

# Autómatas y Lenguajes formales

2912-2

## Ejercicio semanal 3

Sandra del Mar Soto Corderi

Edgar Quiroz Castañeda

Fecha de entrega: 15 de febrero del 2019

1. Sea  $L \subset \{a, b\}^*$  definido como

$$\frac{}{\epsilon \in L}$$

$$\frac{x \in L}{xa \in L}$$

$$\frac{x \in L}{xba \in L}$$

Demuestre que para toda  $x \in L$  se cumple que

- a)  $n_a(x) \geq n_b(x)$ .

Como  $L$  tiene una definición recursiva, tiene un principio de inducción estructural. Entonces, demostremos esta propiedad por inducción.

- Case base  $x = \epsilon$

Entonces,  $n_a(x) = n_a(\epsilon) = 0 = n_b(\epsilon) = n_b(x)$ , por lo que en particular,  $n_a(x) \geq n_b(x)$

- Hipótesis

Sea  $x \in L$ . Entonces,  $n_a(x) \geq n_b(x)$ .

- Paso inductivo.

Sea  $w \in L$  construida usando una de las reglas recursivas de la definición de  $L$ .

Como hay dos reglas recursivas, entonces hay dos casos para  $w$ .

- Caso 1,  $w = xa$ .

Entonces,  $n_a(xa) = n_a(x) + 1$  y  $n_b(xa) = n_b(x)$ .

Y por hipótesis, tenemos que  $n_a(x) \geq n_b(x)$ , por lo que  $n_a(x) + 1 > n_b(x)$ .

Y como es mayor, en particular  $n_a(xa) = n_a(x) + 1 \geq n_b(x) = n_b(xa)$

- Case 2,  $w = xba$ .

Entonces,  $n_a(xba) = n_a(x) + 1$  y  $n_b(xba) = n_b(x) + 1$ .

Y por hipótesis, tenemos que  $n_a(x) \geq n_b(x)$ , por lo que  $n_a(xba) = n_a(x) + 1 \geq n_b(x) + 1 = n_b(xba)$ .

- b)  $x$  no contiene la subcadena  $bb$ .

Como  $L$  tiene una definición recursiva, tiene un principio de inducción estructural.

Entonces, demostremos esta propiedad por inducción.

- Case base  $x = \epsilon$ .

Como  $\epsilon$  no tiene ningún símbolo, entonces en particular no tiene ninguna  $bb$ .

- Hipótesis Sea  $x \in L$ . Entonces,  $x$  no tiene como subcadena  $bb$ .

- Paso inductivo. Sea  $w \in L$  construida usando una de las reglas recursivas de la definición de  $L$ .

Como hay dos reglas recursivas, entonces hay dos casos para  $w$ .

- Caso 1,  $w = xa$ .

Por hipótesis,  $x$  no tiene como subcadena a  $bb$ . Y como a  $xa$  sólo se le concatena una  $a$ , entonces  $xa$  tampoco puede tener como subcadena a  $bb$ .

- Case 2,  $w = xba$ . Por hipótesis,  $x$  no tiene como subcadena a  $bb$ . Y como a  $xba$  sólo se le concatena una  $ba$ , entonces  $xba$  tampoco puede tener como subcadena a  $bb$ .

2. Considere las expresiones regulares

$$r = a^* + b^*$$

$$s = ab^* + ba^* + b^*a + (a^*b)^*$$

Da una cadena que cumpla lo siguiente o justifica porque no existe.

- a)* Que corresponda a  $r$  pero no a  $s$ .
- b)* Que corresponda a  $s$  pero no a  $r$ .
- c)* Que corresponda tanto a  $r$  como a  $s$ .