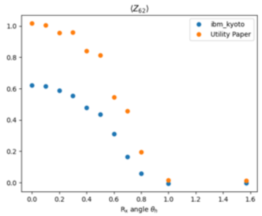
# IBM Quantum Learning
# 「Utility-scale quantum computing」の日本語解説

元のコース：https://quantum.cloud.ibm.com/learning/en/courses/utility-scale-quantum-computing

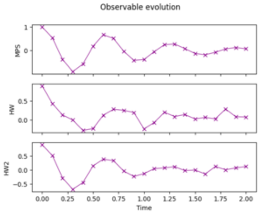
1. はじめに (飛ばします)
2. 量子ビット・量子ゲート・量子回路 (7/7(月))
3. 量子テレポーテーション (7/16(水))
4. グローバーのアルゴリズム (7/16(水))
5. 量子位相推定 (7/28(月))
6. 量子変分アルゴリズム (7/28(月))
7. 量子系のシミュレーション
8. 古典計算によるシミュレーション
9. 量子ハードウェア
10. 量子回路の最適化
11. 量子エラー緩和
12. 量子ユーティリティーの実験 I
13. 量子ユーティリティーの実験 II
14. 量子ユーティリティーの実験 III

Jupyter notebookの和訳：
https://quantum-tokyo.github.io/introduction/courses/utility-scale-quantum-computing/overview-ja.html

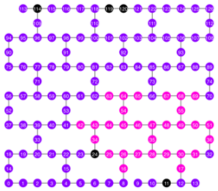
I. Nature paper (127 qubits x 60 entangling gates)




II. 1D Transverse Ising model (70 qubits x 80 entangling gates)




III. The largest GHZ state challenge



# 2. 量子ビット・量子ゲート・量子回路

Utility-scale quantum computing / Quantum bits, gates, and circuits

2025/07/07

Translated and modified by Daiki Kimura

Created by Kifumi Numata

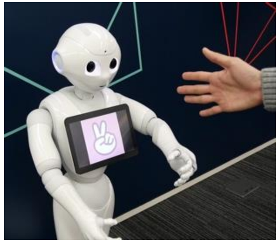
# 木村 大毅 (http://ibm.biz/daiki-kimura)

2015年 東京工業大学 博士課程修了、中学・高校教員免許取得（数学）

日本学術振興会 特別研究員 等を兼任，Microsoft Research Asia，スイスの大学で研究インターン

2015年 楽天技術研究所に入所　画像処理の研究に従事

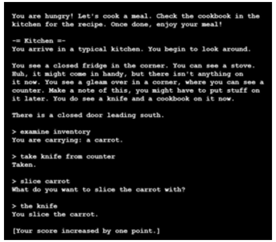
2016年~2025年 IBM東京基礎研究所に入所（一時期、所長技術秘書に就任）



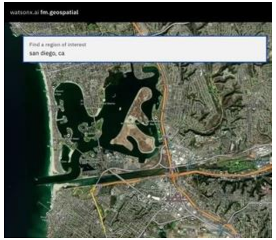
ゲームAI

病気の判定補助AI


ボトル検出AI




説明性の高いAI



衛星画像AI

2025年~現在 政府機関/病院担当 Senior Account Technical Leader

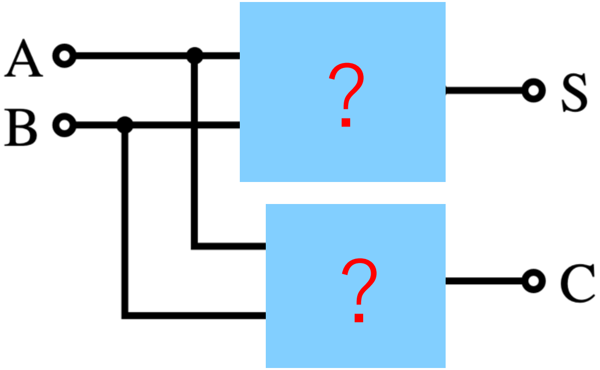
2025年~現在 IBM Quantum Ambassador（兼務）

2025年~現在 電気通信大学 連携准教授 庄野研究室（兼務）

2023年~現在 人工知能学会 理事 広報担当（兼務）

# 古典コンピューターにおける足し算回路

左側(A,B)が入力、右側(S,C)が出力




論理表

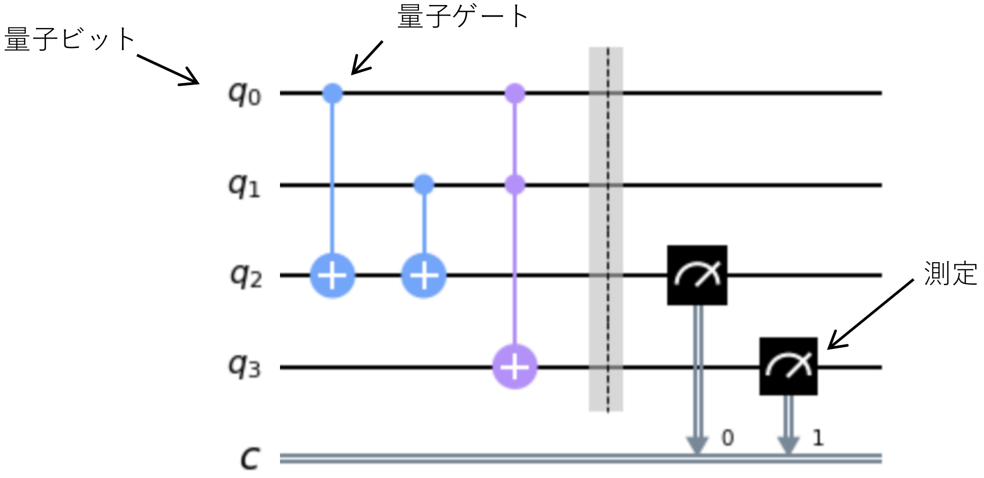
| A (input) | B (input) | S (sum) | C (carry out) |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

半加算器：
下の桁からの繰り上がりを考慮せず、単純に二数の和のみを求める回路

# 量子コンピューターにおける足し算回路

表記方法としては、基本的には同じようなアイディアを使用しますが、
入力、出力、および演算に用いられる記号の表現方法が異なります

- 量子ビットに対して、基本的な量子ゲートの一連の操作が適用されます




量子回路による半加算器

# 典型的な単一量子ビットのゲート

**NOT（ノット）ゲート**

$$|0\rangle \rightarrow \boxed{X} \rightarrow |1\rangle$$

**Hadamard（アダマール） ゲート**

$$|0\rangle \rightarrow \boxed{H} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

**重ね合わせ**

# 単一量子ビットの状態

$|0\rangle$ と $|1\rangle$ は、複素2次元ベクトル空間 $\mathbb{C}^2$ の値である

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} , \quad |1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

そして、NOTゲート $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ と表現され

$$|0\rangle \Rightarrow \boxed{X} \Rightarrow |1\rangle$$

$$X\,|0\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |1\rangle$$

# 任意の量子ビットと ユニタリー発展

任意の量子状態は、$|0\rangle$と$|1\rangle$の線形結合として表すことができます

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

この時、 $\alpha$と$\beta$は、 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$を満たす複素数である

量子状態はユニタリー演算子$U$によって状態を移ることが可能です

$$U|\psi\rangle = |\psi'\rangle$$

ユニタリー演算子は、必ず逆行列を持つ（可逆性がある）

$$U^{-1}U = UU^{-1} = I$$

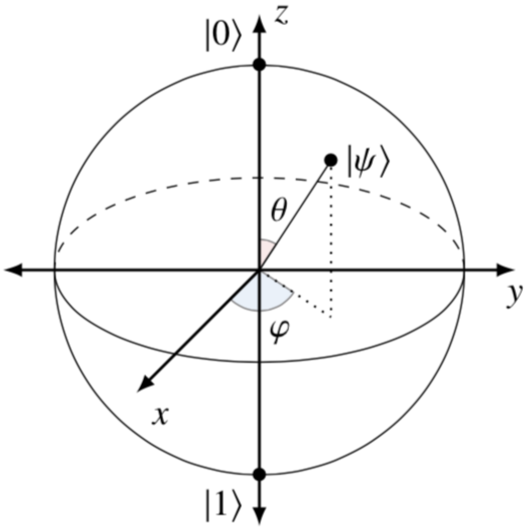
# ブロッホ球

- 再掲：任意の量子状態

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad s.t. |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

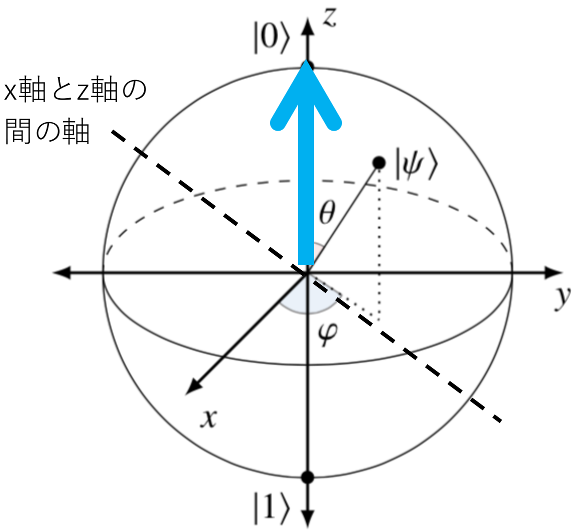
- 以下のように書き換えることも可能

$$|\psi\rangle = cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\varphi}\, sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle = \begin{pmatrix} cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi} sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix}$$




- 量子状態は必ずブロッホ球の表面上

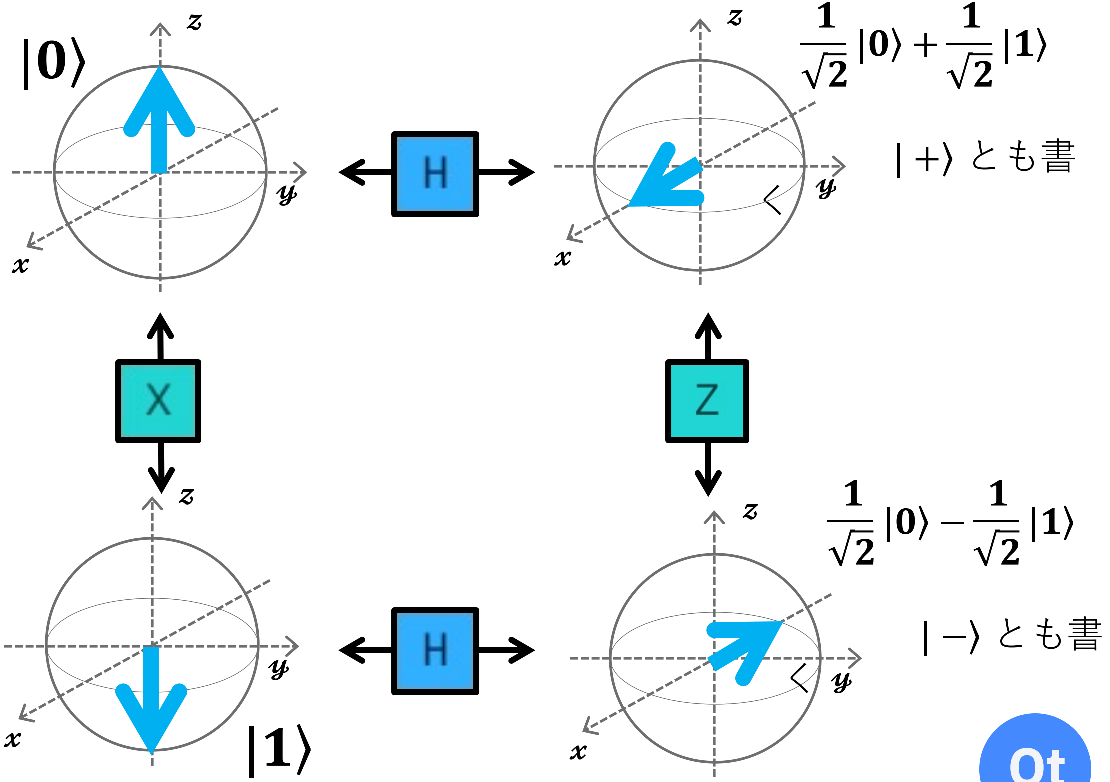
# ブロッホ球（演算）




量子状態とは、
中心からブロッホ球面上の点への
ベクトル

**北極**: |0⟩が100%

**赤道**: 重ね合わせ(|0⟩と|1⟩が50%ずつ)




**南極**: |1⟩が100%

# 典型的な単一量子ゲート

$$X \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad Y \equiv \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}; \quad Z \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

X軸に180度回転　Y軸に180度回転　Z軸に180度回転

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}; \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(i\pi/4) \end{bmatrix}.$$

X軸とZ軸との間の軸で180度回転　Z軸で90度回転　Z軸で45度回転

$$R_x(\theta) \equiv e^{-i\theta X/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}X = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2} \\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) \equiv e^{-i\theta Y/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}Y = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) \equiv e^{-i\theta Z/2} = \cos\frac{\theta}{2}I - i\sin\frac{\theta}{2}Z = \begin{bmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{bmatrix}.$$

回転のデモ: [https://javafxpert.github.io/grok-bloch/](https://javafxpert.github.io/grok-bloch/)

# 重ね合わせ

重ね合わせとは、$|0\rangle$ と $|1\rangle$ の両方を持つ量子状態を作り出す操作

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix}\alpha \\ \beta\end{pmatrix} \qquad s.t. |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

もしも、$\alpha$ と $\beta$ がゼロでない場合、量子状態は $|0\rangle$ と $|1\rangle$ を両方を持つ状態となります
これが “量子ビットは0と1を同時に持っている”と呼ばれる所以です

# 測定

測定とは、量子ビットを $|0\rangle$ か $|1\rangle$ に決定させることである

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \qquad s.t. |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

この時

$|\alpha|^2$ は $|0\rangle$ として測定される確率を意味する

$|\beta|^2$ は $|1\rangle$ として測定される確率を意味する

（**ボルンの法則**とも呼ばれる）

そのため、$\alpha$ と $\beta$ は確率振幅とも呼ばれます

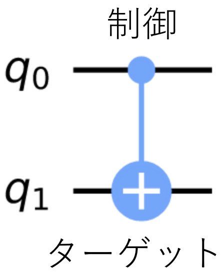
例えば、

$\frac{\sqrt{2}}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{2}|1\rangle$ を測定すると $|0\rangle$ と $|1\rangle$ が同じ確率で測定される

$\frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle - \frac{1}{2}i|1\rangle$ を測定すると $|0\rangle$ が 75%、$|1\rangle$ が 25% の確率で測定される

# 典型的な2量子ビットゲート

制御NOT（CNOT）ゲートは、制御量子ビットの状態が $|1\rangle$ の場合、
ターゲット量子ビットに対してNOTゲートを実行する条件付きゲートです




| Input (t,c) | Output (t,c) |
|---|---|
| 00 | 00 |
| 01 | 11 |
| 10 | 10 |
| 11 | 01 |

注意: Qiskitでは リトルエンディアン 形式で記載されます（$|q_1 q_0\rangle$）

# 複数ビットにおける重ね合わせ

- 1量子ビットでは、2つの量子状態の重ね合わせである:

$$|0\rangle, |1\rangle$$

- 2量子ビットでは、 $2^2$=4つの量子状態の重ね合わせである:

$$|0\rangle \otimes |0\rangle, |1\rangle \otimes |0\rangle, |0\rangle \otimes |1\rangle, |1\rangle \otimes |1\rangle$$

- n量子ビットでは、 $2^n$つの量子状態の重ね合わせである:

$$|0\rangle_{n-1} \otimes \cdots \otimes |0\rangle_0, |0\rangle_{n-1} \otimes \cdots \otimes |0\rangle_1 \otimes |1\rangle_0, \cdots, |1\rangle_{n-1} \otimes \cdots \otimes |1\rangle_0$$

# 量子計算における表記法

- テンソル積

$$|0\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle\,|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} = |00\rangle$$

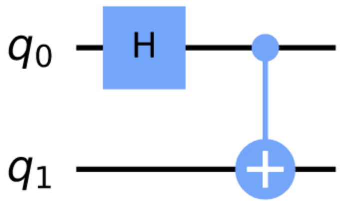
<u>一般形式では</u>

$$\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \dots\\ \alpha_m\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}\beta_1\\ \dots\\ \beta_n\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\alpha_1\beta_1\\ \dots\\ \alpha_1\beta_n\\ \dots\\ \alpha_m\beta_n\end{pmatrix}$$

# 量子もつれ状態

量子もつれ状態とは、量子状態 $|\psi\rangle_A$ と $|\psi\rangle_\mathrm{B}$ からなる状態 $|\psi\rangle_{AB}$ で、個々の量子状態のテンソル積で表すことができない状態です

ベル状態




$$|0\rangle\otimes|0\rangle \rightarrow I\otimes H \rightarrow |0\rangle\otimes\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|01\rangle)$$
$$\rightarrow CNOT \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$$

- テンソル積で表すことができないとは、
  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle) \neq (a_0|0\rangle+a_1|1\rangle)\otimes(b_0|0\rangle+b_1|1\rangle)$

この方程式を満たす係数は存在しない

# 最後に：もっと勉強したい方へ

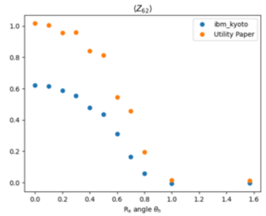
# IBM Quantum Learning
# 「Utility-scale quantum computing」の日本語解説

元のコース：https://quantum.cloud.ibm.com/learning/en/courses/utility-scale-quantum-computing

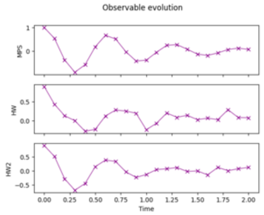
1. はじめに (飛ばします)
2. 量子ビット・量子ゲート・量子回路 (7/7(月))
3. 量子テレポーテーション (7/16(水))
4. グローバーのアルゴリズム (7/16(水))
5. 量子位相推定 (7/28(月))
6. 量子変分アルゴリズム (7/28(月))
7. 量子系のシミュレーション
8. 古典計算によるシミュレーション
9. 量子ハードウェア
10. 量子回路の最適化
11. 量子エラー緩和
12. 量子ユーティリティーの実験 I
13. 量子ユーティリティーの実験 II
14. 量子ユーティリティーの実験 III

Jupyter notebookの和訳：
https://quantum-tokyo.github.io/introduction/courses/utility-scale-quantum-computing/overview-ja.html

I. Nature paper (127 qubits x 60 entangling gates)




II. 1D Transverse Ising model (70 qubits x 80 entangling gates)




III. The largest GHZ state challenge