

Determinação Experimental do Tempo de Vida Média do Muão (μ) e Análise da Evolução da Taxa de Eventos Com a Hora do Dia e Período de Aquisição

Grupo 3C: Miguel Gonçalves (78850), Pedro Pereira (78889), Clara Pereira (79156)

Instituto Superior Técnico
Mestrado em Engenharia Física Tecnológica
Laboratório de Física Experimental Avançada

Março de 2016 - 2º Semestre 2015/2016

Resumo

Calcularam-se parâmetros importantes para caraterizar e validar o aparato experimental, que culminaram na estimativa da gama de energia média com que os muões detetados chegam ao laboratório (109.94 MeV a 145.94 MeV). Analisou-se a taxa de eventos - muões com energia na gama referida, ou seja, muões que param no detetor e decaem - e concluiu-se que era cerca de 0.1% da taxa de muões cósmicos prevista teoricamente ($21.6s^{-1}$). Constatou-se também que a taxa de muões detectados é superior durante as horas de sol. Obteve-se para o tempo de vida média do anti-muão μ^+ (e do muão μ^- no vácuo), $\tau_{\mu^+} = \tau_{\mu^-} = 2.191 \pm 0.038\mu s$. Para o muão μ^- , tendo em conta que existe um processo de captura muónica concorrente com o seu decaimento, consequência deste se dar no plástico do cintilador, obteve-se um tempo de vida média inferior - $\tau_{\mu^-} = 2.023 \pm 0.032\mu s$.

1 Introdução Teórica

O muão - μ - é uma partícula fundamental com as mesmas características do eletrão, excepto a massa, que é bastante superior ($M = 105.658 \text{ MeV}/c^2, m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$). Muões (μ^-) e anti muões (μ^+) são criados na atmosfera a cerca de 15km de altitude, devido às interações entre raios cósmicos altamente energéticos (maioritariamente prótons) com partículas da atmosfera. Surgem como produto direto do decaimento de mesões π (π^+ e π^-) presentes nos chuviros de raios cósmicos (ver figura 1). A sua deteção ao nível do mar foi uma das provas basilares da relatividade restrita, pois esta só é explicável tendo em conta o efeito da dilatação temporal devido às altas velocidades (em comparação com c) com que os muões chegam ao nível do mar - classicamente (para $v \leq c$) os muões decairiam sempre antes de percorrerem 15 km.

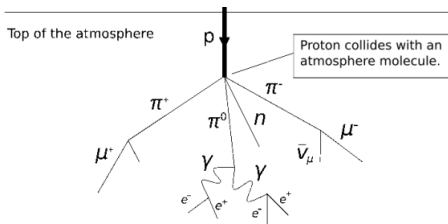


Figura 1: Exemplo de Chuveiro originário dos Muões

O μ é uma partícula instável, que decai por interação fraca da seguinte forma:

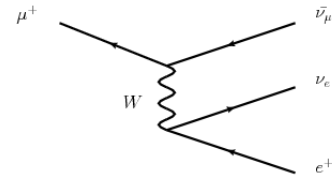


Figura 2: Decaimento μ^+

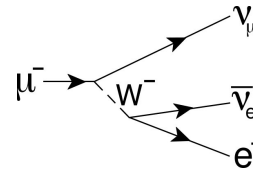


Figura 3: Decaimento μ^-

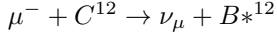
No vácuo estas 2 partículas (\pm) têm o mesmo tempo de vida por invariância CPT, logo podemos falar apenas do tempo de vida do muão τ_{μ} . Assumindo que a taxa de decaimento é constante, $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$, onde $\frac{1}{\lambda} = \tau$ é o tempo de vida média (tempo que demora um número N_0 de partículas a ser reduzido por um factor de e), temos uma expressão que carateriza qualquer decaimento:

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau} \quad (1)$$

onde I_0 é o fluxo de muões que pára no detetor. Pelo facto da função ser uma distribuição exponencial, podemos definir $t=0$ como o tempo em que o muão pára no detetor, pois a distribuição de probabilidade de este decair passado um tempo t vai ter o mesmo valor médio ($1/\tau_{\mu}$) do que se considerássemos $t=0$ no instante em que o muão foi criado. Isto sucede devido à propriedade de "memorylessness" da

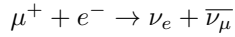
distribuição exponencial: $P(t > T_1 + T_2 | t > T_1) = P(t > T_2)$ - a probabilidade de um evento ocorrer passado um tempo T_2 sabendo que já passou um tempo T_1 é a mesma de ocorrer um evento passado T_2 (independente da restrição condicional). Obtemos, assim, o tempo de vida da diferença entre o instante em que o muão é detetado e o instante em que é detetado o electrão, produto do seu decaimento.

Na experiência realizada o decaimento do μ dá-se num cintilador de plástico (C e H) e isso cria uma dificuldade adicional. O μ^- pode ser absorvido pelos átomos do plástico, criando um átomo muónico:



onde B^{*12} é um isótopo de boro num estado excitado. Este processo afeta consideravelmente o tempo de vida do μ^- diminuindo-o em relação ao valor expectável. Para fazer um estudo correto temos de fazer uma ponderação entre estes dois tempos de vida diferentes na determinação do tempo de vida do muão.

Também existe outro processo concorrente para o μ^+ , a formação de um muonium:



Contudo este processo é muito pouco provável, não afetando consideravelmente o tempo de vida determinado.

No contexto da teoria de Fermi (uma teoria que descreve relativamente bem processos eletrofracos, mas apenas válida para energias abaixo de 100 GeV, uma das precursoras da teorica eletrofraca unificada), podemos determinar a constante de acoplamento de Fermi (G_F), uma forma efetiva de caraterizar o acoplamento entre os bosões da força fraca (W,Z) e as partículas que interagem fracamente (leptões, etc) e pode ser determinada através do tempo de vida do muão:

$$\tau_\mu = \frac{192\pi^3 \hbar^7}{G_F^2 M^5 c^4} \quad (2)$$

No modelo Standard a G_F está relacionada com o valor de expectação de vácuo do campo de Higgs (v):

$$v = (\sqrt{2} G_F)^{-1/2} \quad (3)$$

O facto de este valor ser diferente de zero é fundamental para explicar o mecanismo de Higgs e consequentemente a origem da massa das partículas.

2 Procedimento Experimental e Descrição do Aparato Experimental

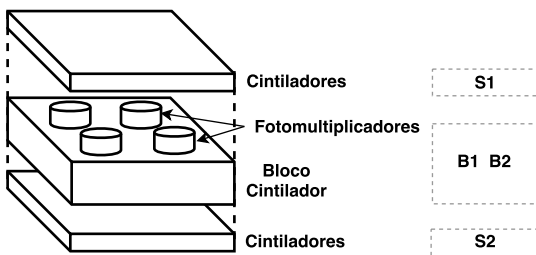


Figura 4: Esquema da montagem usada para detecção de muões. S_1, B_1, B_2 e S_2 são as denominações dos sinais obtidos dos respectivos blocos.

A experiência envolveu a utilização de detectores de cintilação orgânicos acoplados a fotomultiplicadores. Os sinais provenientes dos fotomultiplicadores passavam posteriormente por discriminadores e eram depois tratados por uma unidade lógica. Esta unidade foi configurada para realizar as operações lógicas escolhidas para construir os sinais de *START* (começar a contar o tempo) e de *STOP* (parar de contar o tempo).

Estes sinais foram ligados ao osciloscópio para observação, o que foi útil, por exemplo, para a regulação da sua largura temporal.

2.1 Primeira Abordagem

Primeiramente foi feita uma tentativa de definir *START* e de *STOP* usando os 4 sinais S_1, B_1, B_2 e S_2 .

O sinal de *START* indicaria a chegada de um muão ao detector que posteriormente se desintegrasse, sendo activado sempre que um muão atravessasse o sistema cintilador+bloco mas já não fosse detectado no último cintilador. O sinal *STOP* seria provocado pelo surgimento do electrão no bloco (produto da desintegração do muão), sendo assim activado apenas quando fosse detectada uma partícula no bloco, mas não em nenhum dos cintiladores:

- *START* : $S_1 \wedge B_1 \wedge B_2 \wedge \bar{S}_2$
- *STOP* : $\bar{S}_1 \wedge B_1 \wedge B_2 \wedge \bar{S}_2$

A diferença temporal entre os dois sinais permitir-nos-ia então determinar o tempo de vida média do muão.

Esta forma de abordar o problema, apesar de mais intuitiva e de resultar numa forma de calcular τ mais directa, revelou-se muito complicada de implementar. Os módulos de lógica a utilizar são de difícil coordenação temporal (diferentes portas lógicas implicam diferentes *delays* temporais), além de que tem de haver uma sincronização específica dos sinais para que cada um dos elementos da lógica actue no momento certo.

Por este motivo implementou-se um segundo método

2.2 Abordagem Implementada

Para minimizar problemas resultantes de desfasamentos temporais escolheu-se *START* de forma igual a *STOP* dependendo apenas dos sinais B_1 e B_2 do bloco. Definiu-se então *START* e *STOP* apenas como a detecção da passagem de uma partícula no bloco. Assim, cada muão a atravessar o sistema, quer pare quer não, provoca a activação de ambos os sinais (*START* e *STOP*₁). Caso haja uma desintegração, além destes dois, vai surgir também um segundo sinal *STOP*₂ provocado pelo electrão resultante desta:

- *START=STOP* : $B_1 \wedge B_2$

Além disto, para facilitar a distinção entre os sinais de *START* e de *STOP* introduziu-se um *delay* temporal entre o sinal de *START* e os de *STOP* usando o módulo para isso apropriado (*Delay/Gate Generator*):

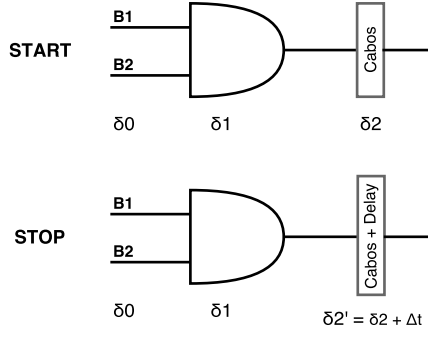


Figura 5: esquema da construção lógica dos sinais START e STOP. Os δ_i representam os atrasos temporais que os sinais vão sofrendo ao longo do percurso

Desta forma, obtiveram-se sinais da forma:

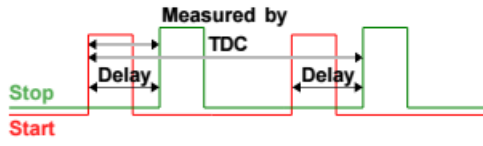


Figura 6: forma dos sinais obtidos

O objectivo fundamental foi medir a diferença de tempo entre os sinais que correspondia ao intervalo de tempo entre a chegada de um muão e a sua desintegração (Δ_t), e para isso foi necessária a utilização de um TDC (time-to-digital converter). Os sinais de *START*, *STOP₁* e *STOP₂* provenientes da unidade lógica eram portanto ligados à TDC, sendo possível a medição das diferenças temporais $t_{STOP_2} - t_{START}$ e $t_{STOP_1} - t_{START}$.

É importante referir que janela temporal máxima da TDC é $\Delta t_{TDC} = 64\mu s$, i.e., dois eventos consecutivos são considerados um conjunto de *START* e de *STOP* correspondente se a diferença entre ambos for inferior a $64\mu s$.

Ora, sendo que:

$$\begin{aligned} t_{START} &= \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 \\ t_{STOP_1} &= \delta_0 + \delta_1 + \delta'_2 \\ t_{STOP_2} &= \delta_0 + \delta_1 + \delta'_2 + \Delta t \end{aligned}$$

Retira-se que:

$$\begin{aligned} \Delta^{(1)} &= t_{STOP_1} - t_{START} = \delta'_2 - \delta_2 \\ \Delta^{(2)} &= t_{STOP_2} - t_{START} = \delta'_2 - \delta_2 + \Delta t \end{aligned}$$

Sabendo estas diferenças temporais a partir do TDC, pode então obter-se Δt :

$$\Delta t = \Delta^{(2)} - \Delta^{(1)} = t_{STOP_2} - t_{STOP_1}$$

A aquisição de dados foi realizada de 12 de Maio de 2016 a 31 de Maio de 2016.

3 Resultados e Discussão

3.1 Análise Preliminar de Parâmetros do Decaimento do Muão

3.1.1 Alcance ($g.cm^{-2}$) em Função da Energia dos Muões Incidentes

Com o objetivo de determinar a energia máxima que os muões podem ter para parar no bloco cintilador, calculou-se numericamente a expressão para o Range Específico no detetor (R em $g.cm^{-2}$).

$$R = \int_{E_\mu}^{Mc^2} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (4)$$

A função integranda é a chamada Stopping Power ($MeV.cm^2.g^{-1}$), dada pela equação de Bethe-Bloch:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{2} \text{Log} \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \quad (5)$$

onde $K = 0.307075 MeV.cm^2$, $\frac{Z}{A} = 0.56$, $I = 78.4 eV$ (energia de excitação média), $z = 1$ (carga elétrica em unidade da carga do eletrão). $\frac{\delta}{2}$ é um factor corretivo derivado da densidade, que foi desprezado dado não estarmos perante densidades muito altas.

$$T_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + \frac{2\gamma m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2} \quad (6)$$

onde $M = 105.658 MeV/c^2$ é a massa do muão e $m_e = 0.511 MeV/c^2$.

substituindo $\beta^2 = 1 - \left(\frac{Mc^2}{E}\right)^2$ e $\gamma = \frac{E}{Mc^2}$ e após alguma manipulação algébrica, visando minimizar erros numéricos, obteve-se a expressão a integrar:

$$R = \int_{Mc^2}^{E_\mu} r(E) dE \quad (7)$$

onde $r(E)$ é:

$$r(e) = \left(K z^2 \frac{Z}{A} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{Mc^2}{E}\right)^2} \text{Log} \left(\frac{2m_e c^2 \left(1 - \left(\frac{Mc^2}{E}\right)^2\right) \left(\frac{E}{Mc^2}\right)^2}{I \left(1 + \frac{2\left(\frac{E}{Mc^2}\right)m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2\right)^{1/2}} \right) - 1 \right)^{-1} \quad (8)$$

Integrando numericamente obteve-se:

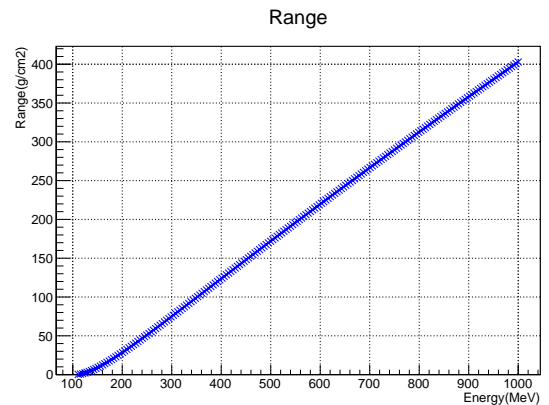


Figura 7: Range

Onde a seguir se compila alguns valores de R na gama de energias do trabalho:

Energia (MeV)	Range($g \cdot cm^{-2}$)
111.125	0.22
115.591	0.67
120.058	1.31
124.525	2.12
128.992	3.07
133.458	4.14
137.925	5.32
142.392	6.60
146.858	7.96
151.325	9.40
155.792	10.91
160.259	12.49
164.725	14.12
169.192	15.79
173.659	17.52
178.125	19.28
182.592	21.09
187.059	22.92
191.525	24.79
195.992	26.69
200.459	28.61

Tabela 1: Tabela Range até 200 MeV

Energia (MeV)	$t(\mu s)$
111.125	$2.96 \cdot 10^{-3}$
115.591	$7.13 \cdot 10^{-3}$
120.058	$1.20 \cdot 10^{-2}$
124.525	$1.73 \cdot 10^{-2}$
128.992	$2.31 \cdot 10^{-2}$
133.458	$2.91 \cdot 10^{-2}$
137.925	$3.54 \cdot 10^{-2}$
142.392	$4.18 \cdot 10^{-2}$
146.858	$4.85 \cdot 10^{-2}$
151.325	$5.53 \cdot 10^{-2}$
155.792	$6.23 \cdot 10^{-2}$
160.259	$6.93 \cdot 10^{-2}$
164.725	$7.65 \cdot 10^{-2}$
169.192	$8.37 \cdot 10^{-2}$
173.659	$9.10 \cdot 10^{-2}$
178.125	$9.83 \cdot 10^{-2}$
182.592	$1.06 \cdot 10^{-1}$
187.059	$1.13 \cdot 10^{-1}$
191.525	$1.21 \cdot 10^{-1}$
195.992	$1.28 \cdot 10^{-1}$
200.459	$1.36 \cdot 10^{-1}$

Tabela 2: Tabela T até 200 MeV

3.1.2 Tempo de Paragem (s) em Função da Energia dos Muões Incidentes

De forma a validar o setup experimental, calculou-se numericamente o tempo que o muão demora até parar no bloco, que deve ser algumas ordens de grandeza abaixo do tempo de vida média esperado. Caso contrário estamos a cometer um erro ao ter em conta um tempo extra no tempo medido que é variável com a energia do muão incidente (se fosse constante não havia problema dado as propriedades da distribuição exponencial). Este tempo é dado por:

$$T = \int_{Mc^2}^{E_\mu} \frac{1}{c\beta} \left(\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE \quad (9)$$

Sendo a expressão usada na integração numérica dada por:

$$T = \int_{Mc^2}^{E_\mu} \frac{r(E)}{c \cdot \left(1 - \left(\frac{Mc^2}{E} \right)^2 \right)^{1/2}} dE \quad (10)$$

Após a integração numérica obteve-se:

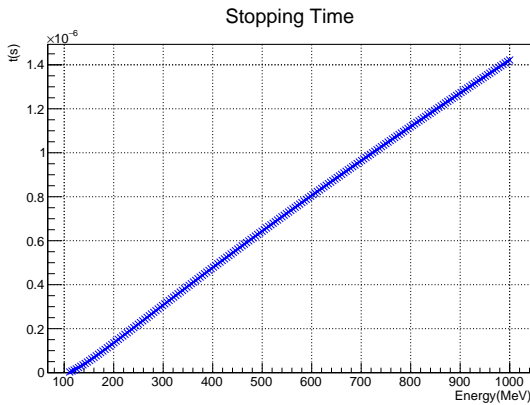


Figura 8: Stopping Time

A seguir compila-se alguns valores de T na gama de energias do trabalho:

Ou seja, para muões que param com energias iguais ou inferiores a 180 MeV, o tempo de paragem é cerca de duas (ou mais) ordens de grandeza abaixo do tempo de vida média, sendo, então, desprezável.

3.1.3 Estimativa da Taxa de Muões que Atravessam o Detector

A taxa de muões que atravessa o detector pode ser estimada uma vez conhecida a distribuição $\frac{dN}{dA \perp d\Omega dt dE} = f(E, \theta)$, integrando-a no ângulo sólido de detecção, na área do detector e em energia.

Para muões com energias elevadas, pode-se aproximar o fluxo (que contém já implícita a integração em dE) num determinado ângulo θ a $I(\theta) = 82 \cos^2(\theta) m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1}$, em que $I_0 = 82 m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot sr^{-1}$ é o fluxo de muões na vertical ($\theta = 0^\circ$). Desta forma, integrando em $dA \perp$ e $d\Omega$, podemos obter que a taxa de muões cósmicos que atravessam o detector é dada por:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\pi}{2} I_0 A = 21.6 s^{-1} \quad (11)$$

3.1.4 Simulação de Eventos e Estimativa do Intervalo de Energias Médio Detectado

Através da geometria dos detectores utilizada foi possível efectuar uma estimativa para a fracção de muões que atravessam o cintilador S1 relativamente à fracção que atravessa apenas o detector B. Dessa forma, foi possível a estimativa do intervalo de energias médio com que os muões chegam ao laboratório de forma a que parem em B (e haja uma posterior desintegração).

A geometria demonstra-se na figura 9.

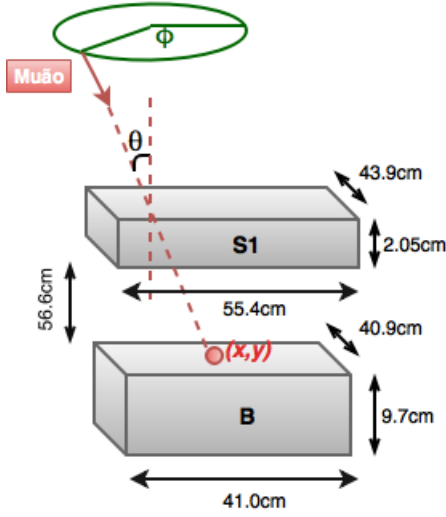


Figura 9: Geometria da simulação efectuada

O algoritmo que funcionou como base para a simulação pode ser resumido nos seguintes pontos:

- Geraram-se direcções (θ, ϕ) aleatoriamente para as trajectórias de muões. A distribuição de probabilidade utilizada para a coordenada ϕ foi uniforme, enquanto que para a coordenada θ foi proporcional a $\cos^2(\theta)$ - distribuição angular aproximada para o fluxo de muões, que implica uma maior probabilidade de haver muões que viajem na direcção normal à superfície terrestre;
- Gerou-se um ponto na superfície do bloco cintilador por cada orientação gerada - coordenadas x e y geradas dentro dos limites do comprimento e largura do bloco, com distribuição uniforme. Todas estas restrições em conjunto permitem definir uma trajectória para um muão;
- Obtiveram-se as equações para as trajectórias e verificou-se quais delas intersectavam ou não S1, contabilizando o número de eventos correspondentes a cada acontecimento.

Interpolou-se de seguida os pontos obtidos numericamente para a energia de um muão em função do alcance (secção 3.1) e com base nisso, calcularam-se as energias típicas com as quais os muões têm de chegar ao laboratório para serem parados no detector B. O primeiro passo para a realização deste cálculo foi o cálculo das distâncias médias percorridas pelos muões nos detectores nas situações em que:

1. Muão passa apenas em B;
2. Muão passa em S1 e B.

Para isso, com base no conhecimento do ângulo θ e tendo em conta a espessura dos detectores, calculou-se para cada evento simulado a distância percorrida para cada uma das situações 1 e 2. Efectuou-se então uma média entre as distâncias obtidas para todos os eventos de cada situação e, utilizando a interpolação efectuada para a energia em função do alcance, obtiveram-se as energias máximas que é necessário um muão ter ao chegar ao laboratório para parar, nas situações 1 e 2. Os valores obtidos encontram-se na tabela 3.

Através da simulação efectuada, foi também possível obter as fracções de eventos correspondentes às situações 1 e 2.

Nota-se que para estes cálculos, simulou-se um número suficientemente elevado de eventos de forma a que o erro associado a cada quantidade obtida fosse desprezável.

Situação	1	2
Fracção de eventos (%)	76	24
Distância média percorrida (cm)	6.70	10.96
Energia mínima (MeV)	105.66	123.45
Energia máxima (MeV)	142.74	155.92

Tabela 3: Resultados da simulação

Nota-se que a energia mínima para a situação 1 corresponde à massa em repouso do muão, ao contrário de para a situação 2, uma vez que há uma energia cinética mínima que o muão tem de ter para atravessar o detector S1.

Com base nas fracções de eventos e das energias obtidas, estimou-se o intervalo I típico de energia dos muões que chegam ao laboratório e param no detector, dando origem à posterior desintegração (através de médias ponderadas pelas duas situações possíveis):

$$I = [109.94, 145.94] \text{ MeV} \quad (12)$$

3.2 Análise Dos Dados Referentes a Todo o Período de Aquisição

3.2.1 Determinação do Tempo de Vida Média do Muão

Com base nos eventos obtidos ao longo de todo o período de recolha de dados, pretendeu-se efectuar um histograma de forma a obter o tempo de vida média do muão através da sua análise.

O primeiro objectivo da análise dos dados recolhidos para os tempos de vida média foi ajustar a expressão 13.

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \eta \quad (13)$$

Esta expressão corresponde à apresentada na introdução (1), com um factor η adicional. A origem deste factor prende-se com os eventos de fundo. Para perceber a origem do termo η há que definir corretamente o que se entende por "eventos de fundo": Se 2 muões passarem no detector separados de um Δt menor que a janela temporal máxima da TDC ($\Delta t_{TDC} = 64 \mu s$), então o primeiro vai corresponder a um sinal de START e o segundo a um sinal de STOP, sendo registado um evento mesmo não tendo ocorrido nenhum decaimento. Esses eventos são portanto indesejáveis e devem ser considerados no ajuste.

Ora, estes eventos podem ser modelados por uma distribuição de *Poisson* sendo que a densidade de probabilidade de dois eventos ocorrerem separados de um intervalo de tempo t é dada pela equação 14, em que r é a taxa de detecção de muões no detector.

$$f(t) = r e^{-rt} \quad (14)$$

Assim, a quantidade de eventos que ocorrem separados do intervalo de tempo Δt é proporcional a $f(\Delta t)$. Há que notar no entanto que $r \sim \frac{1}{\Delta t_r}$, em que $\Delta t_r \sim 20s$,

como verificado na estimativa efectuada. Uma vez que $\Delta t_{\text{máx}} = \Delta t_{TDC} = 64\mu\text{s}$, temos que o termo exponencial na expressão de 14 é aproximadamente constante na região correspondente a Δt_{TDC} , já que corresponde a uma curva que decai muito lentamente se considerarmos regiões temporais muito menores que o Δt_r , o que é o caso ($\Delta t_{TDC} \ll \Delta t_r$). Assim, utilizou-se a constante η como parâmetro de ajuste para modelar os eventos de fundo.

Para ajustar a expressão em questão, foi necessário primeiramente escolher o n° de *bins* (subintervalos do histograma) a utilizar. O ajuste era, no entanto, por vezes muito sensível ao número de *bins* utilizado, podendo estas divergências advir de problemas computacionais de convergência dos parâmetros de ajuste. Decidiu-se desta forma efectuar uma análise dos τ e χ^2/ndf obtidos em função do número de *bins*. Assim, obteve-se o gráfico da figura 10.

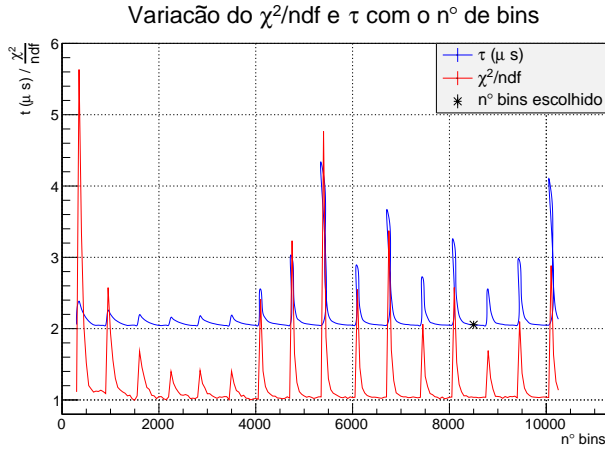


Figura 10: Estudo do τ e χ^2/ndf em função do n° de bins

Verificou-se que haviam certos intervalos de n° de bins em que se tinha χ^2/ndf mínimo e constante, estado essas regiões também associadas às menores variações de τ , em contraste com as regiões em que χ^2/ndf era elevado, nas quais o valor de τ divergia. Escolheu-se então um n° de bins de 8500, valor incluído numa das regiões convergentes - ver figura 10.

Assim, efectuou-se o ajuste deste histograma à equação 13, estando este na figura 11.

Os parâmetros de ajuste encontram-se na tabela 4.

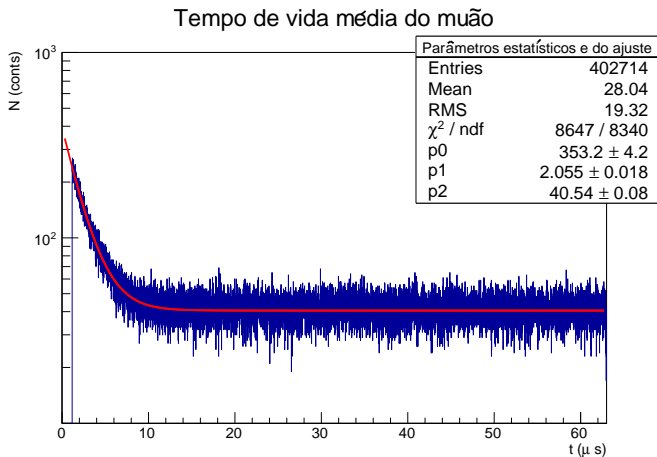


Figura 11: Ajuste para obtenção de τ

N_0 (conts.)	τ (μs)	η (conts.)	χ^2/ndf
353.2 ± 4.2	2.055 ± 0.018	40.54 ± 0.08	1.037

Tabela 4: Parâmetros de ajuste

O valor de τ obtido encontra-se abaixo do esperado teoricamente - $\tau = 2.19698\mu\text{s}$ com um erro relativo de cerca de 7σ .

3.2.2 Distinção entre os Tempos de Vida Média do Muão e Anti-Muão

Tendo em conta que a experiência não foi realizada no vácuo, o tempo de vida do muão (μ_-) será inferior ao do antimuão (μ_+) devido à ocorrência do processo concorrente ao decaimento que é referido na introdução. Assim, derivou-se uma expressão de forma a tratar os tempos de vida média τ_+ e τ_- , respetivamente, dos antimuão e muão, como parâmetros de ajuste independentes - expressão 15.

$$N(t) = N_+(t) + N_-(t) = N_0(0.56e^{\frac{-t}{\tau_+}} + 0.44e^{\frac{-t}{\tau_-}}) + \eta \quad (15)$$

Nesta expressão, é utilizado o facto de que a abundância de muões e antimuões ao nível do mar são, respetivamente, de 44% e 56% (de acordo com [5].)

Devido ao elevado número de parâmetros de ajuste - N_0 , τ_- , τ_+ e η , estes divergem facilmente. Assim, efectuou-se novamente um estudo dos parâmetros da expressão 15 em função do n° de bins, desta vez analisando τ_+ e τ_- em conjunto com o χ^2 . Os resultados encontram-se no gráfico da figura 12.

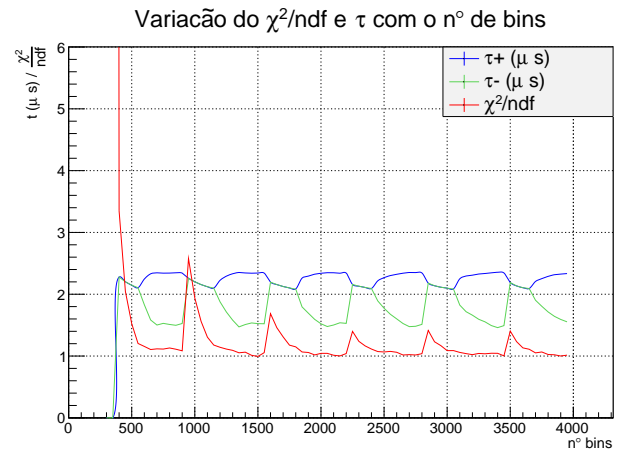


Figura 12: Estudo do τ_- , τ_+ e χ^2/ndf em função do n° de bins

Através do gráfico anterior foi possível verificar que existem regiões em que $\tau_+ = \tau_-$ devido à sobreposição das curvas e outras em que se verifica uma clara separação dos tempos de vida média. No entanto, às primeiras estão sempre associados valores de χ^2/ndf mais elevados, o que permite concluir que a expressão se ajusta melhor para as regiões em que se observa a separação entre os τ . Nota-se ainda que o facto de se ter $\tau_+ > \tau_-$ vai de encontro ao expectável teoricamente. Apesar de esta análise demonstrar a clara separação dos valores de τ_+ e τ_- , não é possível tirar conclusões rigorosas em relação aos valores exactos

devido à elevada divergência dos parâmetros com o n° de bins.

Assim, utilizou-se uma outra abordagem de forma a reduzir o n° de parâmetros de ajuste. Para isso, e uma vez que o tempo de vida do μ_- é, teoricamente, o que é afectado significativamente devido à captura muónica do carbono referida na introdução, definem-se as seguintes quantidades:

- A taxa de decaimento $\lambda = \frac{1}{\tau}$, sendo τ o tempo de vida média no vácuo - onde não existe captura muónica e, portanto, $\tau = \tau_+ = \tau_-$. Considerou-se para esta análise $\tau_+ = \tau$, independentemente do decaimento não se dar no vácuo, uma vez que teoricamente a variação do tempo de vida média do μ_+ em relação ao vácuo não é significativa. O mesmo não acontece para o μ_- ;
- A taxa de captura muónica, $\lambda_c = 0.0379\mu s^{-1}$ determinada por D.F. Measday em [3], tal que $\frac{1}{\tau_-} = \lambda_- = \lambda + \lambda_c$. Assim, à taxa de decaimento do μ_- no vácuo (λ), adiciona-se a taxa de captura muónica λ_c , de forma a incluir os processos concorrentes que ocorrem para o muão no cintilador.

Desta forma, obteve-se uma nova expressão de ajuste, com apenas 3 parâmetros - λ , N_0 e η - expressão 16.

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} (0.56 + 0.44 e^{-\lambda_c t}) + \eta \quad (16)$$

O ajuste efectuado a esta expressão encontra-se na figura 13 e os parâmetros de ajuste na tabela 5. Utilizaram-se 1500 bins.

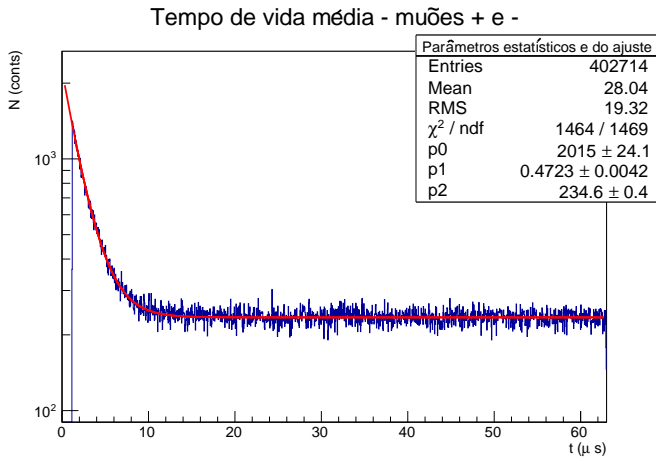


Figura 13: Ajuste para obtenção de τ_+ e τ_-

N_0 (conts.)	λ (μs^{-1})	η (conts.)	χ^2/ndf
2015 ± 24	0.4723 ± 0.0042	234.6 ± 0.4	0.997

Tabela 5: Parâmetros de Ajuste

O valor de λ obtido resulta em $\tau = 2.117 \pm 0.019\mu s$. Notou-se, logo à partida, que este valor era superior ao obtido no primeiro ajuste - $\tau = 2.055 \pm 0.018\mu s$. Neste primeiro ajuste não se tinha considerado a captura muónica e a distinguibilidade dos tempos de vida média do muão e antimuão, de forma que com essa consideração, já se obteve um valor mais próximo do teórico, ainda assim, com um erro relativo de 4%.

O valor de τ_- foi calculado a partir de $\tau_- = \frac{1}{\lambda + \lambda_c}$, tendo-se obtido $\tau_- = 1.960 \pm 0.016\mu s$.

3.3 Análise da Evolução da Taxa de Eventos com a Hora do Dia e ao longo do Período de Aquisição de Dados

Além do intervalo de tempo entre sinais também se registou a taxa de eventos, atualizando-a à medida que cada evento surgia. De notar que esta taxa é apenas relativa a eventos correspondentes a um decaimento (com dois sinais espaçados temporalmente) e não corresponderá à taxa de muões cósmicos que chegam ao detetor, calculada na secção 3.1.3, sendo apenas uma percentagem desta - correspondente à taxa de muões que chegam ao detetor com energias na gama que permite a paragem no detetor - ver secção 3.1.4.

A evolução da taxa de eventos de 13/05/2016 às 00:00h ($t=0$) até 31/05/2016 às 18:21 foi a seguinte:

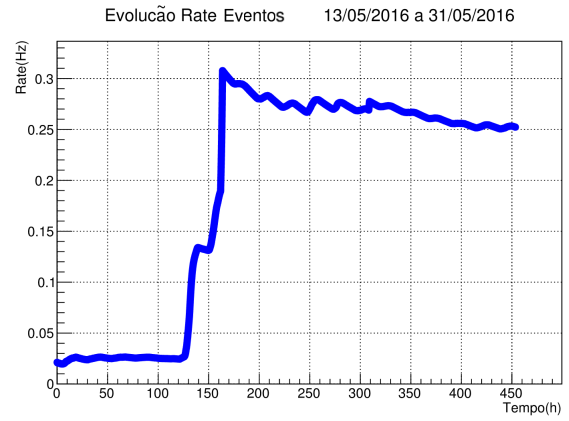


Figura 14: Evolução da taxa de Eventos em todo o Período de Aquisição - $t=0 \rightarrow 13/05/2016$ às 00:00h

Daqui se notou que algo de errado se passou. Cerca de 120h após $t=0$ (leia-se dia 18/05/2016) tivemos um pico na taxa de eventos, convergindo depois para outro patamar muito superior. Para ver melhor o problema fez-se um gráfico das contagens:

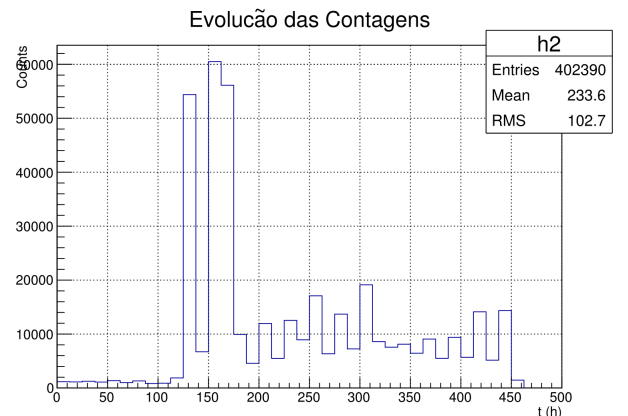


Figura 15: Evolução das contagens de Eventos em todo o Período de Aquisição - $t=0 \rightarrow 13/05/2016$ às 00:00h

Aqui notou-se claramente que algo não físico se passou, pois não se encontra explicação para uma subida tão abrupta no número de contagens de eventos. Conclui-se que deve ter havido um problema de electrónica e que os dados a partir desta data não são confiáveis. Realizou-se então uma análise apenas com dados entre 13/05/2016 e 18/05/2016.

A evolução da taxa de eventos 13/05/2016 às 00:00h ($t=0$) até 18/05/2016 às 00:00h foi a seguinte:

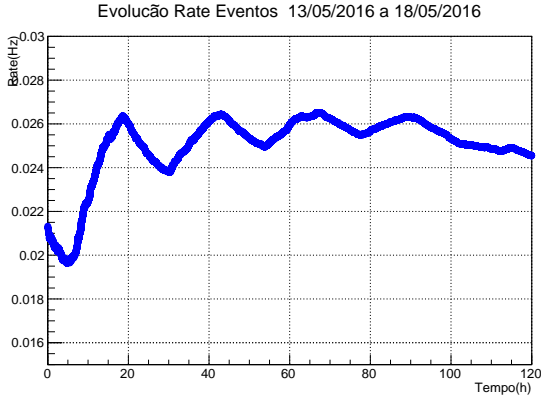


Figura 16: Evolução da taxa de Eventos de $t=0 \rightarrow$ 13/05/2016 às 00:00h até 18/05/2016 às 00:00h

Sendo a evolução do número de contagens:

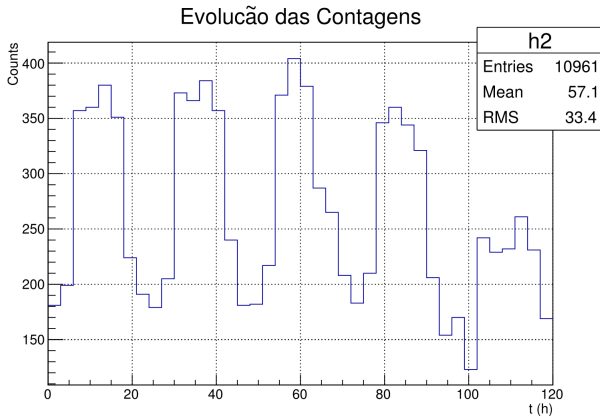


Figura 17: Evolução das contagens de Eventos de $t=0 \rightarrow$ 13/05/2016 às 00:00h até 18/05/2016 às 00:00h

Aqui verificou-se um perfil sinusoidal evidente, sendo que a taxa oscila em torno de um valor médio (cerca de $0.024s^{-1}$) e é menor durante a noite (entre as 20h e as 5h de cada dia) o que está de acordo com outros artigos [4]. Esta taxa é aproximadamente 0.1% da taxa de muões que chegam ao detetor prevista teoricamente.

Visto ter-se verificado que apenas parte dos dados utilizados eram confiáveis, foi imperativo determinar novamente o tempo de vida do muão, de forma a verificar se a discrepância entre os dados obtidos na análise anterior e os valores esperados teoricamente se justificava pela não validade de parte dos dados utilizados.

3.4 Análise dos Dados na Região com Taxa de Eventos Razoável

Com base no conjunto de dados seleccionados no decorrer da secção anterior, efectuou-se novamente toda a análise já desenvolvida anteriormente para o conjunto total de dados, agora para o conjunto seleccionado.

3.4.1 Determinação do Tempo de Vida Média do Muão

Efectuou-se novamente o ajuste à expressão 13, demonstrado na figura 18, estando os parâmetros de ajuste na tabela 6.

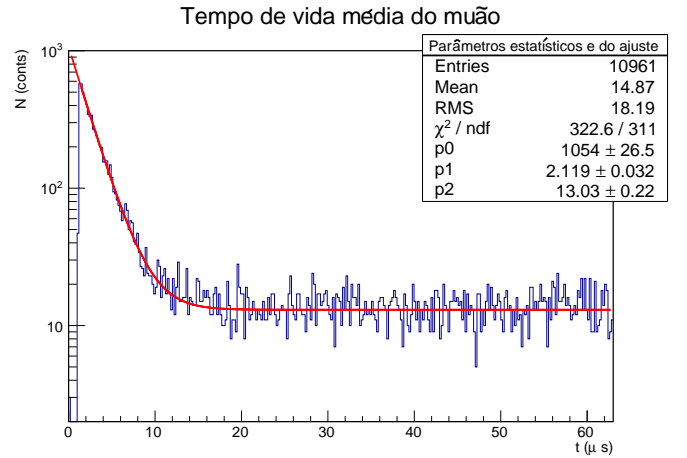


Figura 18: Ajuste para obtenção de τ

N_0 (conts.)	τ (μs)	η (conts.)	χ^2/ndf
1054 ± 27	2.119 ± 0.032	13.03 ± 0.22	1.037

Tabela 6: Parâmetros de ajuste

O valor obtido para τ foi significativamente maior que o obtido na análise anterior, apesar de não estar de acordo com o teórico. No entanto, tendo em conta o facto já conhecido de que o μ_- tem um tempo de vida média menor devido à captura muónica, é natural que o valor obtido sem consideração da diferença entre τ_+ e τ_- seja inferior ao teórico (que é obtido para o vácuo). Assim, foi necessário realizar a análise mais refinada para o muão e antimuão.

3.4.2 Distinção entre os Tempos de Vida Média do Muão e Anti-muão

Começando por testar a expressão 15 e a variação dos seus parâmetros relativamente ao n° de bins considerado aquando do ajuste a esta expressão, efectuou-se o gráfico da figura 19.

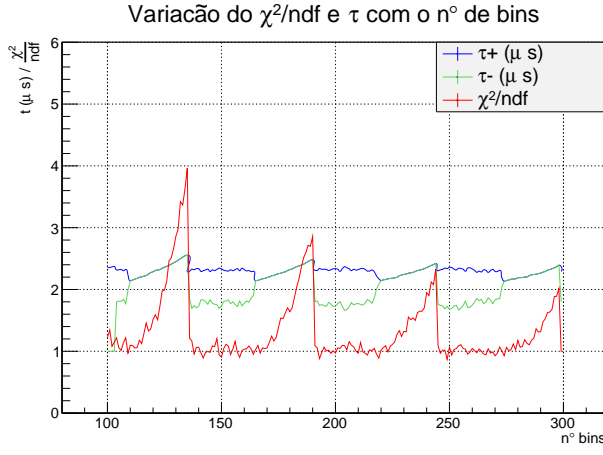


Figura 19: Estudo do τ_- , τ_+ e χ^2/ndf em função do nº de bins

Mais uma vez, notou-se que apesar da elevada divergência dos parâmetros, as regiões em que $\tau_+ \neq \tau_-$ correspondem a χ^2/ndf menores. Nessas regiões de separação, temos que $\tau_- \sim 1.8\mu s$ e $\tau_+ \sim 2.3\mu s$.

A forte divergência dos parâmetros não permitiu tirar, no entanto, conclusões rigorosas, de forma que se partiu para a análise dos dados através da expressão 16. Assim, obteve-se o ajuste da figura 20, estando os parâmetros de ajuste na tabela 7.

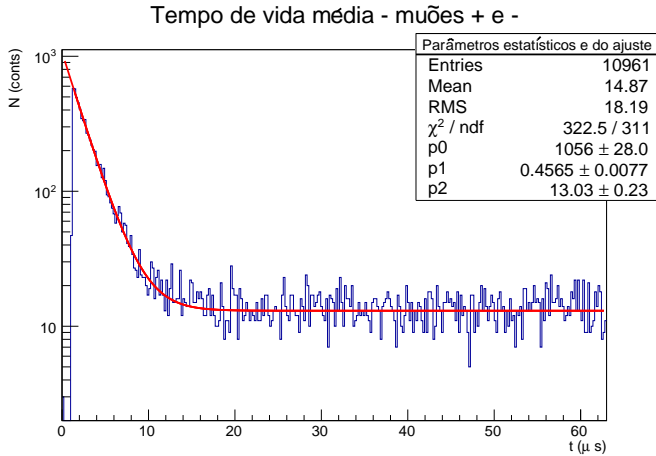


Figura 20: Ajuste para obtenção de τ_+ e τ_-

N_0 (conts.)	λ (μs^{-1})	η (conts.)	χ^2/ndf
1056 ± 28	0.4565 ± 0.0077	13.03 ± 0.23	1.037

Tabela 7: Parâmetros de ajuste

Os tempos de vida média obtidos a partir de λ e λ_c encontram-se na tabela 8

$\tau = \tau_+ (\mu s)$	$\tau_- (\mu s)$
2.191 ± 0.038	2.023 ± 0.032

Tabela 8: Valores de τ_+ e τ_- finais

O valor de τ obtido encontra-se concordante com o teórico, $\tau = 2.197 \mu s$, o que confirmou a validade do modelo utilizado.

Confirmaram-se também os problemas eletrónicos dos quais se suspeitaram, tendo estes afectado os resultados obtidos para o conjunto de todos os dados recolhidos que incluíam os dados não confiáveis. Estes, apesar de serem muitos mais, apresentaram desvios significativos em relação ao expectável teoricamente. Consideram-se então os resultados finais como sendo os presentes nesta secção.

3.5 Cálculo da constante de acoplamento e do v.e.v do campo de Higgs

Como explicado na introdução, é possível o cálculo da constante de acoplamento de Fermi a partir o tempo de vida média do múon. Usando $\tau = 2.191 \pm 0.038 \mu s$, vem que:

$$\frac{G_F}{(\hbar c)^3} = (1.165 \pm 0.021) \times 10^{-5} GeV^{-2} \quad (17)$$

A partir deste resultado, podemos obter o valor de expectação de vácuo do campo de Higgs: $(\hbar c)^{\frac{3}{2}} v = 246.32 \pm 2.25 GeV$.

Ambos os resultados obtidos cobrem os valores tabelados pelo Particle Data Group [2].

4 Conclusão

Primeiramente, foram efectuadas estimativas e análises numéricas relativamente ao sistema físico em questão, passando pela estimativa da taxa de múões que atravessam o detector, cerca de $20 s^{-1}$, e culminando na estimativa da gama de energia média dos múões detetados (109.94 MeV a 145.94 MeV), o que nos permitiu determinar que o tempo máximo previsto de paragem dos múões no detector é tipicamente $4.523 \cdot 10^{-2} \mu s$ - uma ordem de grandeza desprezável face ao tempo de vida do múon, não interferindo assim nesse cálculo.

De seguida prosseguiu-se à análise experimental incidente na determinação do tempo de vida do múon. Inicialmente, usou-se todo o conjunto de dados disponível. Para um modelo inicial mais simplista ajustando apenas uma distribuição exponencial, típica dos fenómenos de decaimento, em conjunto com um termo constante que modela os eventos de fundo, obteve-se $\tau = 2.055 \pm 0.018 \mu s$, com um desvio de 7σ ao valor teórico $\tau = 2.197 \mu s$. De forma a melhorar este resultado, ajustaram-se os dados a um modelo mais realista, tendo em conta as abundâncias relativas do múon e anti-múon bem como a captura múónica realizada pelo μ_- . Com este modelo obteve-se um valor mais aproximado do teórico - $\tau = 2.12 \pm 0.02 \mu s$, mas ainda assim, não o cobrindo.

Posto isto, fez-se um estudo das taxas de eventos obtidas ao longo dos vários dias de aquisição. Deste estudo concluiu-se não só que a taxa de múões é superior durante as horas de sol, como também que existe um aumento abrupto do número de eventos a determinada altura, provavelmente resultante de um problema de electrónica. Por este motivo foi necessário repetir toda a análise anterior contabilizando apenas os eventos registados antes deste problema de forma a verificar se as discrepâncias dos resultados obtidos em relação aos valores teóricos daí advinham.

A nova determinação do tempo de vida média do múon, restringindo os dados à região com taxas razoáveis, resultou

em valores muito mais próximos do valor teórico. Ajustando apenas a exponencial simples obteve-se $\tau = 2.119 \pm 0.032 \mu s$, enquanto para a expressão com duas exponenciais : Para o μ_- , tendo em conta a captura muónica obtém-se $\tau_- = 2.023 \pm 0.032 \mu s$; Para o μ_+ , $\tau_+ = \tau = 2.191 \pm 0.038 \mu s$, com um desvio de 0.16σ , cobrindo este último o valor teórico para o tempo de vida média no vácuo e demonstrando efectivamente que o tempo de vida média do anti-muão não é significativamente afectado pelo material do cintilador.

Infere-se, finalmente, que os resultados foram satisfatórios dentro do expectável teoricamente, o que valida as hipóteses consideradas, nomeadamente as hipóteses de que a ocorrência do processo de captura muónica em conjunto com o processo de desintegração para o μ_- resultam na redução do seu tempo de vida média, e de que é essa a razão que o valor obtido quando se considera $\tau = \tau_- = \tau_+$ se encontrar abaixo do previsto teoricamente.

Sugere-se a aquisição futura de um maior conjunto de dados de forma a obter com maior precisão os parâmetros estudados, verificando se esses dados são confiáveis com base na observação regular das taxas de contagem medidas.

Por último, queremos deixar um agradecimento ao professor Fernando Barão, pela disponibilidade e paciência demonstrada a responder às nossas dúvidas e a discutir abordagens, mesmo no fim-de-semana!

Referências

- [1] IST, Professor Fernando Barão, *Guia Experimental e Slides*
- [2] Particle Data Group, *Particle Physics Booklet*
- [3] University of British Columbia, D.F. Measday, *The Nuclear Physics of Muon Capture*
- [4] University of Notre Dame, J. P Oirier , T. C Atanach, *Periodic Variations in Muon Flux at Project GRAND*
- [5] Princeton University, C. Galbiati et al, *Measuring the Cosmic Ray Muon-Induced Fast Neutron Spectrum by (n,p) Isotope Production Reactions in Underground Detectors*