Autómatas y Lenguajes formales
Ejercicio Semanal 10

Sandra del Mar Soto Corderi
Edgar Quiroz Castañeda

26 de abril del 2019

1. Dado el lenguaje L definido como sigue:

$$L = \{a^n b^m c^k | m \neq n \ o \ m \neq k\}$$

   a) Diseña un Autómata de pila que acepte L.
   Primero hay que diseñar un autómata que acepte a $\{a^n b^m c^k | m \neq n\}$. Este sería

$$M_1 = \langle Q_1, \Sigma, \Gamma_1, \delta_1 a, q_1, Z_0, F_1 \rangle$$

   Donde:

   - $Q_1 = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$
   - $\Sigma = \{a, b, c\}$
   - $\Gamma_1 = \{Z_0, A\}$
   -

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, Z_0) &= (q_1, AZ_0) & \delta(q_1, a, A) &= (q_1, AA) \\
\delta(q_1, b, Z_0) &= (q_4, \epsilon) & \delta(q_1, b, A) &= (q_2, \epsilon) \\
\delta(q_1, c, A) &= (q_5, \epsilon) & \delta(q_1, \epsilon, A) &= (q_3, \epsilon) \\
\delta(q_2, b, A) &= (q_2, \epsilon) & \delta(q_2, b, Z_0) &= (q_4, \epsilon) \\
\delta(q_2, c, A) &= (q_5, \epsilon) & \delta(q_2, \epsilon, A) &= (q_3, \epsilon) \\
\delta(q_4, b, Z_0) &= (q_4, Z_0) & \delta(q_4, b, A) &= (q_4, \epsilon) \\
\delta(q_4, c, Z_0) &= (q_5, Z_0) & \delta(q_4, c, A) &= (q_5, \epsilon) \\
\delta(q_5, c, Z_0) &= (q_5, Z_0) & \delta(q_5, c, A) &= (q_5, \epsilon)
\end{aligned}$$

   - q_1 es el estado inicial.
   - Z_0 es el símbolo al fondo de la pila.
   - $F_1 = \{q_3, q_4, q_5\}$

   Luego, hay que hacer otro autómata

$$M_2 = \langle Q_2, \Sigma, \Gamma_2, \delta_2, q_6, Z_0, F_2 \rangle$$

   Para reconocer $\{a^n b^m c^k | m \neq k\}$ Dado por

   - $Q_2 = \{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
   - $\Sigma = \{a, b, c\}$
   - $\Gamma_2 = \{B, Z_0\}$
   -

$$\begin{aligned}
\delta(q_6, a, Z_0) &= (q_6, Z_0) & \delta(q_6, b, Z_0) &= (q_6, BZ_0) \\
\delta(q_6, b, B) &= (q_6, BB) & \delta(q_6, c, Z_0) &= (q_8, \epsilon) \\
\delta(q_6, c, B) &= (q_7, \epsilon) & \delta(q_6, \epsilon, B) &= (q_8, \epsilon) \\
\delta(q_7, c, B) &= (q_7, \epsilon) & \delta(q_7, c, Z_0) &= (q_9, \epsilon) \\
\delta(q_7, \epsilon, B) &= (q_2, \epsilon) & \delta(q_9, c, Z_0) &= (q_9, Z_0) \\
\delta(q_9, c, B) &= (q_9, \epsilon) & &
\end{aligned}$$

- q_6 es el estado inicial.
- Z_0 es el símbolo al fondo de la pila.
- $F_2 = \{q_8, q_9\}$

Entonces el autómata

$$M = \langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F\rangle$$

Que acepta al lenguaje deseado está dado por

- $Q = \{q_0\} \cup Q_1 \cup Q_2$
- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\Gamma = \{A, B, Z_0\}$
- $$\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0), (q_6, Z_0)\}$$
$$\delta(p, s, \gamma) = \begin{cases} \delta_1(p, s, \gamma) \text{ si } p \in Q_1 \\ \delta_2(p, s, \gamma) \text{ si } p \in Q_2 \end{cases}$$
- q_0 es el estado inicial.
- Z_0 es el símbolo al fondo de la pila.
- $F = F_1 \cup F_2$

b) Construye un autómata de pila que acepte el lenguaje, a partir del AP del inciso anterior. Usando los algoritmos vistos en clase para cambiar el criterio de aceptación del autómata.
El autómata resultante sería

$$M' = \langle Q \cup \{p_0, p\}, \Sigma, \Gamma \cup \{N_0\}, \delta', P_0, N_0, \varnothing\rangle$$

Con δ' igual a δ, excepto por estas transiciones nuevas

$$\begin{aligned}
&\delta(p_0, \epsilon, N_0) = \{(q_0, Z_0N_0)\}\\
&\delta(q_3, \epsilon, s) = \{(p, s)\}\\
&\delta(q_4, \epsilon, s) = \{(p, s)\}\\
&\delta(q_5, \epsilon, s) = \{(p, s)\}\\
&\delta(q_8, \epsilon, s) = \{(p, s)\}\\
&\delta(q_9, \epsilon, s) = \{(p, s)\}\\
&\delta(p, \epsilon, s) = \{(p, \epsilon)\}
\end{aligned}$$

Donde $s \in \Gamma \cup \{N_0\}$ es arbitrario.

c) Muestra la ejecución formal, en ambos autómatas, de las cadenas:
Ejecución formal en el autómata que acepta por estado final:

- aabbccc
$\langle q_0, aabbccc, Z_0\rangle \vdash$ como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición, desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbccc, Z_0\rangle \vdash \langle q_1, abbccc, AZ_0\rangle \vdash \langle q_1, bbccc, AAZ_0\rangle \vdash \langle q_2, bccc, AZ_0\rangle \vdash \langle q_2, ccc, \epsilon Z_0\rangle$$

Por lo que no acepta.

$$\langle q_6, aabbccc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, abbccc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, bbccc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0\rangle \vdash \langle q_6, ccc, BBZ_0\rangle \vdash$$
$$\langle q_7, cc, BZ_0\rangle \vdash \langle q_7, c, Z_0\rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, \epsilon Z_0\rangle$$

Y como $q_9 \in F$, entonces sí acepta. Como un cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la acepta.
- aabbcc
$\langle q_0, aabbcc, Z_0\rangle \vdash$ como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición desarrollaremos ambas:

$$\langle q_1, aabbcc, Z_0\rangle \vdash \langle q_1, abbcc, AZ_0\rangle \vdash \langle q_1, bbcc, AAZ_0\rangle \vdash \langle q_2, bcc, AZ_0\rangle \vdash \langle q_2, cc, Z_0\rangle$$

Por lo que no acepta, pues $q_2 \notin F$

$$\langle q_6, aabbcc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, abbcc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, bbcc, Z_0\rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0\rangle \vdash \langle q_6, cc, BBZ_0\rangle \vdash$$
$$\langle q_7, c, BZ_0\rangle \vdash \langle q_7, \epsilon, Z_0\rangle$$

Por lo que no acepta, pues $q_7 \notin F$
Como ningún cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la rechaza.

Ejecución formal en el autómata que acepta por pila vacía:

- aabbccc
  $\langle p_0, aabbccc, N_0\rangle \vdash \langle q_0, aabbccc, Z_0N_0\rangle \vdash$ como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición, desarrollaremos ambas:

  $$\langle q_1, aabbccc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_1, abbccc, AZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_1, bbccc, AAZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_2, bccc, AZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_2, ccc, Z_0N_0\rangle$$

  De donde ya no hay transiciones pero no se ha acabado de procesar la cadena, por lo que no acepta.
  Por otra parte.

  $$\langle q_6, aabbccc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, abbccc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, bbccc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, ccc, BBZ_0N_0\rangle \vdash$$
  $$\langle q_7, cc, BZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_7, c, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, Z_0N_0\rangle \vdash \langle p, \epsilon, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, N_0\rangle \vdash \langle q_9, \epsilon, \epsilon\rangle$$

  Y como vacía la pila, entonces sí acepta. Como un cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la acepta.
- aabbcc
  $\langle p_0, aabbccc, N_0\rangle \vdash \langle q_0, aabbcc, Z_0N_0\rangle \vdash$ como el autómata es no determinista, hay dos opciones para esta transición desarrollaremos ambas:

  $$\langle q_1, aabbcc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_1, abbcc, AZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_1, bbcc, AAZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_2, bcc, AZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_2, cc, Z_0N_0\rangle$$

  Por lo que no acepta, pues no vacía la pila.
  Por otra parte.

  $$\langle q_6, aabbcc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, abbcc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, bbcc, Z_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, bccc, BZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_6, cc, BBZ_0N_0\rangle \vdash$$
  $$\langle q_7, c, BZ_0N_0\rangle \vdash \langle q_7, \epsilon, Z_0N_0\rangle$$

  Por lo que no acepta, pues no vaía la pila.
  Como ningún cómputo acepto la cadena, entonces el autómata la rechaza.