

# 二维光/声学拓扑态

何 程<sup>†</sup> 卢明辉<sup>†</sup> 陈延峰<sup>††</sup>

(南京大学 固体微结构物理国家重点实验室 现代工程与应用科学学院材料科学与工程系  
人工微结构科学与技术协同创新中心 南京 210093)

2016-09-30收到

<sup>†</sup> email: luminghui@nju.edu.cn

<sup>††</sup> email: yfchen@nju.edu.cn

DOI: 10.7693/wl20170102

## Two-dimensional photonic/phononic topological states

HE Cheng LU Ming-Hui<sup>†</sup> CHEN Yan-Feng<sup>††</sup>

(National Laboratory of Solid State Microstructures & Department of Materials Science and Engineering, Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

**摘 要** 文章主要介绍光/声学拓扑态的基本概念和研究背景,评述了这一领域中二维体系研究的进展。首先简要回顾了霍尔效应及其与贝利曲率 and 对称性的关系,接着综合分析了不同对称性条件下的光和声拓扑态,包括光/声量子霍尔效应、Floquet 拓扑绝缘体、量子自旋霍尔效应的相关工作,最后讨论了该领域可能的发展方向 and 前景。

**关键词** 光/声量子(自旋)霍尔效应, 光/声拓扑绝缘体, 贝利相位, 时间反演对称性

**Abstract** Photonic/phononic topological phases with symmetry-protected surfaces or edge modes in the bulk gap, analogous to the topological states in electronic systems, have drawn great attention due to their basic physics and potential applications in new types of optical/acoustic devices. In this review we shall mainly focus on the photonic/phononic topologically nontrivial states (such as photonic/phononic quantum Hall effects, photonic/phononic topological insulators, and Floquet topological insulators) in two-dimensional systems, including photonic, plasmonic, and phononic crystals. Finally, we give a summary and outlook on the development and prospects of these kinds of symmetry-protected topological states of bosons.

**Keywords** photonic/phononic quantum (spin) Hall effect, photonic/phononic topological insulator, Berry phase, time-reversal symmetry

## 1 引言

拓扑学(topology)是近代发展起来的一个数学分支,主要研究各种“空间”在连续性变化后仍保持不变的性质。它只考虑近邻间的位置关系而不是外形和大小,描述物体的一些整体特性,比如著名的哥尼斯堡七桥问题、多面体欧拉定理、四色问题等。举个形象的例子,在不开孔的情况下(因为开孔破坏了近邻关系),一个球形或

方形的实心橡皮泥可以捏成一个碗或勺子,却捏不成一个圆环或漏斗。那么,球和圆环具有不同的拓扑数,即亏格  $g$ (Genus),可用高斯—波涅定理(Gauss—Bonnet theorem)描述:  $2(1-g) = \int_{\text{surface}} K dA / (2\pi)$ , 即高斯曲率  $K$  的表面积分。此时  $g$  为整数,通常等于物体开孔的数量,比如球形  $g=0$ , 环形  $g=1$ 。在凝聚态物理领域,随着晶体能带理论的发展,人们发现倒空间的能带结构也可具有不同的拓扑性质,继而发展成一类拥有相变、

对称性以及具有非平庸拓扑性的新型材料——拓扑材料，其中典型的例子就是霍尔效应家族。

1879年，美国物理学家埃德温·霍尔(Edwin H. Hall)发现了霍尔效应：电流通过具有垂直外加磁场( $B$ )的导体时，垂直于电流和磁场的方向存在电势差，其霍尔电阻( $R_H$ )随 $B$ 线性增加。1980年，德国物理学家冯·克利青(Von Klitzing)发现，在低温强磁场下，二维电子气被限制在极薄的一层空间之内运动， $R_H$ 与 $B$ 的关系在总体上升趋势中会出现一系列对载流子浓度、迁移率大小等均不敏感的平台，平台处的 $R_H = h/(ne^2)$  ( $n$ 为整数)，即整数量子霍尔效应<sup>[1]</sup>。随后，1982年Thouless等人指出：其中量子化的根源在于存在拓扑不变量，整数 $n$ 对应的是非零陈数(Chern number，以陈省身先生命名)，即TKNN关系<sup>[2]</sup>，而真空或普通绝缘体的陈数为零。在该体系中，处于体能隙中的费米面附近存在无能隙的手性边界态，其拓扑保护表现为电子的完全背散射抑制和缺陷免疫的单向输运，这是一种介于绝缘体和金属之间新的物态——拓扑态，它不能够在朗道相变理论的框架下得到解释。从此，物质的拓扑性质研究成为凝聚态物理研究中一个重要方向。但是，实现量子霍尔效应往往需要外加强磁场(破坏时间反演对称性)和较低的温度，于应用不利。2005年左右，Kane和张首晟等人分别提出，在零磁场下，利用自旋轨道耦合，可存在一对共轭的自旋相反的无能隙边界态，即量子自旋霍尔效应(二维)或拓扑绝缘体(三维)<sup>[3, 4]</sup>。此时，总的霍尔电导为零，但是具有不为零的量子化自旋霍尔电导，可用 $Z_2$ 拓扑不变量或自旋陈数(Spin Chern number)来描述，具有时间反演对称保护的自旋输运性质。2011年，哈佛大学L. Fu提出也可通过晶格对称性构造一种三维拓扑晶体绝缘体<sup>[5]</sup>。不同于一般拓扑绝缘体，其不需要自旋轨道耦合，拓扑性质受到晶格对称性(比如镜面对称性)而非时间反演对称性保护，并在随后的实验上得以证实。另外，一类名为Floquet的拓扑绝缘体也可在电磁波诱导的时间周期振荡势能中得以实现<sup>[6]</sup>。

既然霍尔效应家族中的量子化根源在于其拓

扑特性，而与电子作为半奇数自旋的费米统计无直接联系，而且从能带图像和布洛赫(Bloch)定律来看，电子、光子、声子具有一定的相似性，那么在玻色子领域(具有整数自旋)，比如光<sup>[7]</sup>、声、机械振动<sup>[8]</sup>等应该也可以实现类似量子化的拓扑态。特别是近几十年来关于光/声子晶体和超构材料的研究，已形成一套集合能带理论，设计和实验方法的完整研究手段，可有效地实现光/声的调控。把拓扑序的概念引入到光/声系统中，特别是其拓扑保护的单向传输特性，将在光/声通信，光、声、电集成，计算等领域有着巨大的应用前景。本文主要关注二维光/声拓扑态及其相关问题的研究，大体回顾了近年来二维情况下光/声量子霍尔效应、Floquet拓扑绝缘体、拓扑绝缘体(量子自旋霍尔效应)的相关工作。

## 2 对称性和贝利曲率

在光/声子晶体中，由于周期调制的存在，根据布洛赫定理，第 $m$ 条能带的哈密顿方程可写成 $H(\mathbf{k})|u_m(\mathbf{k})\rangle = E_m(\mathbf{k})|u_m(\mathbf{k})\rangle$ 。那么，可定义一个规范势 $A(\mathbf{k}) = i\langle u_m(\mathbf{k})|\nabla_{\mathbf{k}}|u_m(\mathbf{k})\rangle$ ，即贝利联络(Berry connection)，对势求旋度即可得到一场强，贝利曲率(Berry curvature) $F(\mathbf{k}) = \nabla_{\mathbf{k}} \times A(\mathbf{k})$ 。对贝利曲率在整个布里渊区积分则可得到陈数的表达式：

$$C = \frac{1}{2\pi} \oint F(\mathbf{k}) \cdot d\mathbf{s} \quad (1)$$

这里，我们先考察在宇称(P)和时间反演(T)操作下，光/声子晶体中体能带的布洛赫波矢 $\mathbf{k}(\omega)$ 和贝利曲率 $F(\mathbf{k})$ 的对称性。对于波矢，当P不变时， $\mathbf{k}_+(\omega) = -\mathbf{k}_-(\omega)$ ；T不变时， $\mathbf{k}_+(\omega) = -\mathbf{k}_-(\omega)$ ，其中 $\mathbf{k}_+ > 0$ 和 $\mathbf{k}_- < 0$ 分别代表正向和反向传播的波。对于体能带， $\mathbf{k}$ 和 $\omega$ 均为实数，所以只有P和T同时破缺时才有非对称的体能带出现 $\mathbf{k}_+(\omega) \neq -\mathbf{k}_-(\omega)$ 。对于贝利曲率 $F(\mathbf{k})$ ，仅有P不变， $F(\mathbf{k}) = F(-\mathbf{k})$ ；仅有T不变， $F(\mathbf{k}) = -F(-\mathbf{k})$ ；而P和T同时存在时，除去一些没有很好定义的简并点， $F(\mathbf{k})$ 处处为零。一般而言，一个有效的实现非零陈数的方式是：在体能带中找到或者构造

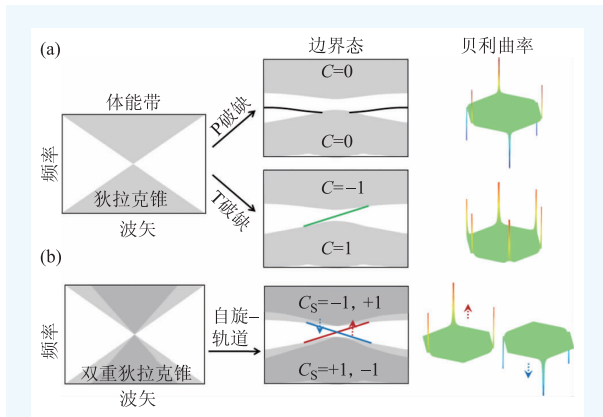


图1 (a)狄拉克锥通过P或T破缺后,出现不同边界态,第一布里渊区贝利曲率和陈数的示意图;(b)双重狄拉克锥通过赝自旋-轨道耦合作用后,出现非零自旋陈数和不同赝自旋的贝利曲率

两重简并点,比如三角或六方晶格中线性简并的狄拉克点或者四方晶格中的二次简并点,然后破缺某种对称性,打开简并点并形成体能隙。如图1(a)所示,六方晶格体能带的狄拉克锥通过P破缺打开时,其贝利曲率只在原简并点附近非零,且呈现对称形式  $F(\mathbf{k}) = -F(-\mathbf{k})$  (其在布里渊区的K点时为正,而在K'点时为负),其在整个布里渊区积分为零,即陈数  $C=0$ ,意味着该破缺的两个能带是拓扑平庸的。K和K'点符号不同但大小相等的贝利曲率可用来实现不同的涡旋态,比如能谷(valley)态<sup>[9]</sup>。而如果破缺T,K和K'点处贝利曲率符号相同,比如陈数  $C=1$ ,带隙中将出现一条无能隙的边界态。该边界群速度  $\omega/k$  在整个布里渊区为同号,表明波只能沿边界无背散射单向传播,而T破缺是实现非零陈数的必要条件。从  $k(\omega)$  对称关系来看,T破缺时,一对上、下边界的布洛赫波矢不再是成对出现,而是分别劈裂成  $\mathbf{k}_+ = \mathbf{k}_x + i\mathbf{k}_y$  和  $\mathbf{k}_- = -\mathbf{k}_x - i\mathbf{k}_y$  (虚数部分代表垂直于边界方向衰减),及拓扑边界态,其传播特征是:存在于晶体边界、单方向且与手性锁定。玻色子如果仅考虑单一偏振自由度,无法形成类似Kramers简并的自旋对偶态,如果我们能够提高玻色子的自由度,通过对称性构造一种轨道赝自旋自由度,形成一个具有四重简并点的双重狄拉克锥,则可通过类似自旋-轨道耦合的方式打开简并,形成能隙,如图1(b)所示,其上、下能带

均为两重简并,可构造出一对赝自旋态。分别把  $u_m(\mathbf{k})$  投影到不同的赝自旋态上,便可得到  $C_\uparrow = +1$ ,  $C_\downarrow = -1$ 。此时,系统的总体陈数  $C_\uparrow + C_\downarrow = 0$ ,而自旋陈数非零  $C_s = \pm(C_\uparrow - C_\downarrow)/2 = \pm 1$ ,即量子自旋霍尔效应或拓扑绝缘体。

### 3 时间反演破缺的光/声量子霍尔态

2005年,普林斯顿大学的Haldane和Raghu提出,通过外加磁场破缺T,使得狄拉克点简并打开,可在三角或六方旋电光子晶体中构造一条TE偏振光(磁场垂直于面外)的无能隙边界态,即整数量子霍尔效应的光学类比。这种边界态可完全抑制背散射,只能沿一个方向传播<sup>[10, 11]</sup>。2008年,麻省理工学院的Z. Wang等提出四方旋磁光子晶体中,通过二次简并点的打开也可实现类似现象<sup>[12]</sup>。以旋磁磁光材料为例,为方便起见,将磁导率  $\tilde{\mu}$  的逆表示为

$$\tilde{\mu}^{-1} = \begin{bmatrix} \mu & i\gamma & 0 \\ -i\gamma & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其旋磁  $\gamma$  源于电子在外加磁场下的进动,磁场的引入破坏了T。将  $\tilde{\mu}$  代入Maxwell方程可以得到:

$$[-|\nabla + i\mathbf{A}|^2 - \mu\epsilon\omega^2 + (\nabla \text{In}\mu|^2/4 + |\mu\nabla\gamma|^2/4 - \nabla^2 \text{In}\mu/2)]\sqrt{\mu}E_z = 0, \quad (3)$$

其中矢势项  $\mathbf{A} = \mu\hat{z} \times \nabla\gamma$  的出现,意味着存在不成对的边界态,对应电子的整数量子霍尔效应。非零陈数可通过(1)式得到。随后,麻省理工学院课题组在实验上首次观测到这种背散射抑制的单通拓扑光子态<sup>[13]</sup>,实验示意图如图2(a)所示,其中用于破坏时间反演对称性的磁光材料选为钒掺杂的钙铁榴石(VCIG; TCI陶瓷 NG-1850)铁氧体圆柱。该材料在0.20 T的直流外加磁场下,其具有较高的饱和磁化强度和较低的损耗。当频率约为4.5 GHz时(位于第二带隙中),手性边界态的前向传播和背向传播的幅值比大于50 dB,表明其背向受抑制,仅能前向传播。该边界态受拓扑保护的缺陷免疫和绕过障碍物单向传播的鲁棒性质被系统地研究。此外,这种边界态也可落在空气线



以外, 变成表面模式<sup>[14]</sup>。另一方面, 如果是多个简并点的破缺则会形成多个无能隙拓扑边界模式, 其数量由陈数的大小 ( $|C|$ ) 决定<sup>[15]</sup>。基于此效应, 大量有趣的器件设计相继被提出, 包括单通光束或光波导分路器 (光开关或光二极管)、单向延迟线、通道上下载滤波器、磁可调器件、二进制数字发生器、慢光器件、宽带环路器等等。

虽然光类比量子霍尔效应拓扑边界态于2009年就被实验证实, 但对声学而言, 要破缺  $T$  则不是一件很容易的事情, 一般需要非线性材料或磁

声作用<sup>[16]</sup>。然而非线性声学材料功耗高、不稳定而且转化效率低, 同时磁声作用非常弱且不适用于流体声波 (纵波), 比如空气声和水声。所以, 人们一直没有找到可行的实验系统来实现声类比的整数量子霍尔效应<sup>[17]</sup>。直到2014年, 德州大学奥斯汀分校 A. Alu 研究小组提出了一种利用环形气流类比分子环形电流引入磁场来构建等效的声矢量势, 从而打破时间反演对称性, 实现空气声的非互易传播。如图2(b)所示, 该研究小组在实验上制作了一个紧凑的声环路器, 非互易隔离率高达40 dB<sup>[18]</sup>。其气动声学的方程经过化简, 忽略高阶小量后, 可写为如下形式:

$$[(\nabla - i\vec{A})^2 + \omega^2/c^2 + (\nabla\rho/2\rho)^2 - \nabla^2\rho/(2\rho)]\sqrt{\rho}\phi = 0 \quad (4)$$

其中,  $\phi$  为速度势, 有效矢势项  $\vec{A} = -\omega|\vec{V}| \vec{e}_\theta / c^2$ ,  $\vec{V}$  代表环形气流速度,  $\omega$  代表空气声圆频率,  $\rho$  是空气密度,  $c$  为空气中声速。与磁光材料公式(3)中出现矢势相同, (4)式中也出现一个有效矢势项  $\vec{A}$ , 那么由环形气流产生垂直于面外的有效磁场可表示为  $\vec{B}_{\text{eff}} = \nabla \times \vec{A}$ 。基于此结构, 构造周期结构, 可打开能带中狄拉克点的简并, 产生非零陈数, 即实现可类比的声量子霍尔效应。2015年, 3个研

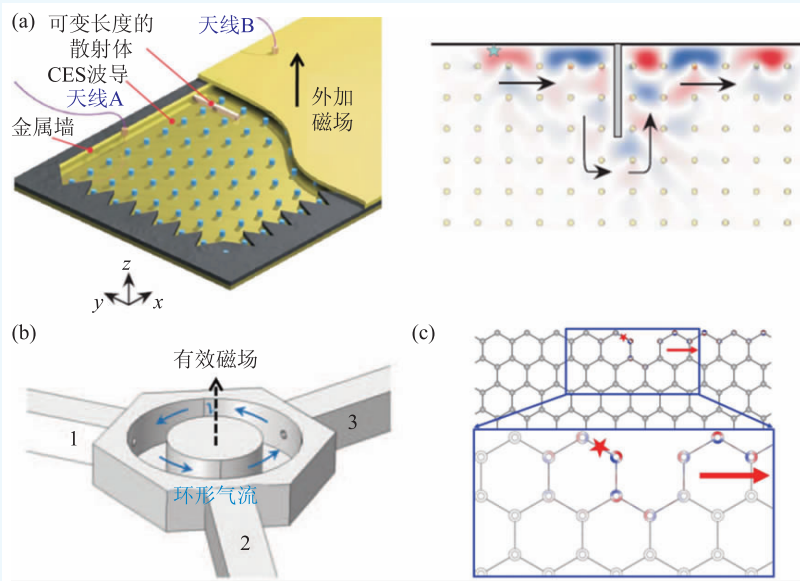


图2 (a)光整数量子霍尔效应实验示意图<sup>[13]</sup>; (b)通过环形气流产生空气声的有效磁场示意图<sup>[18]</sup>; (c)阵列环形气流结构中空气声的单向传播<sup>[20]</sup>

究小组在理论上分别提出在声子晶体中引入环流实现声拓扑边界态的模型, 并数值模拟了具有缺陷免疫鲁棒特征的声单向传播<sup>[19-21]</sup>, 如图2(c)所示, 并验证了声单通方向与环中方位角的关系。然而, 由于需要动态同步调制产生多个环形气流, 以及可能会带来不稳定性 and 噪声, 使得这种模型在实验上较难实现。

## 4 光/声 Floquet 拓扑绝缘体

由于磁响应的频率不高, 以旋磁材料为基础实现光量子霍尔效应, 一般局限于微波波段 (旋电材料最多到红外波段), 难以应用在红外通信甚至是可见光频段。2012年, 斯坦福大学 S. Fan 研究组在理论上指出: 可以利用光相位动态调制的方法来实现有效磁场, 达到破缺  $T$  的目的<sup>[22]</sup>。他们提出 (如图3(a)所示): 通过含时调制两个具有不同共振频率小球间的耦合相位, 使得其中横向不耦合, 而纵向的耦合相位随周期数线性增加。光经过一个小元格 (plaquette) 后可引入一个有效规范势, 相当于存在一个均一的有效磁场  $\vec{B} = \phi/a^2$ 。它使得正向和反向传播的光获得相反的相位, 类

似于 AB 效应(Aharonov—Bohm effects), 其本征值将位于不同的频率区间。整个系统含时周期变化, 哈密顿量满足  $H(t+T)=H(t)$ , 应用 Floquet 定理, 其波函数可写为  $\psi(t)=e^{-i\epsilon t}\Phi(t)$ , 其中  $\epsilon$  为准能量,  $\Phi(t)=\Phi(t+T)$  满足周期性(类比于布洛赫定理于坐标空间)。由此可以得到准能量—动量空间的体能带和一个无能隙的拓扑边界态, 即光 Floquet 拓扑绝缘体。同样的调制, 对于声而言也可借助该方法实现声的 Floquet 拓扑绝缘体。如图 3(b)所示, 在六方晶格格点位置利用三个声容随时间周期调制且相互耦合的共振结构, 按旋转方向成  $120^\circ$  相位差<sup>[23]</sup>。该理论模型是基于格点旋转的慢调制, 优势在于晶格间不需要均一的相位。

然而, 实验上实现周期性的含时调制有一定难度。2013 年以色列理工学院 M. C. Rechtsman 等提出一种方案, 以空间维度上的调制( $z$  方向)来代替时间的周期调制, 从而在实验上实现了光 Floquet 拓扑绝缘体<sup>[24]</sup>。傍轴光线沿  $z$  方向传播(光子晶格在  $xy$  平面周期调制)的方程可写为类似含时薛定谔方程的形式:

$$i\partial_z\psi = -\frac{1}{2k_0}\nabla^2\psi - \frac{k_0\Delta n}{n_0}\psi, \quad (5)$$

其中  $\psi$  是电场的包络函数, 定义为  $E(x, y, z)=$

$\psi(x, y, z)e^{ik_0z-i\omega t}$ 。利用螺旋结构破坏  $z$  方向的对称性, 如图 3(c) 所示。通过坐标变换  $x'=x+R\cos(2\pi z/Z)$ ;  $y'=y+R\sin(2\pi z/Z)$ ;  $z'=z$  (螺旋坐标,  $R$  为半径,  $Z$  为  $z$  向间距), 方程(5)可写为

$$i\partial_{z'}\psi' = -\frac{1}{2k_0}[\nabla' + \vec{A}(z')]^2\psi' - \frac{k_0R^2(2\pi/Z)^2}{2}\psi' - \frac{k_0\Delta n}{n_0}\psi', \quad (6)$$

其中, 矢势项  $\vec{A}(z')=k_0R(2\pi/Z)[\sin(2\pi z'/Z), -\cos(2\pi z'/Z), 0]$ , 有效磁场  $\vec{B}_{\text{eff}}=\nabla\times\vec{A}$ 。而其中  $\psi'$  是  $z$  方向的周期函数, 可用 Floquet 定理表示为  $\psi'(z')=e^{-i\epsilon z'}\psi'(z')$ 。同理, 准能量  $\epsilon$  可表示为布洛赫波矢  $(k_x, k_y)$  的函数, 即 Floquet 能带图。据此, 可得到无能隙的拓扑边界态。实验表明, 光 (633 nm) 可沿  $z$  方向绕其边界无背散射传播(单向螺旋上升), 具有一定的缺陷免疫能力。声学方面, 2015 年香港科技大学陈子亭教授研究组在理论上提出了一种基于三维 Weyl 点破缺的单向边界态模型<sup>[25]</sup>。如图 3(d)所示, 在声子晶体层间加入手性的耦合作用, 当声波在面内传播时( $k_z=0$ ), 能带位于  $K$  点简并, 而当声波有一定面外传播的分量时( $k_z\neq 0$ ), 由于规范势的引入, 该简并破缺, 出现无能隙的声学边界态, 对应着沿  $z$  方向绕边界单向螺旋形传播。

为了光/声集成器件的需要, 很自然有这样的疑问: 在二维情况下, 能不能实现不含时的 Floquet 拓扑态? 2011 年, 美国马里兰大学 M. Hafezi 等人提出了理论设计, 并随后(2013 年)在实验上基于两个格点上的共振耦合微腔(环形波导共振腔)的方向耦合, 实现了一种与环形微腔顺时针和逆时针传播模式相关的单向边界传播态<sup>[26, 27]</sup>。如图 3(e)所示, 顺(逆)时针传播模式经过一个小元格会产生符号相反的有效规范势。这两种模式光可类比电子“自旋”, 绕边界单向传输。实验上证实通信波段光

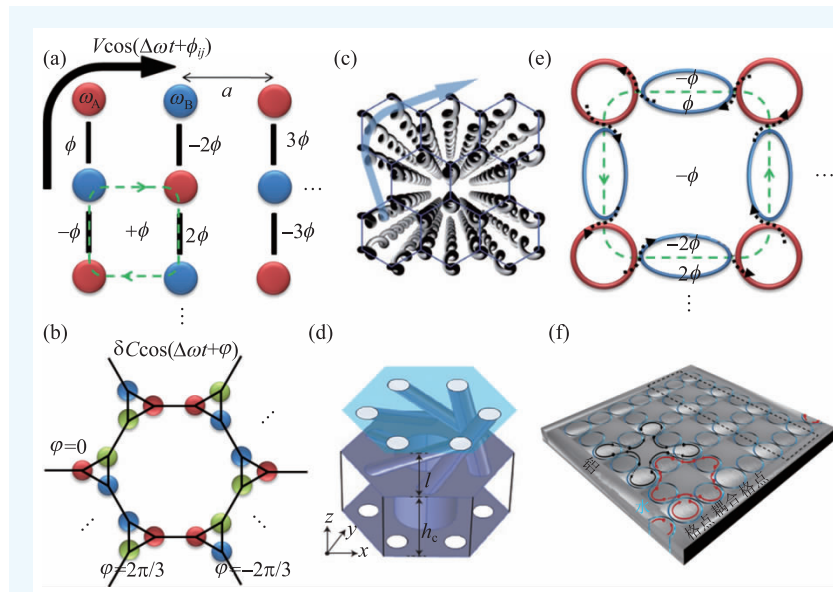


图 3 通过含时调制近邻间光耦合相位实现有限磁场和(a)光<sup>[22]</sup>及(b)声<sup>[23]</sup>拓扑边界态。通过螺旋结构破缺  $z$  方向的对称性实现(c)光<sup>[24]</sup>和(d)声<sup>[25]</sup>Floquet 拓扑绝缘体。基于耦合共振环的(e)光<sup>[27]</sup>和(f)声<sup>[30]</sup>网络模型 Floquet 拓扑绝缘体

(1539 nm)的单向传输和无反射绕过晶格缺失缺陷的特性。之后的研究表明,格点共振腔和联接共振腔可以是同一种共振环,只要存在有晶格内的耦合且耦合达到一定强度( $\theta > \pi/4$ ),即会出现无能隙的拓扑边界态。并且,这种基于共振耦合微腔的结构可完全对应于网格模型下的Floquet拓扑绝缘体<sup>[28]</sup>。最近,基于此的金属表面等离激元拓扑态也已实现<sup>[29]</sup>。针对声波系统而言,构造该类模型的难点在于如何实现声共振腔间的方向耦合(声学材料阻抗失配较大,耦合系数极低)。一些基于水声环耦合模型<sup>[30]</sup>,如图3(f)所示,或是超构材料波导间的耦合模型也相继被报道<sup>[31]</sup>。需要注意的是,此类模型中,两种光/声赝自旋是完全脱耦的,所以这种拓扑态的缺陷免疫特性仅限于自旋不反转的情况,需要较高的加工精度。

## 5 时间反演和光/声量子自旋霍尔态

### 5.1 玻色拓扑绝缘体中的赝时间反演

如前文所述,具有时间反演不变性的拓扑绝缘体的概念首先是在电子系统中提出并实现的,其具有体带绝缘、边界态导通的特征,存在一对自旋锁定并且受时间反演对称性保护的单向传播的拓扑边界态。众所周知,从统计力学角度看,电子是自旋1/2的费米子,光/声子是自旋为1的玻色子,其时间反演算符( $T_b^2=1$ )与电子的时间反演算符( $T_f^2=-1$ )具有本质区别,而电子拓扑绝缘体的出现与费米子时间反演导致的Kramers简并相关。类比于拓扑绝缘体,光/声子系统的时间反演在不满足Kramers简并的条件下,是否具有受时间反演对称性( $T_b$ )保护的边界态?这是一个根本性的问题。另一方面,还需要提高光/声子的自由度构造一对赝自

旋对应于成对的电子自旋,比如双重狄拉克锥态,存在一对共轭态满足 $\sigma_x$ 的对称性( $\sigma$ 为泡利矩阵),考虑玻色子自身时间反演对称 $T_b=\sigma_z K$ ( $K$ 为复共轭算符),将会得到 $\sigma_x \sigma_z K = -i \sigma_y K$ ,这是一个与 $T_f$ 数学形式一致的算符。

假设存在一对赝自旋 $[\varphi_1, \varphi_2]^T$ 构成的玻色系统拓扑绝缘体。那么,在不破缺T的情况下,需满足 $T_b^2[\varphi_1, \varphi_2]^T = [\varphi_1, \varphi_2]^T$ 。然而,构成Kramers简并的条件为 $T_f^2=-1$ 。势必在系统中还存在另一种对称性(在此我们称之为赝时间反演对称性 $T_p$ ),需算符满足 $T_p^2[\varphi_1, \varphi_2]^T = -[\varphi_1, \varphi_2]^T$ 。两个约束条件两个未知数,原则上只能有唯一的非零解。如果能放弃其中一个(比如 $T_b$ )的限制,将会有更多的可能性设计易于实现光拓扑绝缘体的模型。

### 5.2 基于偏振简并的光/声量子自旋霍尔态

光偏振态可作为赝自旋用于类比电子自旋。图4(a)为描述光偏振态的庞加莱球(Poincare Sphere),所有偏振都可以用球面上的不同点表示,三个主轴方向分别为TM/TE, TE+TM/TE-TM, LCP/RCP(左/右圆偏振光)。二维情况下,

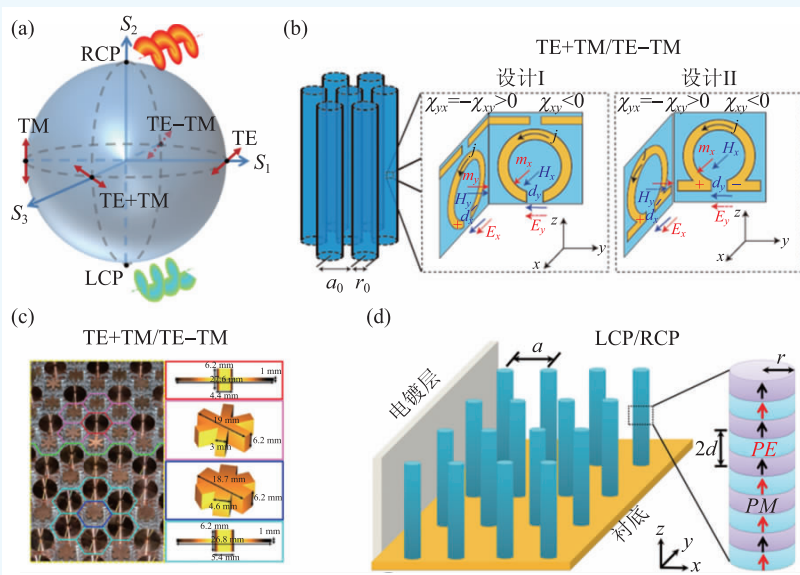


图4 (a)光偏振庞加莱球; (b)T不变的双各项异性超构材料构造光拓扑绝缘体模型<sup>[32]</sup>; (c)基于介电常数/磁导率匹配超构材料的光拓扑绝缘体<sup>[33]</sup>; (d)T破缺的压电(PE)压磁(PM)超晶格光拓扑绝缘体模型<sup>[35]</sup>



如果系统中存在一种电磁简并或者说耦合交换  $E_z \leftrightarrow H_z$  的话, 在满足 T 不破缺的情况下, 用上述  $T_p$  和  $T_0$  的约束, 可得到一对唯一的偏振态 TE + TM/TE - TM, 即一对 45° 线偏光。2013 年, 德克萨斯大学奥斯汀分校 A. Khanikaev 等在理论上提出了一种利用双各项异性介质电磁场之间的异面耦合来实现这一对偏振态的二维光拓扑绝缘体和光量子自旋霍尔态<sup>[32]</sup>, 如图 4(b) 所示。其本构方程可写为

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E} + \vec{\zeta} \vec{H}, \quad \vec{B} = \vec{\zeta} \vec{E} + \vec{\mu} \vec{H}. \quad (7)$$

出于简并耦合和不破缺时间反演对称性的考虑, 其需满足  $\vec{\epsilon} = \vec{\mu}$  和  $\vec{\zeta} = -\vec{\zeta}^T$  ( $\vec{\zeta}$  均为纯虚数, 含相等非对角项)。利用该耦合打开三角晶格狄拉克点简并, 即可实现 TE + TM/TE - TM 光偏振和动量锁定的单向传播。随后的实验中, 中山大学董建文教授课题组基于介电常数/磁导率匹配超构材料在微波频段验证了此类拓扑边界态的传输特性<sup>[33]</sup>。该课题组利用星形和圆盘形超构材料构造匹配参数, 如图 4(c) 所示, 而其中电磁耦合项则可能来源于波导中的 TEM 模式。同样, 具有双曲形能带的双各项异性超构材料也可用于实现拓扑态<sup>[34]</sup>。

南京大学卢明辉、陈延峰研究小组在理论上提出了一种基于压电/压磁超晶格构成的时间反演破缺的光拓扑绝缘体模型, 与上述模型不同, 他们利用的是 LCP/RCP 为赝自旋对。特别重要的是, 他们指出其中光拓扑态不像电子系统中那样受时间反演对称性保护, 取而代之的是一种人工构造的赝时间反演对称性  $T_p$  ( $T_p^2 = -1$ ) 保护的边界态<sup>[35]</sup>。这说明玻色子时间反演对称条件  $T_0$  对设计和构造光拓扑绝缘体而言, 既不必要也不充分, 而其关键在于如何构造满足  $T_p$  的共轭态。时间反演对称与否只是反映系统是否需要外加“磁场”或存在“内禀磁矩”。因此不考虑玻色子时间反演对称性的约束, 就可以利用更多种自由度, 构造更易于在光子系统中实现和调控的新型拓扑光子态。然而, 由于纵波和横波耦合, 要在固体中实现  $T_p$  对称剪切声波简并目前仍然是较为困难的。

### 5.3 基于布洛赫态简并的光/声量子自旋霍尔态

除了考虑偏振自由度来模拟电子自旋, 我们还可以通过设计晶体对称性, 利用光/声布洛赫态间的模式自由度来模拟电子自旋。日本 NIMS 研究人员 X. Hu 等在理论上提出可通过复式六方晶格中的  $C_6$  的旋转对称性构造出基于布洛赫态模式杂化的光量子自旋霍尔态<sup>[36]</sup>。其赝时间反演对称性来自晶体的对称性, 如旋转 60° 和 120° 组合,  $\left[ R\left(\frac{\pi}{3}\right)/\sqrt{3} + R\left(\frac{2\pi}{3}\right)/\sqrt{3} \right] K = -i\sigma_y K$ 。利用能带的折叠可将  $K$  点和  $K'$  狄拉克简并折叠回布里渊区中心形成双重狄拉克点(取非初基元胞), 如图 5(a) 所示。而通过从拉伸到压缩晶格的过程, 可实现 p 带和 d 带间的能带反转, 经历了一个能隙从打开—闭合—再打开的拓扑转变过程。在这个机制中, 两个简并的布洛赫态之间的模式杂化形成了赝自旋向上和向下。那么在这两种具有不同拓扑特性的光子晶体的边界处可出现拓扑保护的自旋依赖的边界态, 展示了光类比的量子自旋霍尔效应。该设计不同于之前工作需要考虑复杂的偏振耦合, 更有利于利用纯介电光子晶体来构造光拓扑绝缘体。

这种基于简并布洛赫态模式杂化的设计为实现声的拓扑绝缘体带来了契机。因为对于声子而言, 特别是流体声波(如空气声), 因为它是自旋量子数为零的纵波, 所以要想实现空气声的拓扑态的设计极为困难, 原因是: (1) 空气声通常不受磁场影响, 无法实现类似磁光光子晶体中的光拓扑态; (2) 而引入环形气流产生有效“规度场”来实现空气声的设计, 可能会由于动态调制带来的不稳定性及噪声使得其在实验上难于实现; (3) 空气声是纵波, 不具有偏振简并特性。最近, 卢明辉、陈延峰研究小组在声子晶体偶然简并的双重狄拉克点附近, 基于简并布洛赫态模式杂化构造赝自旋, 利用赝自旋—轨道相互作用实现了 p 带和 d 带间的能带反转, 进而实现了受晶格对称性保护的声拓扑绝缘体机制<sup>[37]</sup>。 $C_{6v}$  对称性具有两个二维不可约表示, 由于偶然简并在布里渊区中心

形成双重狄拉克锥(这不同于前面所提的能带折叠机制)。由高到低调谐其占空比,可以实现能带从打开—闭合—再打开的能带反转的拓扑转变过程,如图5(b)所示。实验证明,在拓扑边界态的波导中加入空穴、无序和弯曲等缺陷,声波均可无背散射的通过,即具有受晶格对称性保护的单向传播的鲁棒性,而常规波导则有强烈的反射。同时为了研究声拓扑边界态的手征传播特性,设计了一种“x”型的分路器模型,使得赝自旋向上和赝自旋向下的声波具有完全不同的入口和出口通道,因而在空间上分离出赝自旋向上和向下的两类声子。这一异质结构首次在不需

要激发和制备出单一声赝自旋的情况下(通常情况下很困难,特别是在不清楚其等效自旋状

况的情况下),验证并实现声的自旋量子霍尔效应:即声赝自旋向下对应逆时针单向传播而赝自旋向下对应顺时针单向传播,如图5(c)所示。

需要指出的是,此类拓扑模型是基于二维平面内的晶体对称性,可看做二维情况下的拓扑晶体绝缘体。虽然具有非平庸的体拓扑数,但由于波导左右两边布洛赫态并不完全相同,所以其边界态在理论上并不是完全无能隙的,在图5(a)中标出了微带隙。因此,严格地讲,背散射只是被抑制并不是完全免疫。由于真实样品在加工中均存在误差,会破坏严格简并的狄拉克点,但此模型的微带隙可根据需要调节得无限小,因而能够满足应用需要。另外,双重狄拉克点的破缺方式也可以不选在平面内,像考虑 $z$ 方向的对称性破缺也可能打开带隙,这种情况的例子是基于超构材料周期结构的弹性波量子自旋霍尔态<sup>[38]</sup>和最近在微波频段实现的光拓扑绝缘体<sup>[39]</sup>。

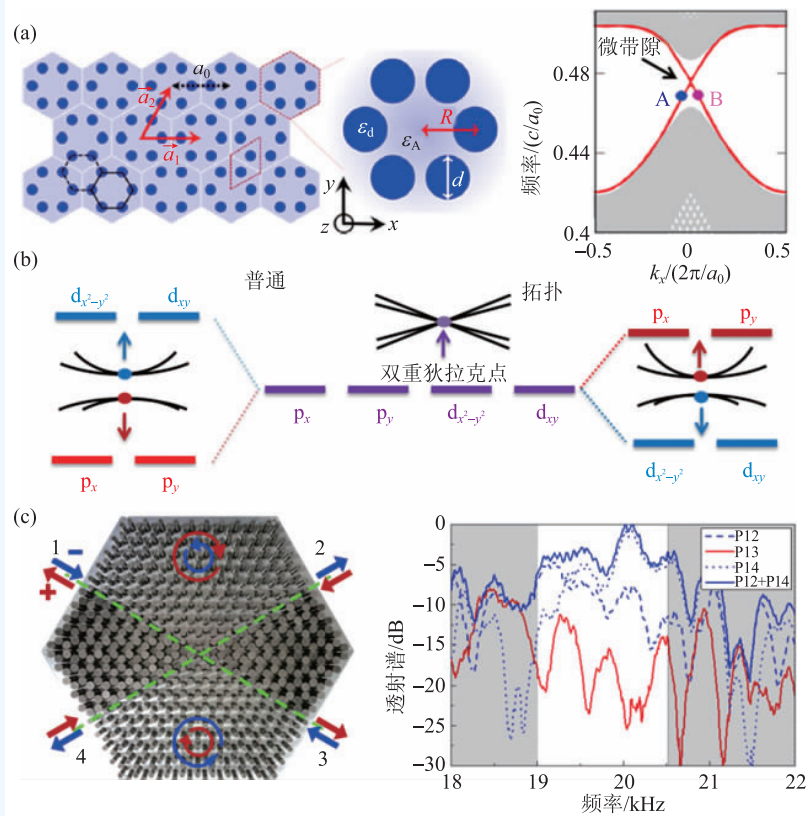


图5 (a)基于简并布洛赫态的介电光子晶体拓扑态结构与投影能带<sup>[36]</sup>; (b)体能带反转示意图<sup>[37]</sup>; (c)声自旋量子霍尔效应样品照片及声赝自旋—透射谱拓扑绝缘体模型<sup>[37]</sup>

## 6 讨论和展望

考虑三维系统的拓扑态时,则需考虑能带结构中的线节点、三维狄拉克点或者更为基本的Weyl点。Weyl点是一个线性简并点,它是能带结构中两个体能带的接触点且在三个方向上都拥有线性色散。并且,Weyl点在三维布里渊区中能带的拓扑性质是稳定的:它可以看做是动量空间中贝利通量的单极,因而与拓扑不变量陈数紧密相关。麻省理工学院L. Lu等通过在螺旋二十四面体光子晶体中引入P破缺,从理论上提出并从实验上观测到了光子晶体能带结构中的Weyl点<sup>[40]</sup>。而声学Weyl点理论模型如图3(d)所示。另一方面,准周期可视为高维在无理数面(线)的投影,同样也会有相应的光/声拓扑态。

此外,光子自旋霍尔态是受赝时间反演 $T_p$



保护,而不是真实的玻色子时间反演 $T_b$ 。其背散射免疫传播特性(或者说鲁棒性)也仅限于 $T_p$ 不变的缺陷。而时间反演破缺的光拓扑边界态的实验研究主要选取的是旋磁介质,其旋磁作用在外加强磁场下的响应一般在GHz波段。如何实现THz、红外波段甚至光频段的光量子霍尔效应是一个难点。

实现光/声拓扑态不仅具有一定的应用前景,更可以为光/声子类比电子的拓扑量子效应提供精确可控的研究平台。大量具有新意的经典波拓扑现象需要更进一步研究,如光/声分数或反常量子霍尔效应,时空对称(Parity—Time symmetry)非厄米开放系统中拓扑现象,弯曲时空中的光子拓扑

现象,以及纠缠或非线性效应作用下的光/声拓扑态等等。不仅如此,从应用角度考虑,存在有拓扑保护的单向传播光子晶体光纤、光量子计算和量子模拟等也具有重要研究价值。同时,所有这些研究又可以促进非互易集成光子/声子器件的研发。综上所述,光/声子晶体拓扑态及其相关领域的研究正方兴未艾,对拓扑相的研究和新型光、声器件的研制均具有重要意义。

**致 谢** 感谢刘晓平教授,以及课题组成员余思远博士、倪旭博士和孙晓晨在成文中给予的帮助。

## 参考文献

- [1] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, 45: 494
- [2] Thouless D J *et al.* Phys. Rev. Lett., 1982, 49: 405
- [3] Kane C L, Mele E J. Phys. Rev. Lett., 2005, 95: 146802
- [4] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C. Science, 2006, 314: 1757
- [5] Fu L. Phys. Rev. Lett., 2011, 106: 106802
- [6] Lindner N H, Refael G, Galitski V. Nat. Phys., 2011, 7: 490
- [7] Lu L, Joannopoulos J D, Soljacic M. Nat. Photon., 2014, 8: 821
- [8] Süssstrunk R, Huber S D. Science, 2015, 349: 47
- [9] Lu J *et al.* Phys. Rev. Lett., 2016, 116: 093901
- [10] Haldane F D M, Raghu S. Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 013904
- [11] Raghu S, Haldane F D M. Phys. Rev. A, 2008, 78: 033834
- [12] Wang Z *et al.* Phys. Rev. Lett., 2008, 100: 013905
- [13] Wang Z *et al.* Nature (London), 2009, 461: 772
- [14] Poo Y *et al.* Phys. Rev. Lett., 2011, 106: 093903
- [15] Skirlo S A *et al.* Phys. Rev. Lett., 2015, 115: 253901
- [16] Zhang L *et al.* Phys. Rev. Lett., 2010, 105: 225901
- [17] Wang P, Lu L, Bertoldi K. Phys. Rev. Lett., 2015, 115: 104302
- [18] Fleury R *et al.* Science, 2014, 343: 516
- [19] Yang Z *et al.* Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 114301
- [20] Ni X *et al.* New. J. Phys., 2015, 17: 053016
- [21] Khanikaev A B *et al.* Nat. Commun., 2015, 6: 8260
- [22] Fang K, Yu Z, Fan S. Nat. Photon., 2012, 6: 782
- [23] Fleury R, Khanikaev A B, Alù A. Nat. Commun., 2016, 7: 11744
- [24] Rechtsman M C *et al.* Nature (London), 2013, 496: 196
- [25] Xiao M *et al.* Nat. Phys., 2015, 11: 920
- [26] Hafezi M *et al.* Nat. Phys., 2011, 7: 907
- [27] Hafezi M *et al.* Nat. Photon., 2013, 7: 1001
- [28] Pasek M, Chong Y D. Phys. Rev. B, 2014, 89: 075113
- [29] Gao F *et al.* Nat. Commun., 2016, 7: 11619
- [30] He C *et al.* Appl. Phys. Lett., 2016, 108: 031904
- [31] Peng Y G *et al.* Nat. Commun., 2016, 7: 13368
- [32] Khanikaev A B *et al.* Nat. Mater., 2013, 12: 233
- [33] Chen W J *et al.* Nat. Commun., 2014, 5: 5782
- [34] Gao W *et al.* Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 037402
- [35] He C *et al.* Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 2016, 113: 4924
- [36] Wu L H, Hu X. Phys. Rev. Lett., 2015, 114: 223901
- [37] He C *et al.* Nat. Phys., 2016, 12: 1124
- [38] Mousavi S H, Khanikaev A B, Wang Z. Nat. Commun., 2015, 6: 8682
- [39] Cheng X *et al.* Nat. Mater., 2016, 15: 542
- [40] Lu L *et al.* Science, 2015, 349: 622