Autómatas y Lenguajes formales
Ejercicio Semanal 9

Sandra del Mar Soto Corderi
Edgar Quiroz Castañeda

11 de abril del 2019

1. Responde a los incisos con base en el siguiente lenguaje $L = \{a^n b^{2n} | n \in \mathbb{N}\}$

   a) Demuestra que L no es regular.
   Demostraremos que el lenguaje no es regular usando el conjunto estafador. Un conjunto infinito $S \subseteq \Sigma^*$ es un conjunto estafador para L si y sólo si $\forall x, y \in S (x \not\equiv_L y)$.
   Sea $S = \{a^k b^k | k \in \mathbb{N}\}$, veamos que S es un conjunto estafador: Sean $a^n b^n, a^m b^m \in S$ con $n \neq m$
   Tomemos $x = b^n$
   Por un lado tenemos $a^n b^n b^n = a^n b^{2n} \in L$
   Por otra parte tenemos $a^m b^m b^n = a^m b^{m+n} \notin L$
   Por lo tanto $a^n b^n \not\equiv_L a^m b^m$ y S es un conjunto estafador de L.
   Como pudimos encontrar un conjunto estafador de L, concluimos que L no es regular. $\blacksquare$.

   b) Diseña un Autómata de Pila que acepte a L con criterio de aceptación de estado final.

$$M = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_3\} \rangle$$

   Con δ dada por

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \epsilon, Z_0) &= (q_3, \epsilon) \\
\delta(q_0, a, \gamma) &= (q_0, A\gamma) \\
\delta(q_0, b, A) &= (q_1, A) \\
\delta(q_1, b, A) &= (q_2, \epsilon) \\
\delta(q_2, \epsilon, Z_0) &= (q_3, \epsilon) \\
\delta(q_2, b, A) &= (q_1, A)
\end{aligned}$$

   Con representación gráfica

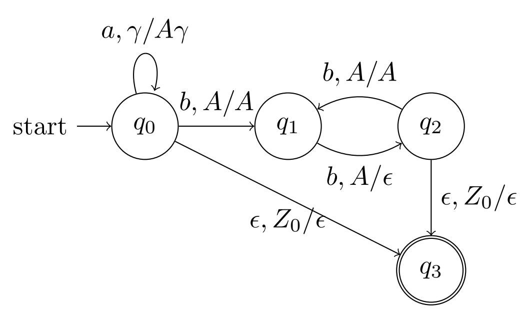

Figura 1: Autómata que acepta a L por estado final

   c) Transforma el PDA del inciso anterior en uno con criterio de aceptación por pila vacía.
   En M la única manera de vaciar la pila es por medio de las transiciones que llevan a q_3, pues son las únicas que quitan a Z_0 de la pila.
   Entonces, si se vacía la pila, se llega a q_3. Pero q_3 es final, así que si una cadena vacía la pila, entonces llega a un estado final, y la cadena está en $L(M)$.
   Por otra parte, si se llegó a un estado final, la pila debe estar vacía, pues las úniacs transiciones que llevan al

estado final la vacían. Así que si una cadena es aceptada por estado final, vacía la pila y está en $V(M)$. Por lo tanto, el lenguaje aceptado por estado final y por pila vacía es el mismo.
Por lo que M ya acepta por pila vacía, por lo que la tranformación de M es sí mismo.