

3. 量子テレポーテーション

2025/07/16

Translated and modified by Shizuka Shima

Created by Kifumi Numata

自己紹介



- **名前**：志摩 静香
- **所属**：日本IBM（2023年入社）
 - Technology Expert Labs
 - Infrastructure/Power server
- **背景**：東京大学 修士課程修了
 - 専攻：物理学/素粒子実験

トピック

- 密度行列
- 量子状態トモグラフィ
- 量子テレポーテーション

密度行列

量子状態：

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (\alpha, \beta : \text{確率振幅})$$

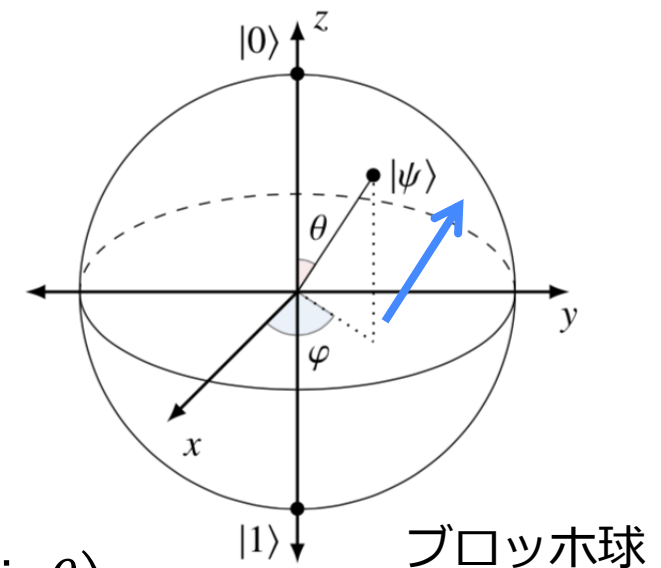
$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + \exp(i\varphi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$

状態ベクトル

密度行列 ρ を用いて量子状態を記述できる

$$\rho \equiv |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & e^{-i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos\theta & e^{-i\varphi}\sin\theta \\ e^{i\varphi}\sin\theta & 1 - \cos\theta \end{pmatrix}$$

(倍角の公式)



密度行列とブロッホベクトル

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & e^{-i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \cos\theta & e^{-i\varphi}\sin\theta \\ e^{i\varphi}\sin\theta & 1 - \cos\theta \end{pmatrix}$$

密度行列 ρ はパウリ行列 X, Y, Z の線形和である:

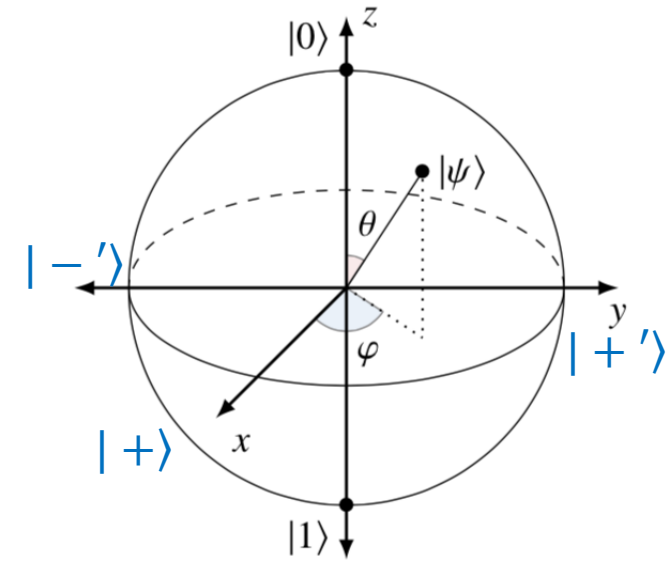
$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} (I + (\sin\theta \cos\varphi)X + (\sin\theta \sin\varphi)Y + (\cos\theta)Z) \\ &= \frac{1}{2} (I + r_x X + r_y Y + r_z Z) \end{aligned}$$

$$\text{Note : } X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-| \quad Y = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-| \quad Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

ブロッホベクトル: $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$

このブロッホベクトルはブロッホ球面上の点に写像される。



$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + i|1\rangle)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - i|1\rangle)$$

密度行列とグローバル位相

$|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ が量子状態を表す単位ベクトルであるとする：

$$|\phi\rangle = \alpha |\psi\rangle \quad s.t. |\alpha| = 1$$

その時、 $|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ はグローバル位相を除いて等しい

$$\text{Example: } \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad \text{and} \quad -\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$$

密度行列の記述では、 ρ_ψ と ρ_ϕ は等しい：

$$\rho_\phi = |\phi\rangle\langle\phi| = \alpha\alpha^* |\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \rho_\psi$$

密度行列は量子状態を一意に表現することができる

量子状態トモグラフィ

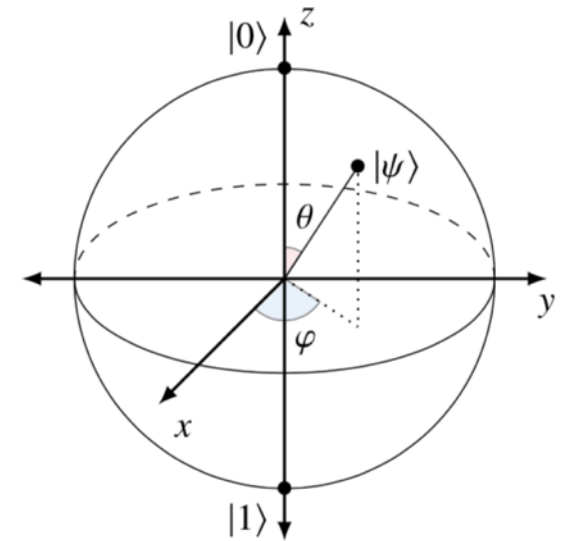
計算基底($|0\rangle, |1\rangle$)で量子状態を測定するだけでは、
位相情報（複素数情報）は失われる

しかし実験を繰り返すことで $|\psi\rangle$ のコピーを多数得ることができると、ブロッホベクトル(r_x, r_y, r_z)の成分を推定することで密度行列 ρ を推定することができる

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(\mathbf{I} + (\sin\theta \cos\varphi)\mathbf{X} + (\sin\theta \sin\varphi)\mathbf{Y} + (\cos\theta)\mathbf{Z}) \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{I} + r_x\mathbf{X} + r_y\mathbf{Y} + r_z\mathbf{Z})\end{aligned}$$

$$\text{Tr}(\mathbf{X} \rho) = r_x, \quad \text{Tr}(\mathbf{Y} \rho) = r_y, \quad \text{Tr}(\mathbf{Z} \rho) = r_z$$

Note : $\text{Tr}(\mathbf{A}\rho)$ …量子状態 ρ における観測量 \mathbf{A} の期待値
 $\text{Tr}(\mathbf{A}\rho) = \text{Tr}(\mathbf{A}|\psi\rangle\langle\psi|) = \text{Tr}(\langle\psi|\mathbf{A}|\psi\rangle) = \langle\psi|\mathbf{A}|\psi\rangle$



量子状態トモグラフィ

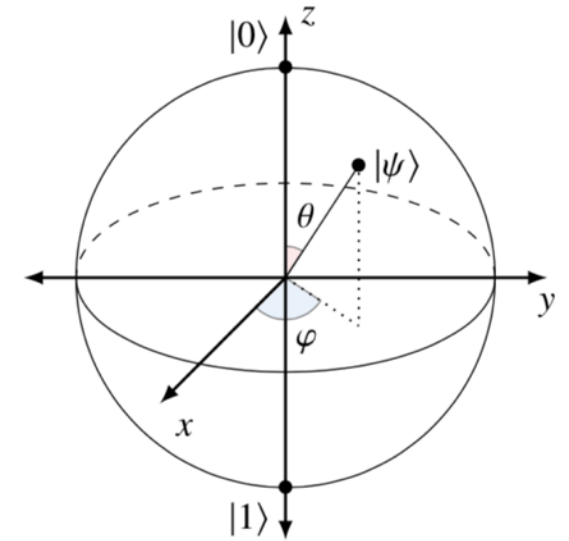
$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}(\mathbf{I} + (\sin\theta \cos\varphi)\mathbf{X} + (\sin\theta \sin\varphi)\mathbf{Y} + (\cos\theta)\mathbf{Z}) \\ &= \frac{1}{2}(\mathbf{I} + r_x\mathbf{X} + r_y\mathbf{Y} + r_z\mathbf{Z})\end{aligned}$$

$$\text{Tr}(\mathbf{X}\rho) = r_x, \quad \text{Tr}(\mathbf{Y}\rho) = r_y, \quad \text{Tr}(\mathbf{Z}\rho) = r_z$$

Note : $\text{Tr}(\mathbf{A}\rho)$ …量子状態 ρ における観測量 \mathbf{A} の期待値

$$\begin{aligned}\text{Tr}(\mathbf{Z}\rho) &= \langle 0|\mathbf{Z}\rho|0\rangle + \langle 1|\mathbf{Z}\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|(|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)\rho|0\rangle + \langle 1|(|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|\rho|0\rangle - \langle 1|\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|\psi\rangle\langle\psi|0\rangle - \langle 1|\psi\rangle\langle\psi|1\rangle \\ &= |\alpha|^2 - |\beta|^2 \quad (|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\text{の場合})\end{aligned}$$

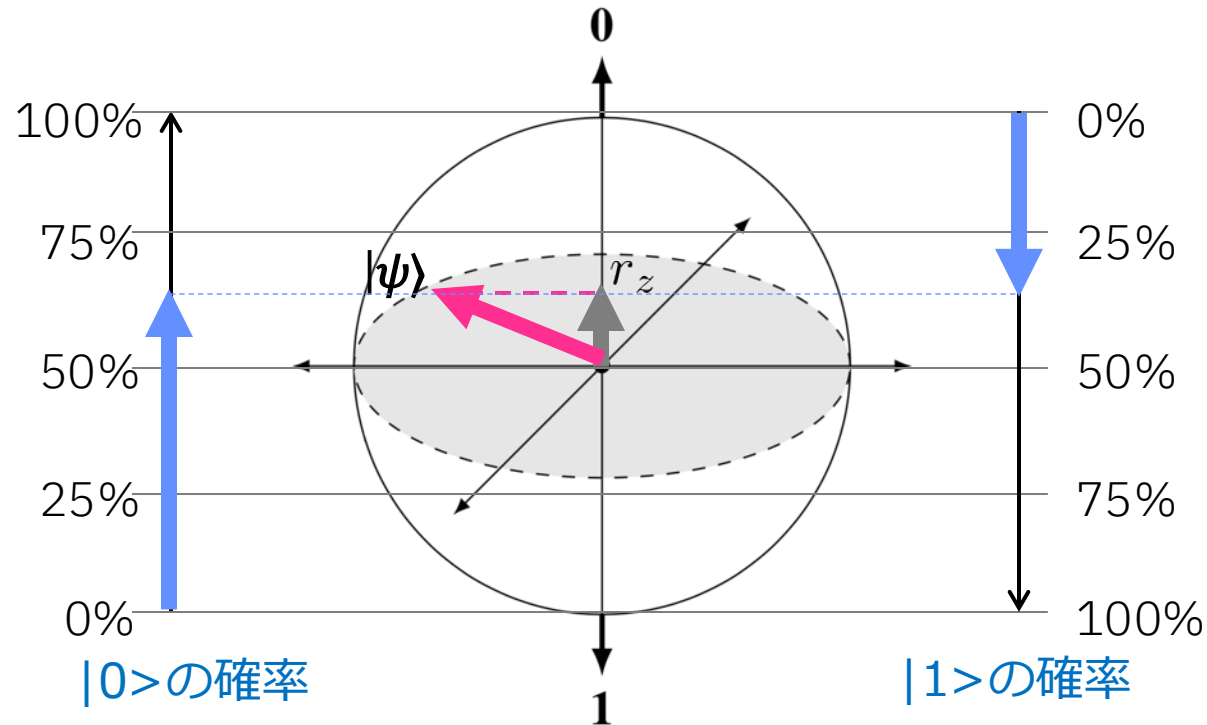
$r_z = 0$ を測定する確率 - 1を測定する確率



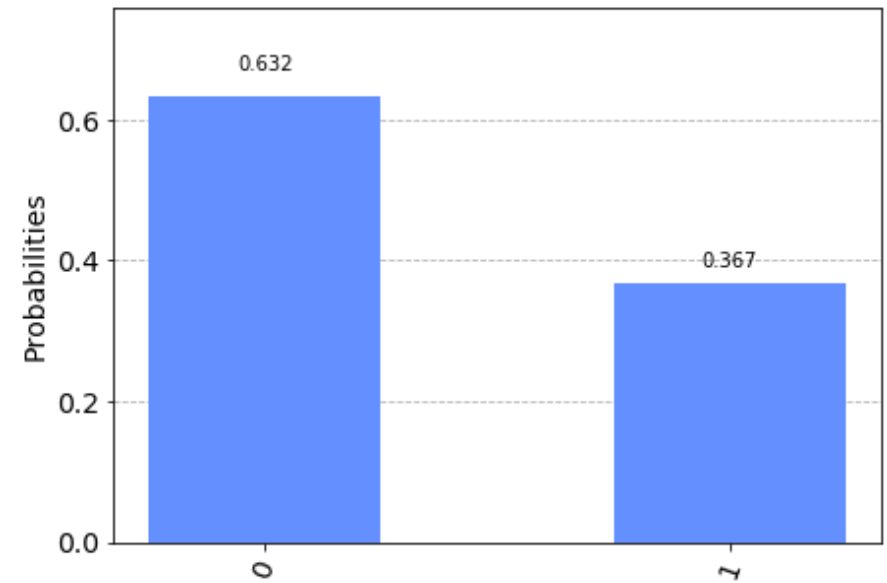
Note :
 $\mathbf{Z} = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$

量子状態トモグラフィ

r_z を推定するために、量子状態を作り出してそれを測定し、それを何度も繰り返して、測定の統計を取得する



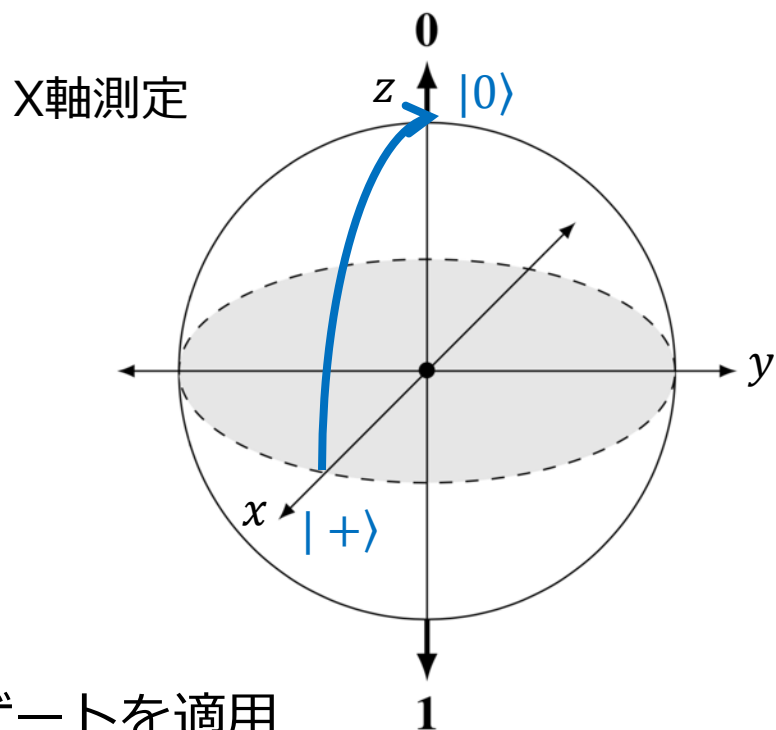
$$r_z = |0\rangle\text{の確率} - |1\rangle\text{の確率}$$



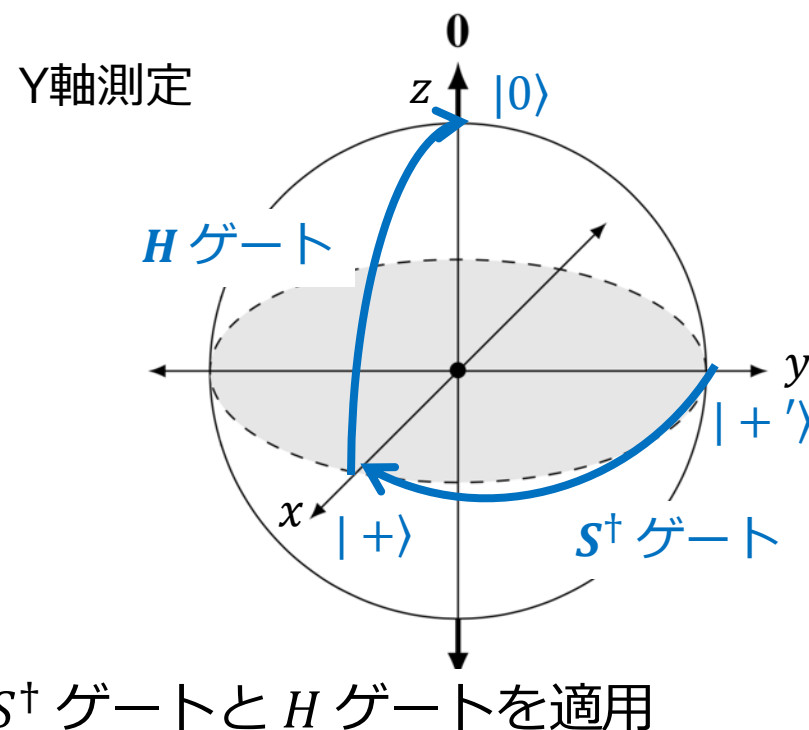
$$r_z = 0.632 - 0.367 = 0.265$$

X軸とY軸上の測定

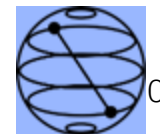
IBM Quantum Systems は、計算基礎測定 (Z 軸測定) のみをサポート
軸の回転によりX軸測定、Y軸測定を実現できる



$$H|+\rangle = |0\rangle$$
$$H|-\rangle = |1\rangle$$



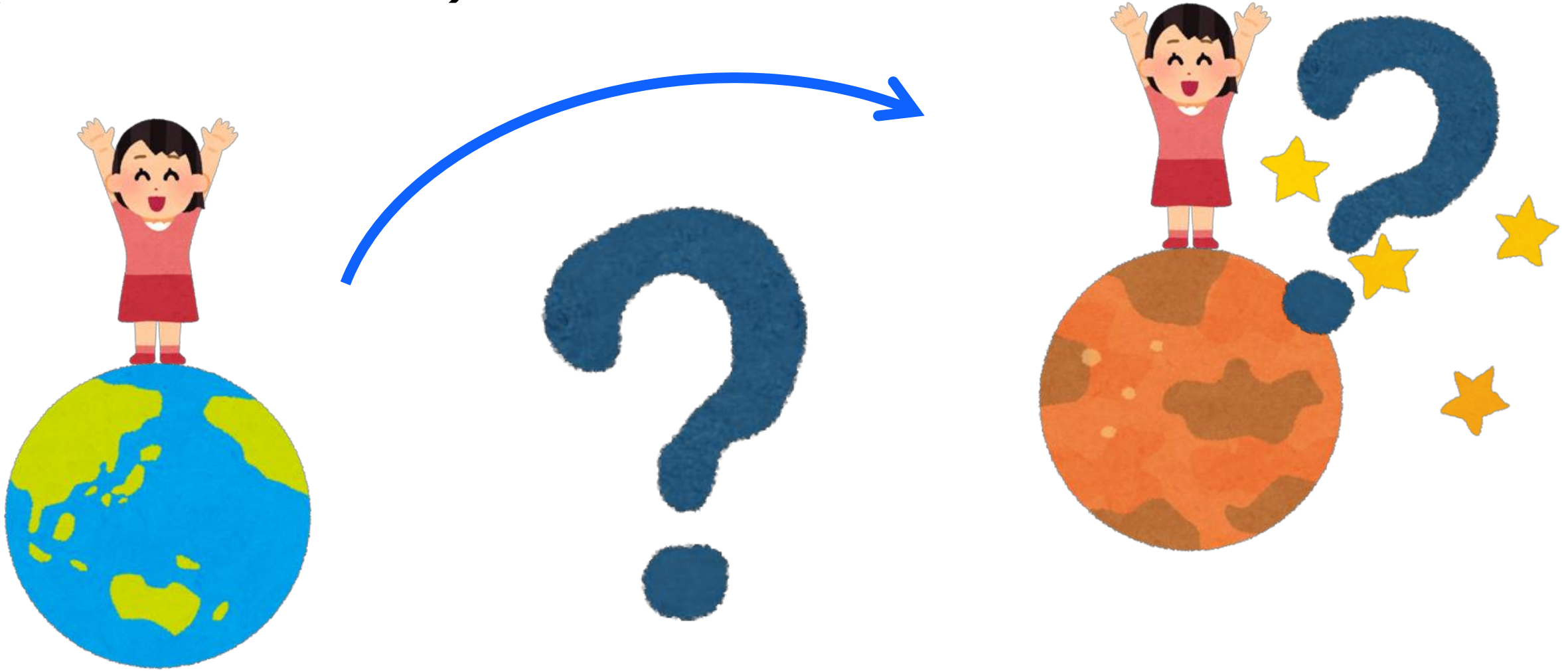
$$HS^+|+\rangle' = H|+\rangle = |0\rangle$$
$$HS^+|-\rangle' = H|-\rangle = |1\rangle$$



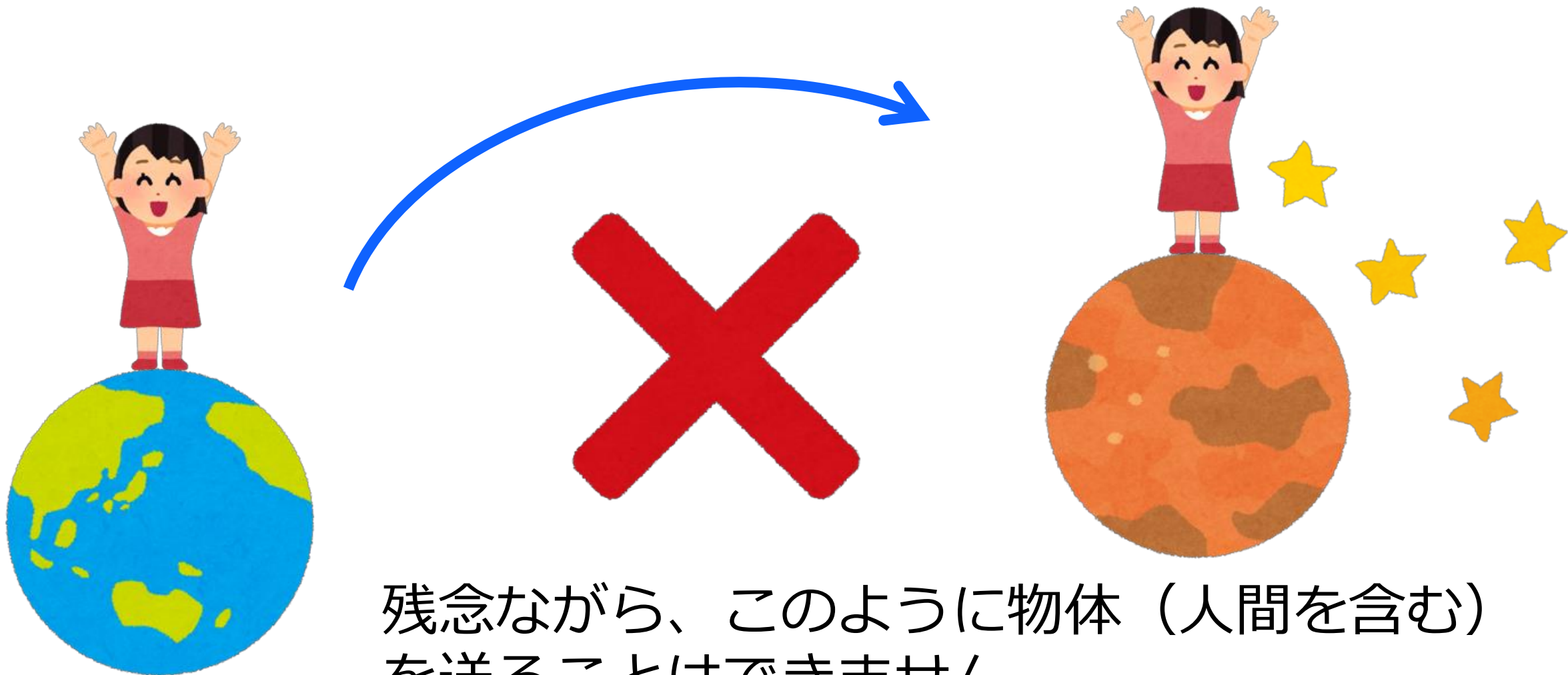
量子テレポーテーションとは？



量子テレポーテーションとは? (予想される例)

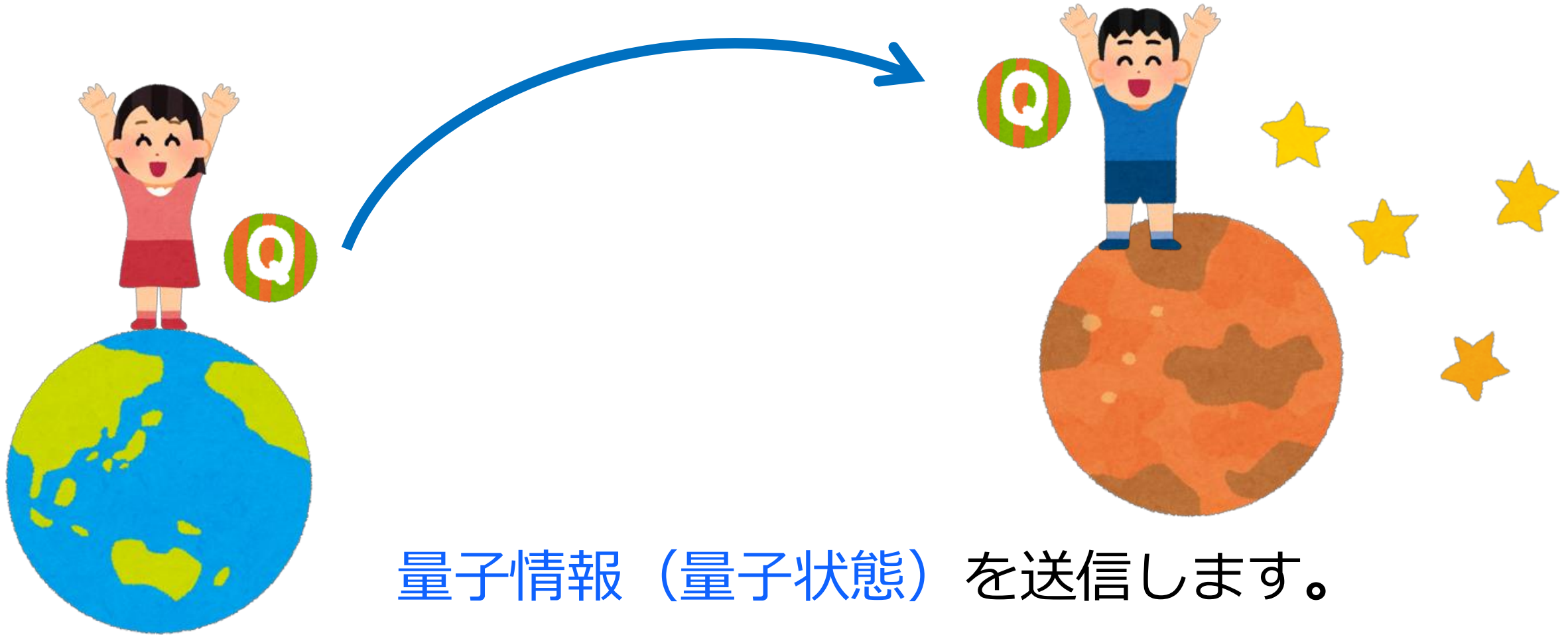


量子テレポーテーションとは？



残念ながら、このように物体（人間を含む）を送ることはできません。

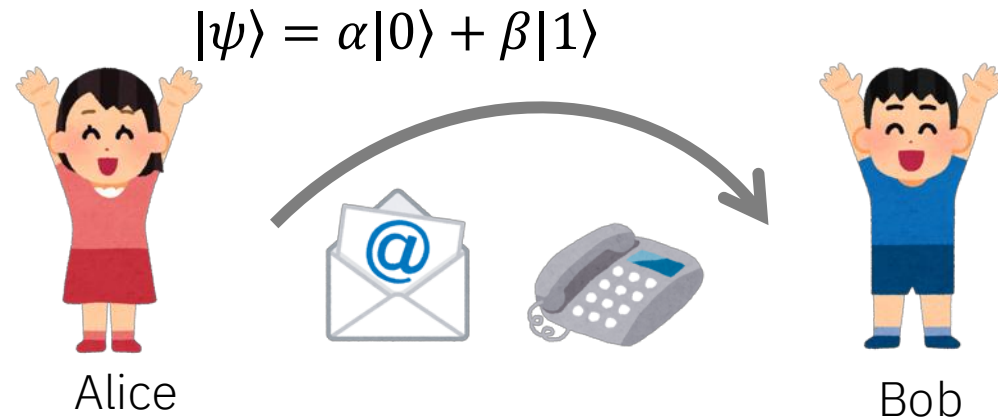
量子テレポーテーションとは？



量子情報（量子状態）を送信します。

量子テレポーテーション

Aliceが遠くにいるBobに向けて未知の量子状態 $|\psi\rangle$ を送信したいが2人が通信できるのは古典的な通信（電子メールまたは電話）のみであるという状況を考える



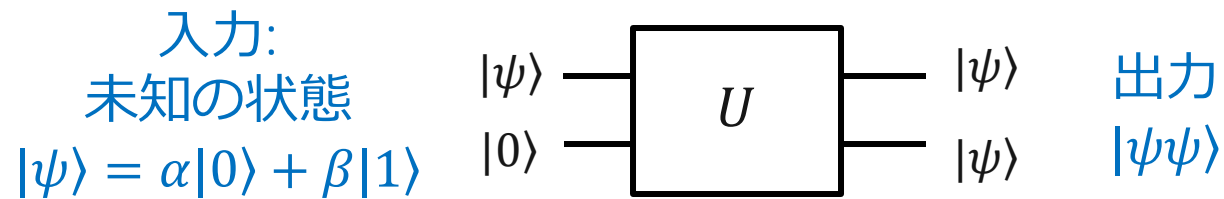
Aliceが沢山の $|\psi\rangle$ を持っている場合、Aliceは量子情報トモグラフィーによって α, β を知ることができ、Bobに情報を知らせることができる

しかし、未知の量子状態は複製できないというNo-cloning定理のため、この方法は一般には使用できない

量子複製不可能定理 (No-cloning theorem)

未知の量子状態のコピーを作成することはできない

ユニタリ演算子 U が量子状態 $|\psi\rangle$ のコピーを作成できると仮定する



ユニタリ演算子 U は未知の量子状態 $|\psi\rangle$ だけでなく $|0\rangle$ や $|1\rangle$ にも適用できる

$$U|0\rangle|0\rangle = |00\rangle, \quad U|1\rangle|0\rangle = |11\rangle$$

$$|\psi\rangle|0\rangle \text{ に } U \text{ を適用 } U|\psi\rangle|0\rangle = \alpha U|0\rangle|0\rangle + \beta U|1\rangle|0\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$$

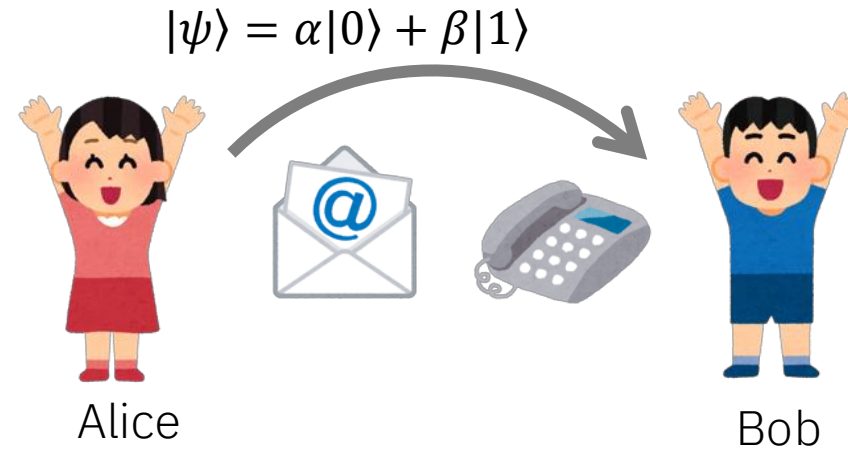
$$U \text{ は } |\psi\rangle \text{ をコピーするので } U|\psi\rangle|0\rangle = |\psi\rangle|\psi\rangle = \alpha^2|00\rangle + \alpha\beta|01\rangle + \alpha\beta|10\rangle + \beta^2|11\rangle$$

これら2つの状態を満たす α, β は $(0,0), (0,1), (1,0)$ 以外存在しない

α, β は任意であるため矛盾する

量子テレポーテーション

Aliceは遠くにいるBobに未知の量子状態 $|\psi\rangle$ を送りたいが、二人は古典的な通信でしか通信できない



Aliceが沢山の $|\psi\rangle$ を持っている場合、Aliceは量子状態トモグラフィーによって α, β を知ることができ、Bobに情報を知らせることができる

しかし、未知の量子状態は複製できないという非複製定理のため、この方法は一般には使用できない

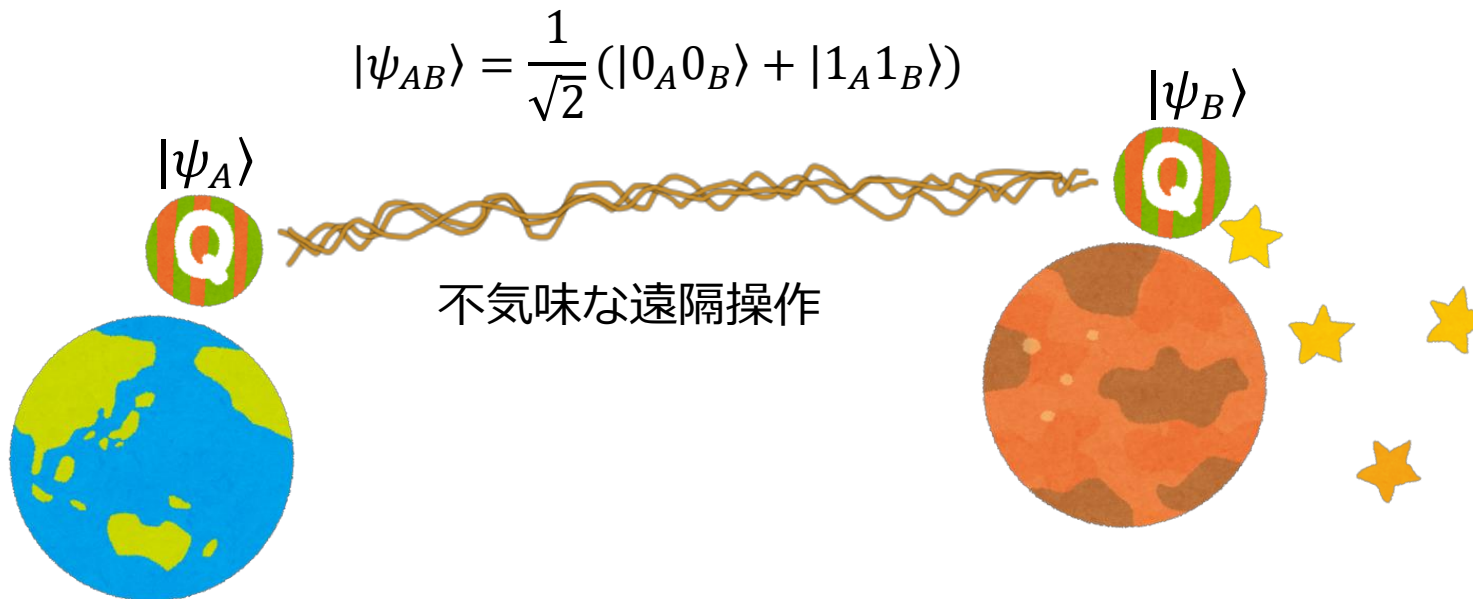
EPR ペアを共有すると、Aliceは局所的演算と古典的通信によって未知の量子状態をBobにテレポートできる

EPRペア (Einstein-Podolsky-Rosen Pair)

$$\text{EPRペア: } |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + |11\rangle)$$

2つの量子もつれ状態は、EPRパラドックスにちなんでEPR (Einstein-Podolsky-Rosen) ペアと呼ばれる

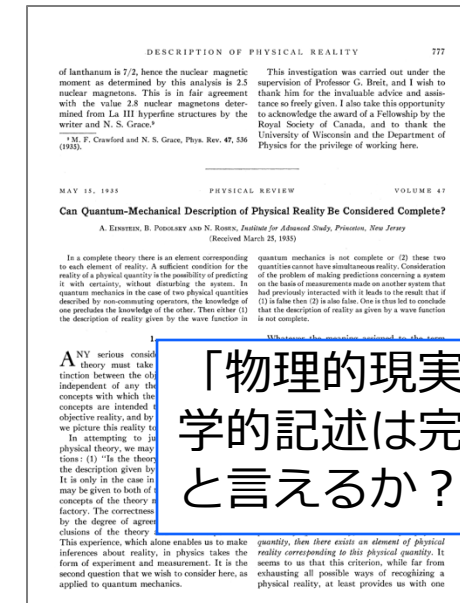
EPRパラドックス：量子もつれ対が一定の距離だけ離れており、そのうちの1つが観測されたとします。何が起こるのでしょうか？



「量子もつれ」1週間限定で体感

京都大が8月、大阪・関西万博の会場に実験機器を持ち込んだ展示スペースを開設。

<https://www.yomiuri.co.jp/expo2025/20250312-OYO1T50008/>



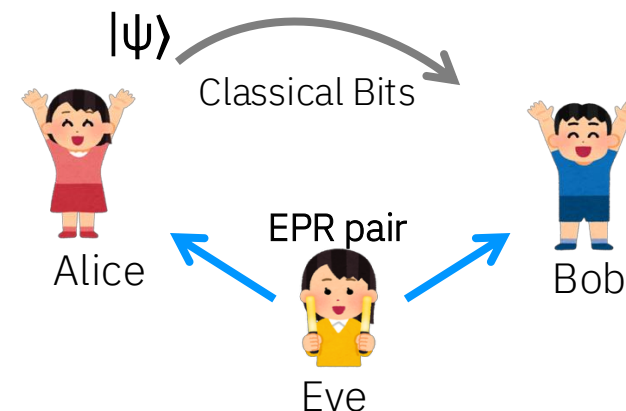
doi:[10.1103/PhysRev.47.777](https://doi.org/10.1103/PhysRev.47.777) (1935)

量子テレポーテーションの Protokol

前提：

AliceはBobに送るべき未知の量子状態 $|\psi\rangle$ を持っている。

EveはEPRペアを作成し、その一方をAliceに、もう一方をBobに渡す。

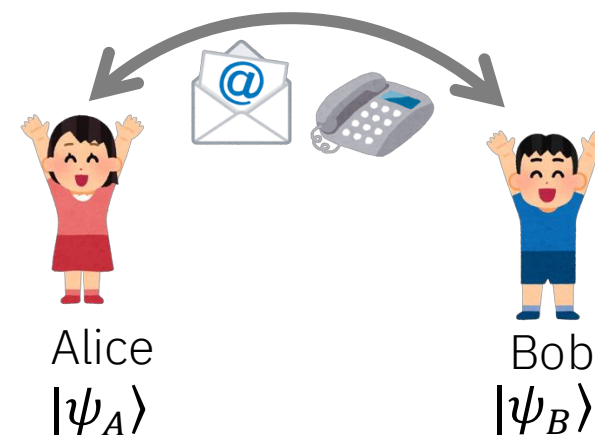


1. Aliceは、CNOTゲートを使って状態 $|\psi\rangle$ を自分のEPRペアの一部とエンタングルさせる。
2. Aliceは $|\psi\rangle$ にアダマール (H) ゲートを適用し、計算基底で測定を行う。
3. Aliceは測定結果 (“00”、“01”、“10”、“11”のいずれか) をBobに送信する。
4. Bobは、Aliceから受け取った2つのビット情報に基づいて、自分のEPRペアの部分に補正操作を行う。
 - “00” の場合：何もしない
 - “01” の場合：Xゲートを適用
 - “10” の場合：Zゲートを適用
 - “11” の場合：ZゲートとXゲート (ZX) を適用
5. BobのEPRペアの部分は、状態 $|\psi\rangle$ になる。

LOCC（局所的演算と古典通信）

LOCCは、各参加者が自分の量子系に対して局所的な操作を行い、古典的な通信を通じて情報をやり取りできる量子操作のクラス

- 局所的演算（LO: Local Operations）
 - 各量子系に対して独立に適用される操作。
 - 量子系同士の間で直接的な情報のやり取りは行われない。
- 古典通信（CC: Classical Communication）：
 - 各自が持つ量子系に関する情報を、古典的な手段（電話、インターネットなど）で共有すること。
この共有された情報に基づいて、次に行う操作を決定することができる。



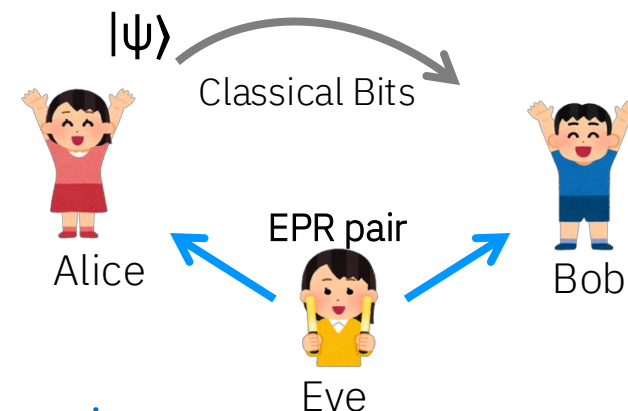
量子系AとBがもともと量子もつれ状態にない場合、LOCC（局所的演算と古典通信）だけでは、それらを量子もつれ状態に変換することはできない

量子テレポーテーションの Protokol

前提：

AliceはBobに送るべき未知の量子状態 $|\psi\rangle$ を持っている。

EveはEPRペアを作成し、その一方をAliceに、もう一方をBobに渡す。



Local operation

1. Aliceは、CNOTゲートを使って状態 $|\psi\rangle$ を自分のEPRペアの一部とエンタングルさせる。

2. Aliceは $|\psi\rangle$ にアダマール (H) ゲートを適用し、計算基底で測定を行う。

3. Aliceは測定結果 (“00”、“01”、“10”、“11”のいずれか) をBobに送信する。

4. Bobは、Aliceから受け取った2つのビット情報に基づいて、自分のEPRペアの部分に補正操作を行う。

- “00” の場合：何もしない
- “01” の場合：Xゲートを適用
- “10” の場合：Zゲートを適用
- “11” の場合：ZゲートとXゲート (ZX) を適用

5. BobのEPRペアの部分は、状態 $|\psi\rangle$ になる。

Classical
communication

Local operation

量子テレポーテーションのプロトコルの詳細

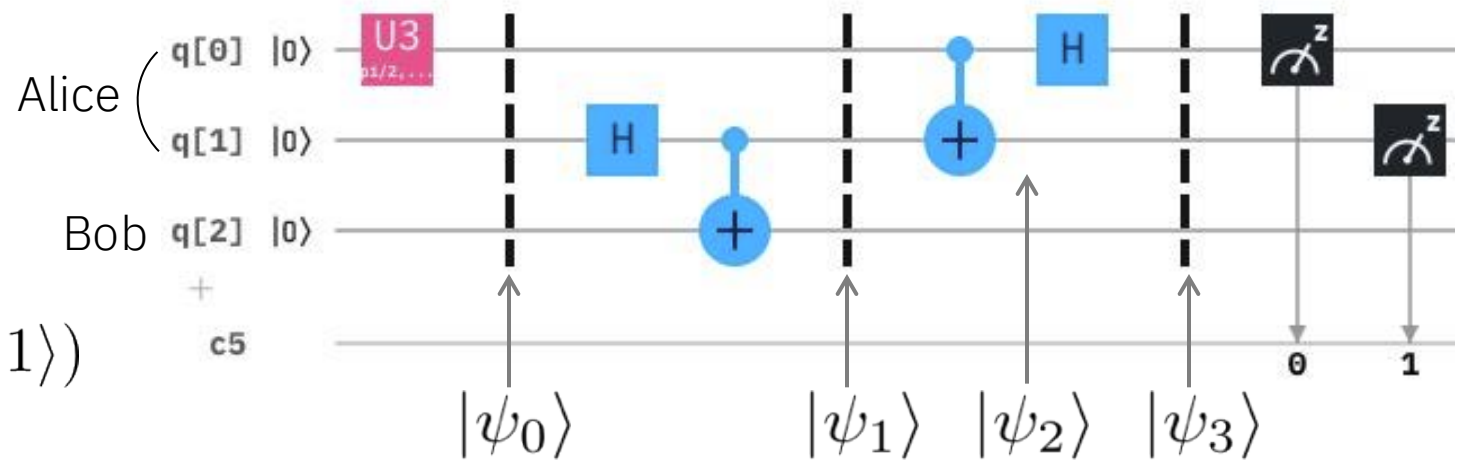
Note : Qiskitのビット順は $|q2\ q1\ q0\rangle$

$$|\psi_0\rangle = |00\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

$$\begin{aligned} |\psi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|000\rangle + \alpha|110\rangle + \beta|0\underline{11}\rangle + \beta|1\underline{01}\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)|0\rangle + \beta(|01\rangle + |10\rangle)|1\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\psi_3\rangle &= \frac{1}{2}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) + \beta(|01\rangle + |10\rangle)(|0\rangle - |1\rangle)) \\ &= \frac{1}{2}(\underbrace{(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)}_{\text{Xゲートの適用}}|00\rangle + \underbrace{(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle)}_{\text{Zゲートの適用}}|10\rangle + \underbrace{(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)}_{\text{ZXゲートの適用}}|01\rangle + \underbrace{(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)}_{\text{ZXゲートの適用}}|11\rangle) \end{aligned}$$



もっと勉強したい方へ

<https://quantum-tokyo.github.io/introduction/courses/utility-scale-quantum-computing/overview-ja.html>

Q Search

Quantum Tokyo へようこそ

学習コンテンツ

Qiskit の始め方

IBM Quantum Plaform 教材 日本語訳

IBM Research Blog 日本語版

(旧) Qiskitテキストブック 日本語版

(旧)Qiskitテキストブック(Qiskitコース) 日本語版

(旧) Qiskitドキュメント・チュートリアル 日本語版リンク集

IBM Quantum Challenge

Qiskit Global Summer School
(Qiskit夏の学校) 資料 日本語版

Quantum Tokyo 過去イベント資料

Qiskitコミュニティー関連イベント案内

その他： IBM Quantum の便利なツール

☰

🔄 ⬇️ 🗪 🔇

ユーティリティー・スケール量子コンピューティング

概要

このイベント・リプレイ・コースは、IBM Quantum®が東京大学と共同で開発し実施した14のLessonとLabで構成されています。このコースでは、量子コンピューティングにおける幅広い重要なトピックを網羅しつつ、実用規模（ユーティリティー・スケール）の量子計算を構築することに重点を置いています。最終的な結果として、2023年6月にNature誌の表紙を飾った論文と非常によく似た課題を扱います。

- はじめに
- [量子ビット・量子ゲート・量子回路](#)
- 量子テレポーテーション ◀
- グローバーのアルゴリズム
- [量子位相推定](#)
- 量子変分アルゴリズム
- 量子系のシミュレーション
- 古典計算によるシミュレーション
- 量子ハードウェア
- 量子回路の最適化
- 量子エラー緩和



Thank you