

# Autómatas y Lenguajes formales

## Ejercicio Semanal 10

Sandra del Mar Soto Corderi  
Edgar Quiroz Castañeda

26 de abril del 2019

1. Dado el lenguaje L definido como sigue:

$$L = \{a^n b^m c^k | m \neq n \text{ o } m \neq k\}$$

a) Diseña un Autómata de pila que acepte L.

Primero hay que diseñar un autómata que acepte a  $\{a^n b^m c^k | m \neq n\}$ . Este sería

$$M_1 = \langle Q_1, \Sigma, \Gamma_1, \delta_1, q_1, Z_0, F_1 \rangle$$

Donde:

- $Q_1 = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma_1 = \{Z_0, A\}$
- 

$\delta_1(q_1, a, Z_0) = (q_1, AZ_0)$	$\delta_1(q_1, a, A) = (q_1, AA)$
$\delta_1(q_1, b, Z_0) = (q_4, \epsilon)$	$\delta_1(q_1, b, A) = (q_2, \epsilon)$
$\delta_1(q_1, c, A) = (q_5, \epsilon)$	$\delta_1(q_1, \epsilon, A) = (q_3, \epsilon)$
$\delta_1(q_2, b, A) = (q_2, \epsilon)$	$\delta_1(q_2, b, Z_0) = (q_4, \epsilon)$
$\delta_1(q_2, c, A) = (q_5, \epsilon)$	$\delta_1(q_2, \epsilon, A) = (q_3, \epsilon)$
$\delta_1(q_4, b, Z_0) = (q_4, Z_0)$	$\delta_1(q_4, b, A) = (q_4, \epsilon)$
$\delta_1(q_4, c, Z_0) = (q_5, Z_0)$	$\delta_1(q_4, c, A) = (q_5, \epsilon)$
$\delta_1(q_5, c, Z_0) = (q_5, Z_0)$	$\delta_1(q_5, c, A) = (q_5, \epsilon)$

- $q_1$  es el estado inicial.
- $Z_0$  es el símbolo al fondo de la pila.
- $F_1 = \{q_3, q_4, q_5\}$

Luego, hay que hacer otro autómata

$$M_2 = \langle Q_2, \Sigma, \Gamma_2, \delta_2, q_6, Z_0, F_2 \rangle$$

Para reconocer  $\{a^n b^m c^k | m \neq k\}$  Dado por

- $Q_2 = \{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma_2 = \{B, Z_0\}$
- 

$\delta_2(q_6, a, Z_0) = (q_6, Z_0)$	$\delta_2(q_6, b, Z_0) = (q_6, BZ_0)$
$\delta_2(q_6, b, B) = (q_6, BB)$	$\delta_2(q_6, c, Z_0) = (q_8, \epsilon)$
$\delta_2(q_6, c, B) = (q_7, \epsilon)$	$\delta_2(q_6, \epsilon, B) = (q_8, \epsilon)$
$\delta_2(q_7, c, B) = (q_7, \epsilon)$	$\delta_2(q_7, c, Z_0) = (q_9, \epsilon)$
$\delta_2(q_7, \epsilon, B) = (q_2, \epsilon)$	$\delta_2(q_9, c, Z_0) = (q_9, Z_0)$
$\delta_2(q_9, c, B) = (q_9, \epsilon)$	

- $q_6$  es el estado inicial.
- $Z_0$  es el símbolo al fondo de la pila.
- $F_2 = \{q_8, q_9\}$

Entonces el autómata

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F \rangle$$

Que acepta al lenguaje deseado está dado por

- $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma = \{A, B, Z_0\}$
- 

$$\begin{aligned} \delta(q_0, \epsilon, Z_0) &= \{(q_0, Z_0), (q_6, Z_0)\} \\ \delta(p, s, \gamma) &= \begin{cases} \delta_1(p, s, \gamma) & \text{si } p \in Q_1 \\ \delta_2(p, s, \gamma) & \text{si } p \in Q_2 \end{cases} \end{aligned}$$

- $q_0$  es el estado inicial.
- $Z_0$  es el símbolo al fondo de la pila.
- $F = F_1 \cup F_2$

- b) Construye un autómata de pila que acepte el lenguaje, a partir del AP del inciso anterior. Usando los algoritmos vistos en clase para cambiar el criterio de aceptación del autómata.  
El autómata resultante sería

$$M' = \langle Q \cup \{p_0, p\}, \Sigma, \Gamma \cup \{N_0\}, \delta', P_0, N_0, \emptyset \rangle$$

Con  $\delta'$  igual a  $\delta$ , excepto por estas transiciones nuevas

$$\begin{aligned} \delta'(p_0, \epsilon, N_0) &= \{(q_0, Z_0 N_0)\} \\ \delta'(q_3, \epsilon, s) &= \{(p, s)\} \\ \delta'(q_4, \epsilon, s) &= \{(p, s)\} \\ \delta'(q_5, \epsilon, s) &= \{(p, s)\} \\ \delta'(q_8, \epsilon, s) &= \{(p, s)\} \\ \delta'(q_9, \epsilon, s) &= \{(p, s)\} \\ \delta'(p, \epsilon, s) &= \{(p, \epsilon)\} \end{aligned}$$

Donde  $s \in \Gamma \cup \{N_0\}$  es arbitrario.

- c) Muestra la ejecución formal, en ambos autómatas, de las cadenas:

Ejecución formal en el autómata que acepta por estado final:

- aabbccc  
 $\langle q_0, aabbccc, Z_0 \rangle \vdash$  como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición, desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbccc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_1, abbccc, AZ_0 \rangle \vdash \langle q_1, bbbccc, AAZ_0 \rangle \vdash \langle q_2, bccc, AZ_0 \rangle \vdash \langle q_2, ccc, \epsilon Z_0 \rangle$$

Por lo que no acepta.

$$\begin{aligned} \langle q_6, aabbccc, Z_0 \rangle &\vdash \langle q_6, abbccc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_6, bbbccc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0 \rangle \vdash \langle q_6, ccc, BBZ_0 \rangle \vdash \\ &\langle q_7, cc, BZ_0 \rangle \vdash \langle q_7, c, Z_0 \rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, \epsilon Z_0 \rangle \end{aligned}$$

Y como  $q_9 \in F$ , entonces sí acepta. Como un cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la acepta.

- aabbcc  
 $\langle q_0, aabbcc, Z_0 \rangle \vdash$  como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbcc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_1, abbcc, AZ_0 \rangle \vdash \langle q_1, bbcc, AAZ_0 \rangle \vdash \langle q_2, bcc, AZ_0 \rangle \vdash \langle q_2, cc, Z_0 \rangle$$

Por lo que no acepta, pues  $q_2 \notin F$

$$\langle q_6, aabbcc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_6, abbcc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_6, bbcc, Z_0 \rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0 \rangle \vdash \langle q_6, cc, BBZ_0 \rangle \vdash \langle q_7, c, BZ_0 \rangle \vdash \langle q_7, \epsilon, Z_0 \rangle$$

Por lo que no acepta, pues  $q_7 \notin F$

Como ningún cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la rechaza.

Ejecución formal en el autómata que acepta por pila vacía:

■ aabbccc

$\langle p_0, aabbccc, N_0 \rangle \vdash \langle q_0, aabbccc, Z_0N_0 \rangle \vdash$  como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición, desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbccc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_1, abbccc, AZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_1, bbccc, AAZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_2, bccc, AZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_2, ccc, Z_0N_0 \rangle$$

De donde ya no hay transiciones pero no se ha acabado de procesar la cadena, por lo que no acepta.

Por otra parte.

$$\langle q_6, aabbccc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, abbccc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, bbccc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, ccc, BBZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_7, cc, BZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_7, c, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle p, \epsilon, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, N_0 \rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, \epsilon \rangle$$

Y como vacía la pila, entonces sí acepta. Como un cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la acepta.

■ aabbcc

$\langle p_0, aabbccc, N_0 \rangle \vdash \langle q_0, aabbcc, Z_0N_0 \rangle \vdash$  como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbcc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_1, abbcc, AZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_1, bbcc, AAZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_2, bcc, AZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_2, cc, Z_0N_0 \rangle$$

Por lo que no acepta, pues no vacía la pila.

Por otra parte.

$$\langle q_6, aabbcc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, abbcc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, bbcc, Z_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_6, cc, BBZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_7, c, BZ_0N_0 \rangle \vdash \langle q_7, \epsilon, Z_0N_0 \rangle$$

Por lo que no acepta, pues no vacía la pila.

Como ningún cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la rechaza.