

# 1 Verificação do *timing* do espectrómetro

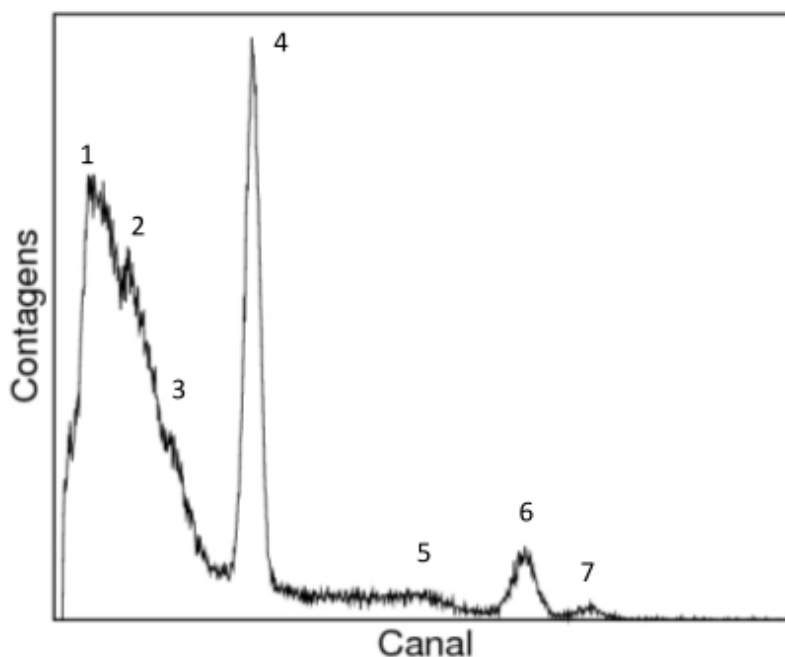
Esta verificação foi realizada utilizando o *pulser* que nos permite através da emissão de impulsos eléctricos simular o sinal fornecido pelos detectores quando expostos à fonte radioactiva.

Apesar da simetria tanto em termos de montagem como de ligações, existe um atraso entre os dois detectores. Este atraso, da ordem dos nanosegundos, devido à electrónica da montagem, foi compensado com a definição da janela de abertura temporal de  $6\mu s$ .

## 2 Regulação dos limiares $V_1$ e $V_2$ de cada um dos dois analisadores monocanal

Para definir os limites superior e inferior de cada um dos analisadores com o objectivo de isolar o pico de aniquilação de 511 KeV foi em primeiro lugar obtido o espectro da fonte  $^{22}\text{Na}$ .

(Desenhar à mão algo deste género)



Por análise do espectro foi realizada a identificação de cada um dos picos/regiões:

- 1 - Corrente negra gerada pela emissão de electrões apenas devido ao efeito termoiónico existente nos dínodos.

- 2 - Picos de retrodifusão relativos aos picos de absorção total 4 e 6. A retrodifusão relativa ao pico 4 é mais proeminente, exibindo um pico com maior área, já a relativa ao pico 6 é mais subtil. Foi observado um  $\Delta\text{Canal}$  de  $\approx 24$  Canais entre ambos.

- 3 - Região do joelho de Compton que termina o respectivo Patamar de Compton do pico 4.

- 4 - Pico de Absorção total relativo ao processo de Aniquilação - 511 KeV.
- 5 - Região do Joelho de Compton que termina o respectivo Patamar de Compton do pico 6.
- 6 - Pico de Absorção total relativo ao  $\gamma$  que é libertado aquando da desexcitação do metaestado do  $^{22}\text{Na}$  para o estado fundamental  $^{22}\text{Ne}$ .
- 7 - Pico relativo ao potássio da radiação ambiente.

Sendo a zona de trabalho definida com base no pico relativo ao processo de aniquilação  $\beta^+ + \beta^- \rightarrow \gamma$ , foram recolhidos os valores fornecidos pelo *software* para ambos os detectores A e B:

Detector	Centróide (Ch)	ROI NET (Ch·Ct)	ROI INT (Ch·Ct)	FWHM (Ch)	Canal	
					Inf	Sup
A	302,61±0,08	40789 ±419	51553 ±227	26,31	266	334
B	251,14±0,09	21988±333	28405±169	22,64	205	281

A conversão dos limites superior e inferior em canal para valores limiares de  $V_1$  e  $V_2$  foi feita ajustando o valor do pulser de forma a ser compatível com os valores de canal obtidos anteriormente e, de seguida, ajustando o respectivo limite da janela de forma a obtê-la com maior range possível. Desta conversão resultaram os limites:

Detector	Limite	Canal	$\Delta$ Canal	Pulser (V)	$\Delta V$
A	LL	266	68	2,21	0,69
	UL	334		2,90	
B	LL	205	76	1,86	0,70
	UL	281		2,56	

### 3 Obtenção da distribuição angular dos dois $\gamma$ de aniquilação do processo $\beta^+ + \beta^- \rightarrow \gamma\gamma$

A recolha dos valores de contagens obtidos para diferentes ângulos encontram-se apresentados na tabela abaixo:

$t_{aq}$ (s)	$\theta(^{\circ})$	$N_A(\text{Ct})$	$N_B(\text{Ct})$	$N_C$ (Ct)	$N_{A_{corr}}$ (Ct)	$N_{B_{corr}}$ (Ct)	$N_{C_{fort}}$ (Ct)	$N_{C_{corr}}$ (Ct)
120	-20	10600 $\pm$ 102	10996 $\pm$ 104	34,0 $\pm$ 5,8	8386 $\pm$ 124	8511 $\pm$ 160	11,66 $\pm$ 0,16	22,3 $\pm$ 5,8
90	-15	8016 $\pm$ 89	8252 $\pm$ 91	115 $\pm$ 11	6342 $\pm$ 100	6388 $\pm$ 125	8,82 $\pm$ 0,14	106 $\pm$ 11
60	-12	5178 $\pm$ 72	5432 $\pm$ 74	334 $\pm$ 18	4097 $\pm$ 73	4205 $\pm$ 89	5,61 $\pm$ 0,11	328 $\pm$ 18
30	-10	2667 $\pm$ 52	2739 $\pm$ 52	282 $\pm$ 17	2110 $\pm$ 47	2120 $\pm$ 53	2,922 $\pm$ 0,079	279 $\pm$ 17
30	-9	2611 $\pm$ 51	2763 $\pm$ 53	363 $\pm$ 19	2066 $\pm$ 47	2139 $\pm$ 54	2,885 $\pm$ 0,079	360 $\pm$ 19
30	-8	2670 $\pm$ 52	2696 $\pm$ 52	396 $\pm$ 20	2113 $\pm$ 47	2087 $\pm$ 53	2,879 $\pm$ 0,079	393 $\pm$ 20
30	-7	2561 $\pm$ 51	2677 $\pm$ 52	501 $\pm$ 22	2026 $\pm$ 46	2072 $\pm$ 52	2,742 $\pm$ 0,076	498 $\pm$ 22
30	-6	2555 $\pm$ 50	2637 $\pm$ 51	568 $\pm$ 24	2022 $\pm$ 46	2041 $\pm$ 52	2,695 $\pm$ 0,075	565 $\pm$ 23
30	-5	2584 $\pm$ 51	2696 $\pm$ 52	624 $\pm$ 25	2044 $\pm$ 46	2087 $\pm$ 53	2,787 $\pm$ 0,077	621 $\pm$ 25
30	-4	2614 $\pm$ 51	2673 $\pm$ 52	669 $\pm$ 26	2068 $\pm$ 47	2069 $\pm$ 52	2,795 $\pm$ 0,077	666 $\pm$ 26
30	-3	2716 $\pm$ 52	2766 $\pm$ 53	839 $\pm$ 29	2149 $\pm$ 48	2141 $\pm$ 54	3,005 $\pm$ 0,081	836 $\pm$ 29
30	-2	2660 $\pm$ 52	2707 $\pm$ 52	845 $\pm$ 29	2104 $\pm$ 47	2095 $\pm$ 53	2,880 $\pm$ 0,079	842 $\pm$ 29
30	-1	2666 $\pm$ 52	2705 $\pm$ 52	916 $\pm$ 30	2109 $\pm$ 47	2094 $\pm$ 53	2,885 $\pm$ 0,079	913 $\pm$ 30
30	0	2504 $\pm$ 50	2673 $\pm$ 52	896 $\pm$ 30	1981 $\pm$ 45	2069 $\pm$ 52	2,677 $\pm$ 0,074	893 $\pm$ 30
30	1	2604 $\pm$ 51	2749 $\pm$ 52	890 $\pm$ 30	2060 $\pm$ 46	2128 $\pm$ 53	2,863 $\pm$ 0,078	887 $\pm$ 30
30	2	2588 $\pm$ 51	2737 $\pm$ 52	820 $\pm$ 29	2048 $\pm$ 46	2119 $\pm$ 53	2,833 $\pm$ 0,078	817 $\pm$ 29
30	3	2641 $\pm$ 51	2753 $\pm$ 52	817 $\pm$ 28	2089 $\pm$ 46	2131 $\pm$ 53	2,908 $\pm$ 0,079	814 $\pm$ 29
30	4	2571 $\pm$ 51	2683 $\pm$ 52	674 $\pm$ 26	2034 $\pm$ 46	2077 $\pm$ 52	2,759 $\pm$ 0,076	671 $\pm$ 26
30	5	2704 $\pm$ 52	2741 $\pm$ 52	615 $\pm$ 25	2139 $\pm$ 48	2122 $\pm$ 53	2,965 $\pm$ 0,080	612 $\pm$ 25
30	6	2566 $\pm$ 51	2760 $\pm$ 53	525 $\pm$ 23	2030 $\pm$ 46	2136 $\pm$ 54	2,833 $\pm$ 0,078	522 $\pm$ 23
30	7	2594 $\pm$ 51	2706 $\pm$ 52	460 $\pm$ 21	2052 $\pm$ 46	2095 $\pm$ 53	2,808 $\pm$ 0,077	457 $\pm$ 21
30	8	2567 $\pm$ 51	2737 $\pm$ 52	410 $\pm$ 20	2031 $\pm$ 46	2119 $\pm$ 53	2,810 $\pm$ 0,077	407 $\pm$ 20
30	9	2568 $\pm$ 51	2611 $\pm$ 51	289 $\pm$ 17	2032 $\pm$ 46	2021 $\pm$ 51	2,682 $\pm$ 0,074	286 $\pm$ 17
30	10	2640 $\pm$ 51	2643 $\pm$ 51	268 $\pm$ 16	2089 $\pm$ 47	2046 $\pm$ 52	2,791 $\pm$ 0,077	265 $\pm$ 16
60	12	5265 $\pm$ 73	5455 $\pm$ 74	433 $\pm$ 21	4166 $\pm$ 74	4223 $\pm$ 89	5,74 $\pm$ 0,11	427 $\pm$ 21
90	15	7774 $\pm$ 88	8253 $\pm$ 91	87,0 $\pm$ 9,3	6151 $\pm$ 98	6389 $\pm$ 126	8,55 $\pm$ 0,14	78,4 $\pm$ 9,3
120	20	10598 $\pm$ 103	11030 $\pm$ 105	22,0 $\pm$ 4,7	8385 $\pm$ 124	8538 $\pm$ 161	12,69 $\pm$ 0,16	10,3 $\pm$ 4,7

Os valores apresentados de  $N_A$ ,  $N_B$  e  $N_C$  representam as contagens obtidas pelos detectores A, B e C (coincidências), e são os valores recolhidos directamente dos contadores.

$N_{A_{corrigido}}$  e  $N_{B_{corrigido}}$  foram obtidos após aplicação de um factor correctivo associado às contagens com ruído. Os valores resultaram assim da expressão:

$$N_{i_{corrigido}} = N_i \times N_{i_s/Ruido} \quad i = A, B \quad (1)$$

Onde a  $N_{i_s/Ruido}$  foram obtidas através de:

$$N_{i_s/Ruido} = \frac{ROI_{NET}}{ROI_{INT}} \quad (2)$$

Onde os valores de ROI NET e ROI INT utilizados são os presentes na Tabela 1, sendo obtidas as  $\%N_{i_s/Ruido}$ :

Detector	$\%N_{i_s/Ruido}$
A	79,12 $\pm$ 0,88
B	77,41 $\pm$ 1,26

É assim um factor de correcção associado ao detector.

Por sua vez, os valores apresentados de  $N_{C_{\text{corrigido}}}$  foram obtidos após aplicação de um factor de correcção associado às contagens de coincidências fortuitas.

O valor de contagens relativas às coincidências fortuitas é obtido através da expressão:

$$N_{C_{\text{fort}}} = 2N_A N_B \frac{\tau}{\Delta t} \quad (3)$$

Com  $\tau=6\mu s$ .

Subtraindo esta quantidade às contagens obtidas por  $N_C$  obtemos:

$$N_{C_{\text{corrigido}}} = N_C - N_{C_{\text{fort}}} \quad (4)$$

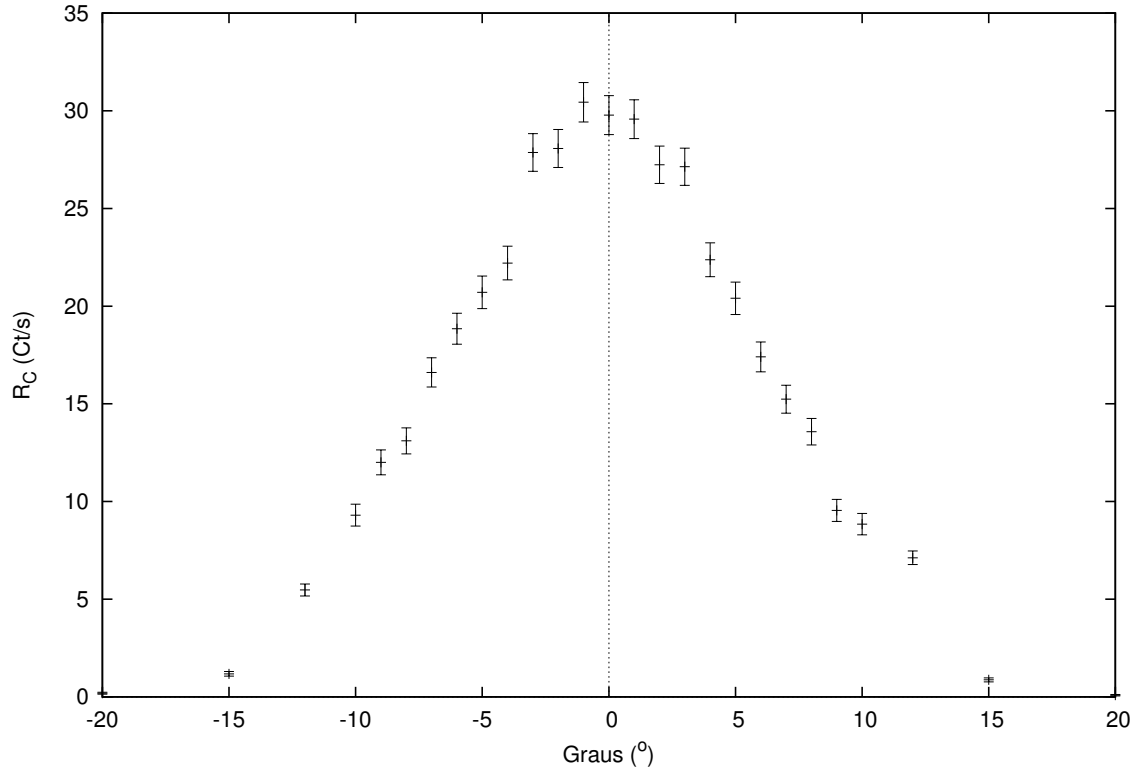
Por fim, uma vez que para os ângulos de  $12^\circ$ ,  $15^\circ$  e  $20^\circ$  foram necessários tempos de aquisição mais longos, as contagens foram normalizadas obtendo-se como resultado as taxas  $R_A$ ,  $R_B$  e  $R_C$  através da expressão:

$$R_i = \frac{N_i}{\Delta t} \quad i = A, B, C \quad (5)$$

Tendo sido obtidos os valores:

$t_{aq}$ (s)	$\theta(^{\circ})$	$R_A(\text{Ct/s})$	$R_B(\text{Ct/s})$	$R_C(\text{Ct/s})$
120	-20	$69,9 \pm 1,0$	$70,9 \pm 1,3$	$0,186 \pm 0,049$
90	-15	$70,5 \pm 1,1$	$70,9 \pm 1,4$	$1,18 \pm 0,12$
60	-12	$68,3 \pm 1,2$	$70,1 \pm 1,5$	$5,47 \pm 0,30$
30	-10	$70,3 \pm 1,6$	$70,7 \pm 1,8$	$9,30 \pm 0,56$
30	-9	$68,9 \pm 1,5$	$71,3 \pm 1,8$	$12,00 \pm 0,64$
30	-8	$70,4 \pm 1,6$	$69,1 \pm 1,7$	$13,10 \pm 0,66$
30	-7	$67,5 \pm 1,5$	$69,1 \pm 1,7$	$16,61 \pm 0,75$
30	-6	$67,4 \pm 1,5$	$68,0 \pm 1,7$	$18,84 \pm 0,79$
30	-5	$68,1 \pm 1,5$	$69,6 \pm 1,8$	$20,71 \pm 0,83$
30	-4	$68,9 \pm 1,6$	$68,9 \pm 1,7$	$22,21 \pm 0,86$
30	-3	$71,6 \pm 1,6$	$71,4 \pm 1,8$	$27,87 \pm 0,96$
30	-2	$70,2 \pm 1,6$	$69,8 \pm 1,8$	$28,07 \pm 0,97$
30	-1	$70,3 \pm 1,6$	$69,8 \pm 1,8$	$30,4 \pm 1,1$
30	0	$66,0 \pm 1,5$	$68,9 \pm 1,7$	$29,78 \pm 0,99$
30	1	$68,7 \pm 1,5$	$70,9 \pm 1,8$	$29,67 \pm 0,99$
30	2	$68,3 \pm 1,5$	$70,6 \pm 1,8$	$27,24 \pm 0,95$
30	3	$69,7 \pm 1,6$	$71,0 \pm 1,8$	$27,14 \pm 0,95$
30	4	$67,8 \pm 1,5$	$69,2 \pm 1,7$	$22,37 \pm 0,87$
30	5	$71,3 \pm 1,6$	$70,7 \pm 1,8$	$20,40 \pm 0,83$
30	6	$67,7 \pm 1,5$	$71,2 \pm 1,8$	$17,41 \pm 0,76$
30	7	$68,4 \pm 1,5$	$69,8 \pm 1,8$	$15,24 \pm 0,71$
30	8	$67,7 \pm 1,5$	$70,6 \pm 1,8$	$13,57 \pm 0,67$
30	9	$67,7 \pm 1,5$	$67,4 \pm 1,7$	$9,54 \pm 0,57$
30	10	$69,6 \pm 1,6$	$68,2 \pm 1,7$	$8,84 \pm 0,55$
60	12	$69,4 \pm 1,2$	$70,4 \pm 1,5$	$7,12 \pm 0,35$
90	15	$68,3 \pm 1,1$	$70,9 \pm 1,4$	$0,87 \pm 0,10$
120	20	$69,9 \pm 1,0$	$71,2 \pm 1,3$	$0,086 \pm 0,039$

De seguida foi feita uma análise da taxa de contagens de coincidências  $R_C$  em função do ângulo  $\theta$ . O gráfico obtido para esta relação encontra-se apresentado abaixo:



Como é possível verificar pelo gráfico apresentado, estamos perante uma distribuição que visualmente se aproxima de uma distribuição normal. Foram assim analisados os 4 momentos - Média, Variância, Assimetria e Curtose - de forma a podermos realizar uma análise mais específica da curva obtida.

Média	Variância	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
-0,077	29,945	5,472	0,017	2,579

Por análise dos momentos calculados, concluímos que os valores não seguem uma distribuição gaussiana.

O primeiro momento – média – é negativo, tal como seria de prever pelo gráfico, uma vez que o pico está deslocado para a esquerda, não se encontrando verdadeiramente nos  $0^{\circ}$ . Tal indicia um ligeiro desalinhamento/assimetria da montagem experimental.

O terceiro momento – assimetria – por ser não nulo, indicia também que a distribuição não é uma gaussiana. Note-se, no entanto, que este valor é próximo de zero (0.0165).

Por fim temos o quarto momento cujo valor, caso se tratasse de uma gaussiana, seria de 3. O facto de ter sido obtido um valor inferior revela que a curva obtida apresenta um achatamento relativamente à distribuição normal. Este achatamento que teoricamente não deveria existir, revela que para ângulos imediatamente a seguir e imediatamente antes de  $0^{\circ}$  os valores de contagens obtidos são muito semelhantes em vez de se obter automaticamente um decréscimo.

## 4 Eficiência

Tendo-se verificado que as contagens apresentadas para as coincidências,  $N_C$ , são muito inferiores às apresentadas pelos detectores A e B, foi calculada a eficiência do fotopico.

Considerando que a contagem proveniente do detector A é um acontecimento independente da contagem apresentada pelo detector B:

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

e da mesma forma:

$$P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Obtemos assim para a eficiência de cada um dos detectores:

$$\varepsilon_A = \frac{N_C}{N_B}$$
$$\varepsilon_B = \frac{N_C}{N_A}$$

Foram assim obtidos os valores de eficiência:

Detector	Eficiência (%)
A	43,2±1,8
B	45,1±1,8

## Fórmulas de Erros

### Ponto 2

$$\sigma_{centroide}^2 = \frac{FWHM}{2\sqrt{2 \times \ln(2) \times ROIINT}}$$

### Ponto 3

$$\sigma_{N_{i_{corr}}}^2 = N_i^2 \sigma_{N_{i_s/Ruido}}^2 + N_{i_s/Ruido}^2 \sigma_{N_i}^2$$

$$\sigma_{N_{s/Ruido}}^2 = \left( \frac{\sigma_{ROI\,NET}}{ROI\,NET} \right)^2 + \frac{(ROI\,NET)^2}{(ROI\,INT)^4} \sigma_{ROI\,INT}^2$$

$$\sigma_{N_{Ccorr}}^2 = \sigma_{N_C}^2 + \sigma_{N_{C_{tot}}}^2$$

$$\sigma_{R_i}^2 = \left( \frac{\sigma_{N_i}}{\Delta t} \right)^2$$

## Ponto 4

$$\sigma_{\varepsilon_A}^2 = \left( \frac{\sigma_{N_C}}{N_B} \right)^2 + \frac{N_C^2}{N_B^4} \sigma_{N_B}^2$$

$$\sigma_{\varepsilon_B}^2 = \left( \frac{\sigma_{N_C}}{N_A} \right)^2 + \frac{N_C^2}{N_A^4} \sigma_{N_A}^2$$