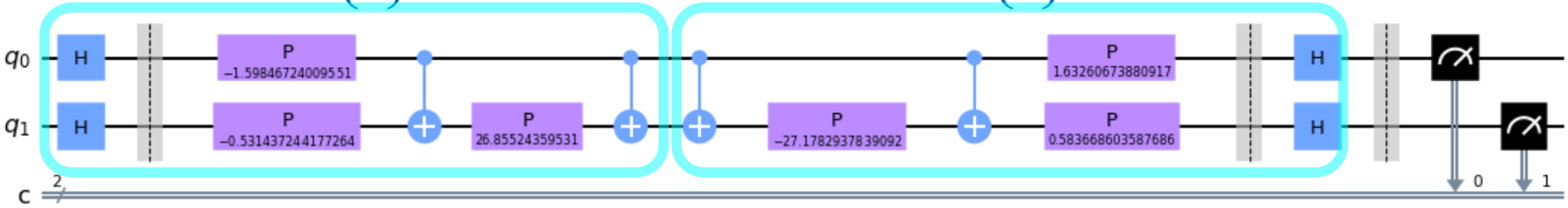
$$P_0 = \left|\langle 0|^{\otimes N}\Phi^\dagger(\overrightarrow{x_j})\Phi(\overrightarrow{x_i})|0\rangle^{\otimes N}\right|^2$$



量子カーネル

各データ対に対して内積（量子カーネル $\langle \Phi(\vec{x}) | \Phi(\vec{x}) \rangle$ ）を計算、測定してカーネル行列を作っていきます。

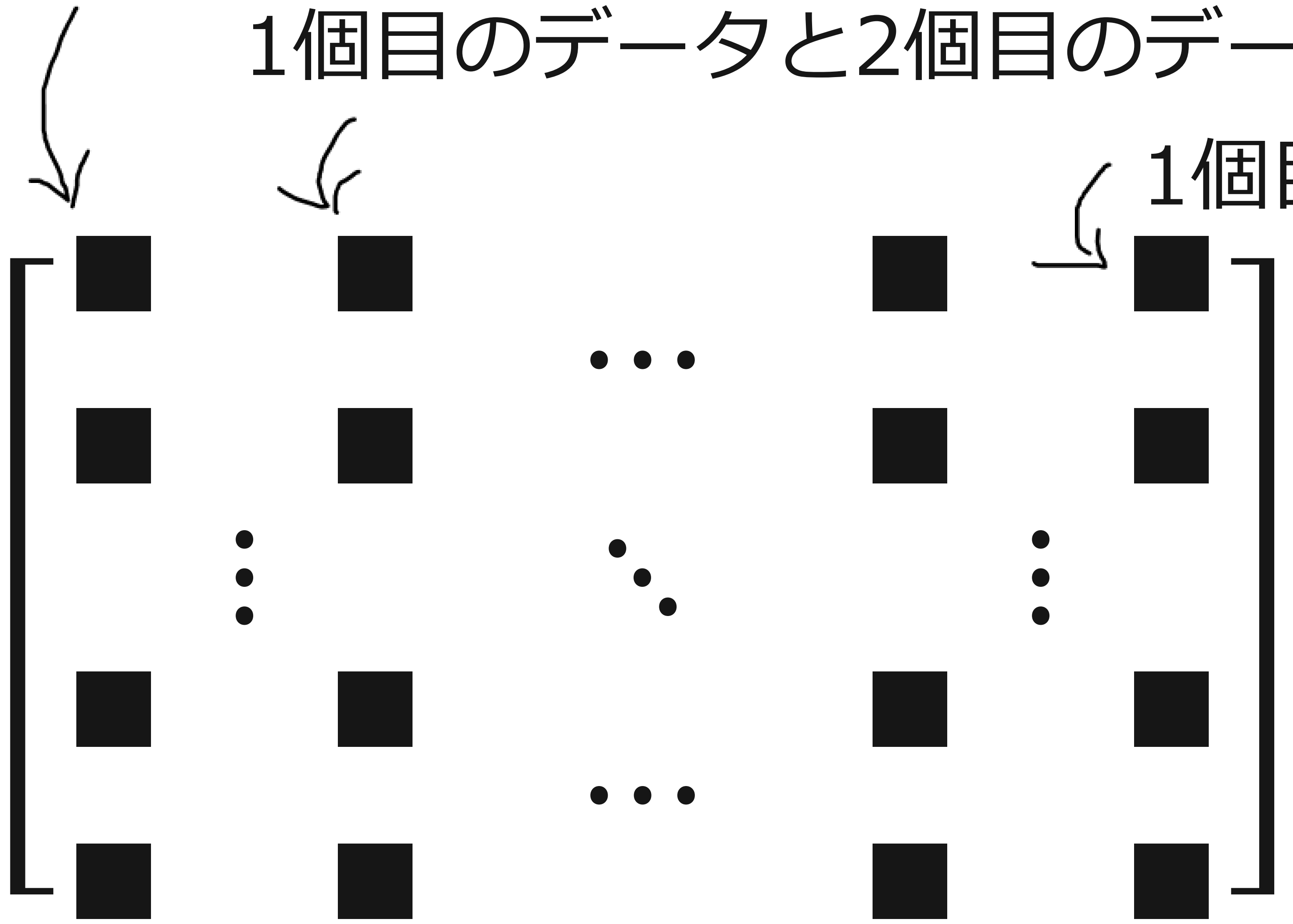
$\Phi(\vec{x})$ $\Phi^{\dagger}(\vec{x})$ 逆むきに演算をかける



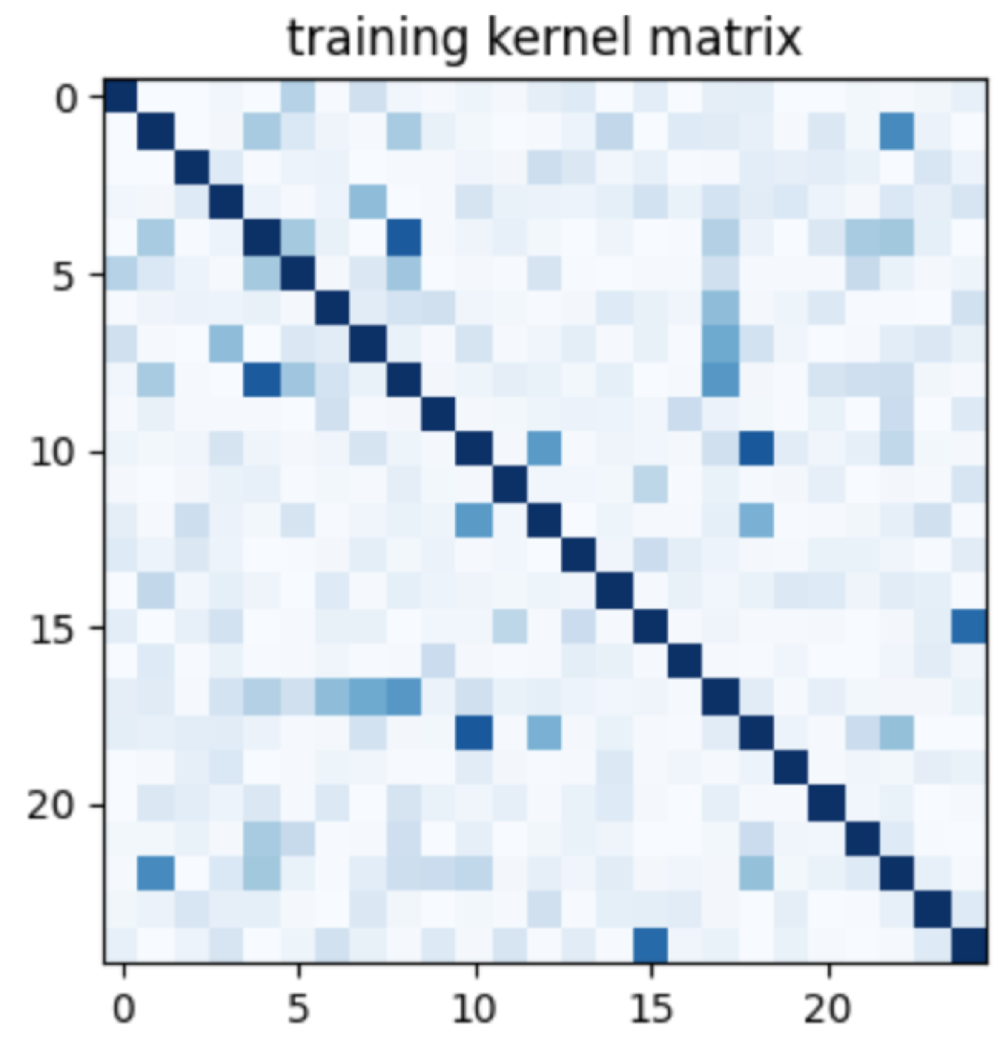
1個目のデータと1個目のデータの内積

1個目のデータと2個目のデータの内積

1個目のデータとn個目のデータの内積



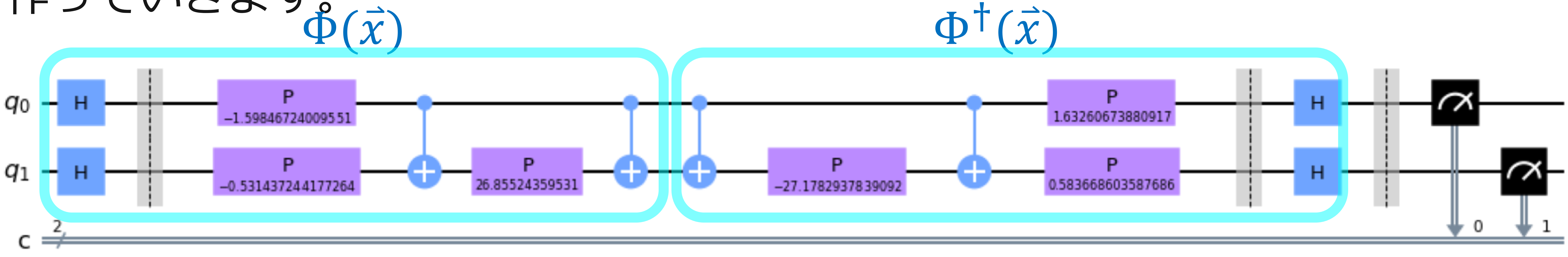
n個目のデータとn個目のデータの内積



全く違う特徴：0(白)
同じ特徴：1(濃紺)

量子カーネル

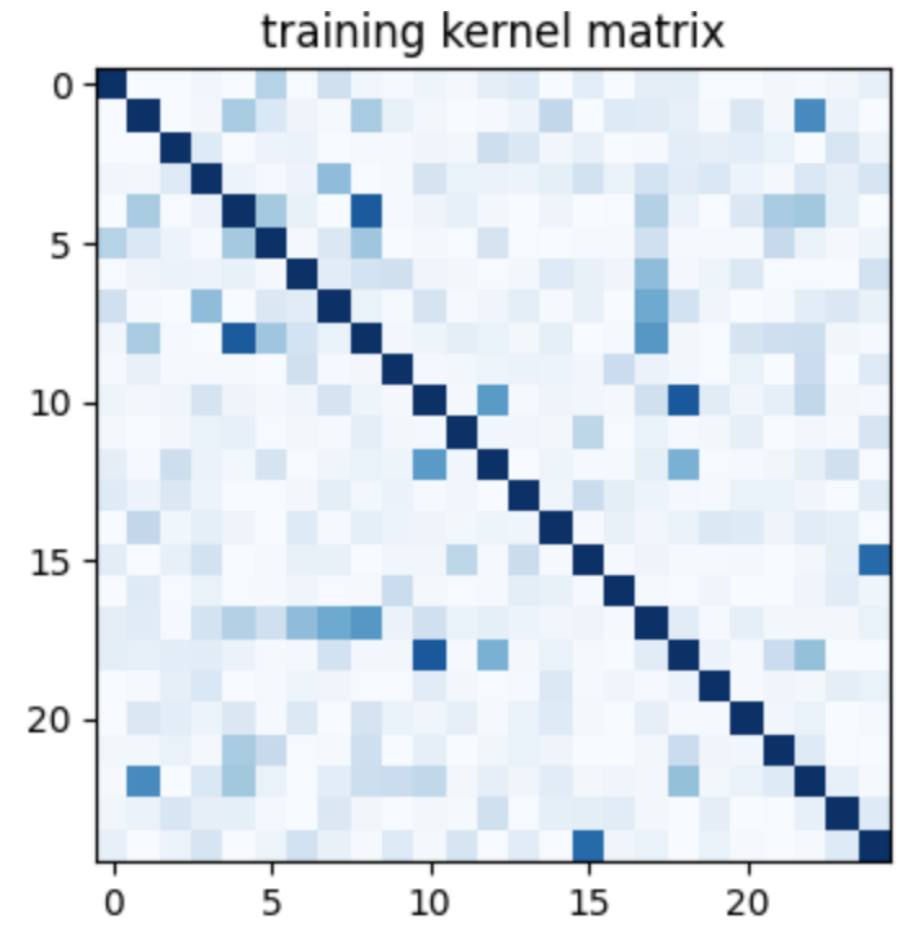
各データ対に対して内積（量子カーネル $\langle\Phi(\vec{x})|\Phi(\vec{x})\rangle$ ）を計算、測定してカーネル行列を作っていきます。



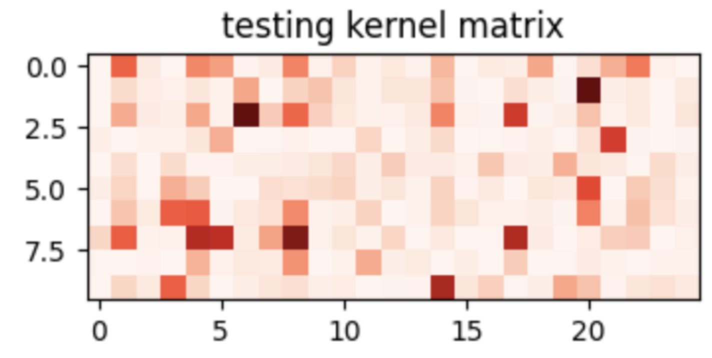
今回は、25個の学習データと10個のテストデータに対して、以下を計算します：

- 学習データ同士（例：25x25の行列）
- 学習データとテストデータ(例：25x10の行列)

25x25の行列

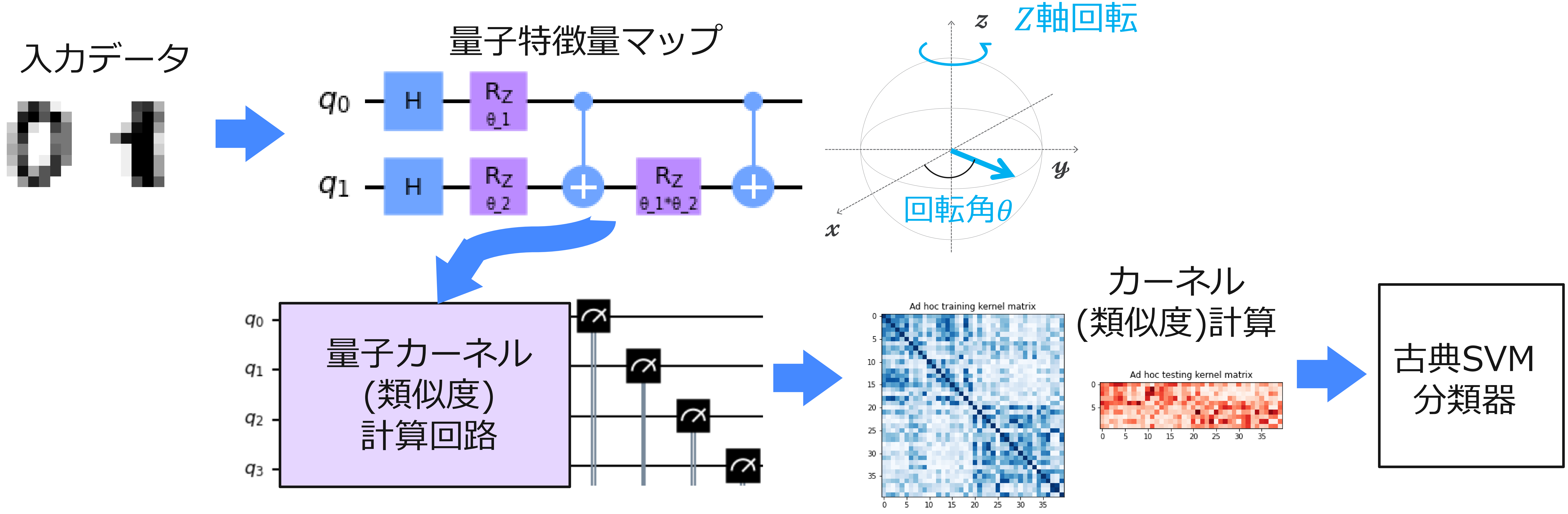


25x10の行列



量子カーネルSVM

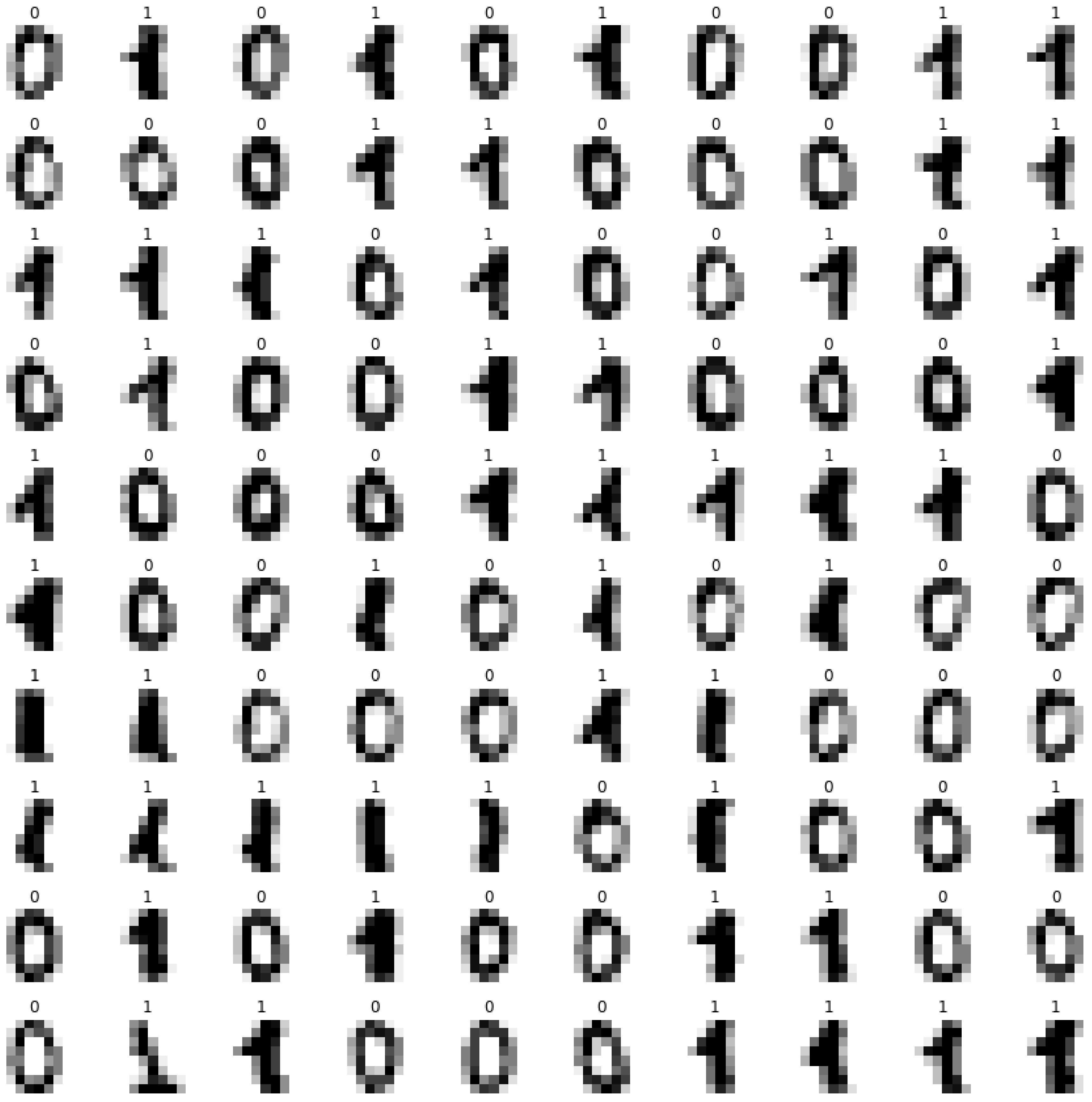
データを量子特徴量マップ(Feature Map)でエンコードした後、

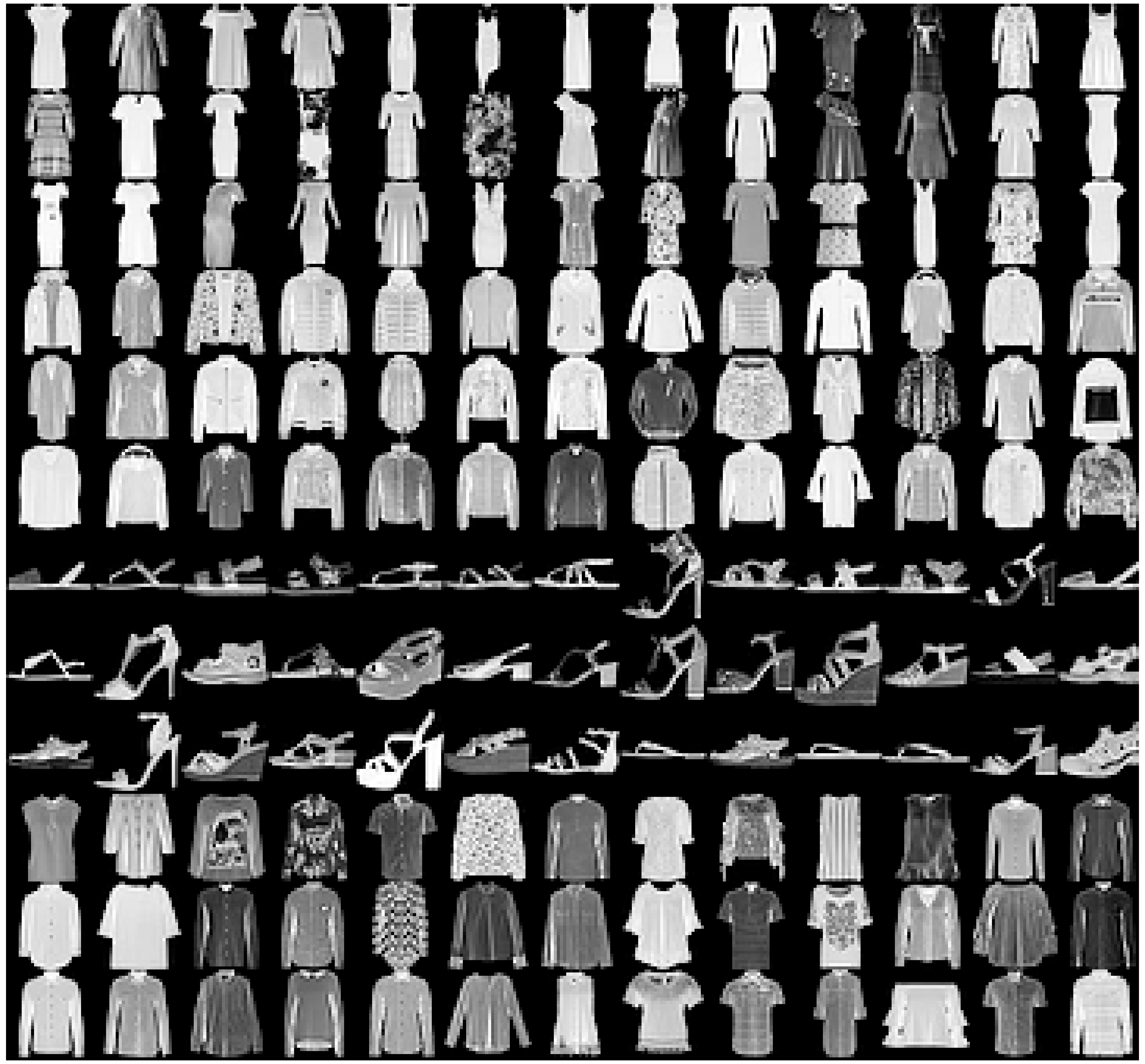


量子回路で量子カーネル(類似度)の計算を行い、
量子カーネルを使って、古典SVM計算(線形な境界面で分ける2値分類)で学習・分類を行います。

演習

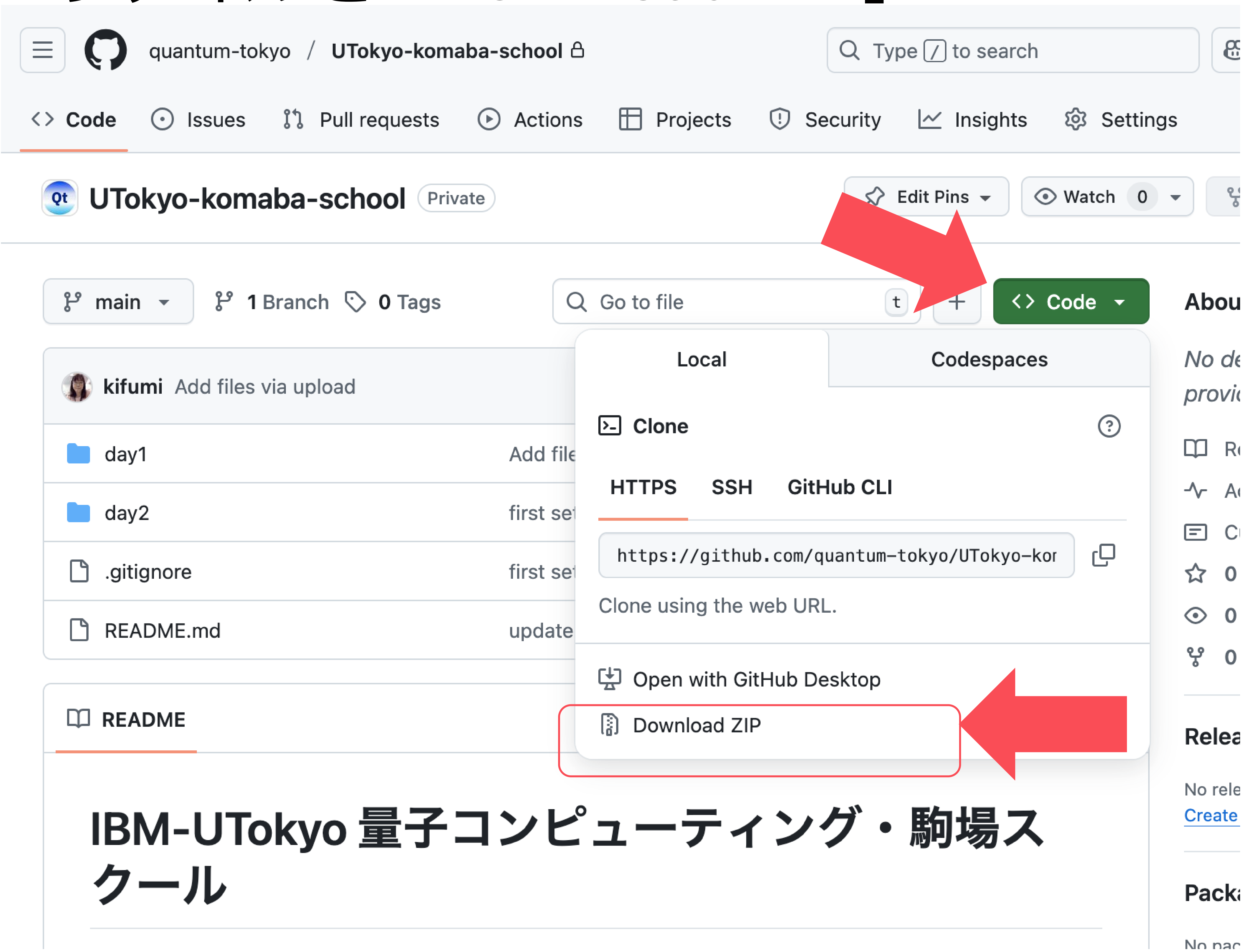
手書き文字(数字)データで量子カーネルを使った機械学習を学んだ後、
洋服の画像について、学習分類を行ってみます。





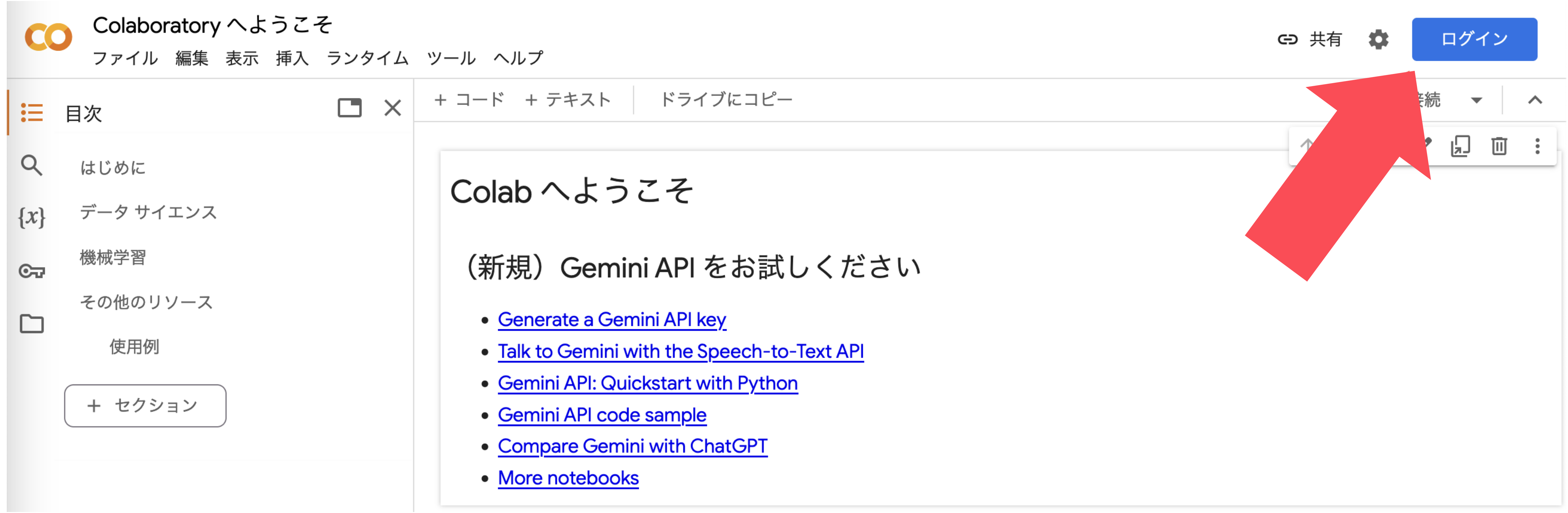
URL: ibm.biz/qkmbgit

(1) 緑色の「Code」をクリックして
ファイルを「Download ZIP」



(2) Google colabを検索してログイン

https://colab.research.google.com/

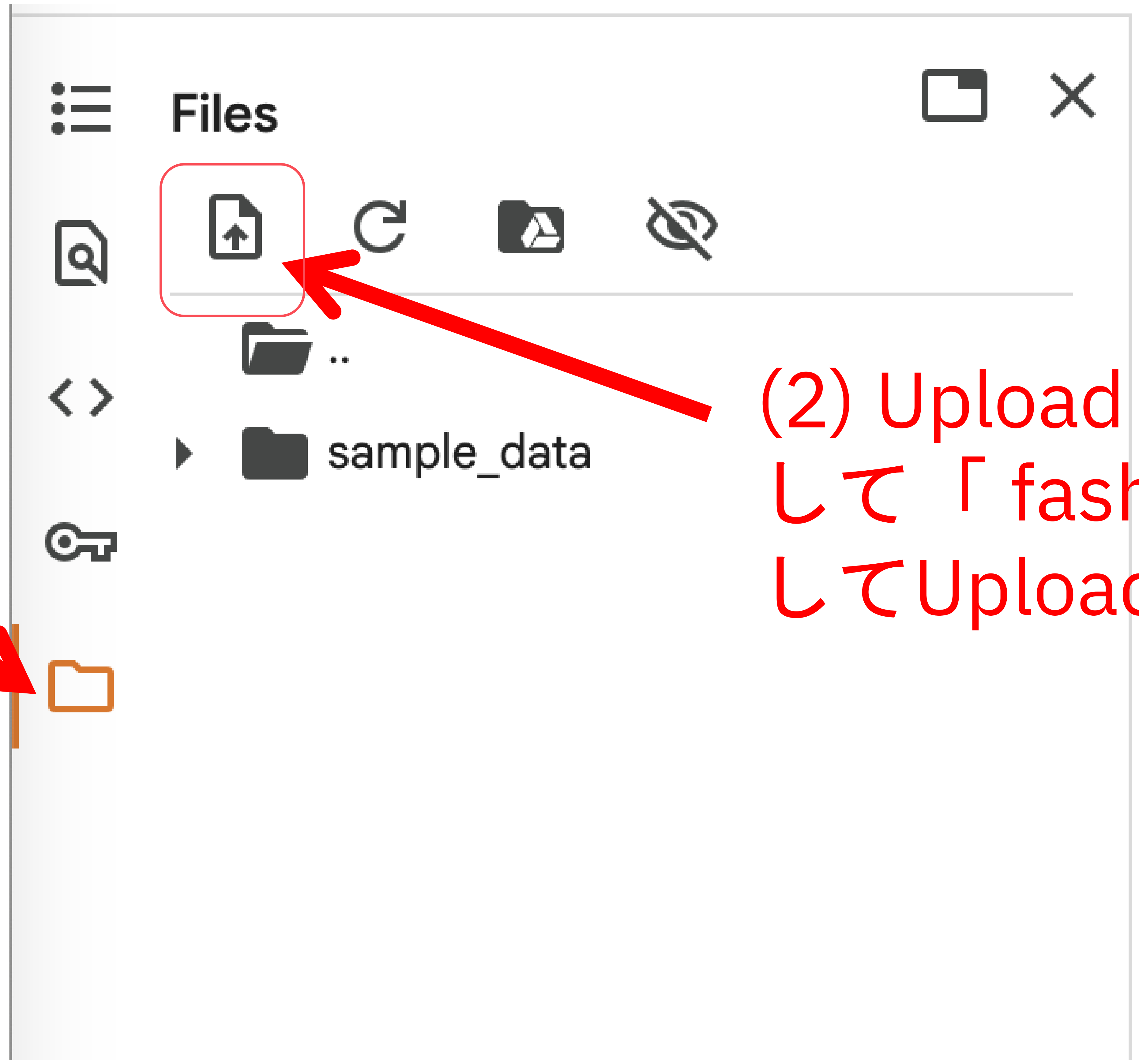


(3)「ファイル」→
「ノートブックをアップロード」
で「20250930_6_qml.ipynb 」
を選択

20250930_6_qml.ipynb と fashion.npz を使います。

以下の手順で fashion.npz ファイルもアップロードしてください。

(1)フォルダー
アイコンをクリック



(2) Upload アイコンをクリック
して「 fashion.npz 」を選択
してUpload

Letter | Published: 13 March 2019

Supervised learning with quantum-enhanced feature spaces

Vojtěch Havlíček, Antonio D. Córcoles, Kristan Temme, Aram W. Harrow, Abhinav Kandala, Jerry M. Chow & Jay M. Gambetta