

Problema 1

Um reservatório a pressão elevada p_0 em relação à pressão exterior p_{ext} é constituído por chapas rebizadas. As chapas tem furos biselados, como se representa na figura 1, podendo o chanfro estar virado para dentro (a) ou para fora (b). Assuma que o escoamento é unidimensional em todas as secções.

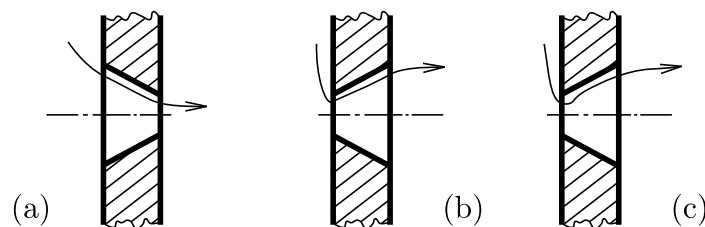


Figura 1: Furos idênticos na chapa de um reservatório pressurizado. (a) Bisel virado para dentro do reservatório; (b) bisel virado para fora; (c) *vena contracta*, com redução da área efectiva da garganta.

1. No caso de o rebite saltar e o furo ficar aberto, qual das duas configurações (a) e (b) da figura 1 deixa escapar um caudal mássico maior?
2. Em quais das geometrias (a) e (b) pode existir uma onda de choque?
3. Considere que a curvatura das linhas de corrente, no caso de o bisel estar virado para fora, reduz a área efectiva mínima do escoamento, como se sugere na figura 1-c. Em que condições o caudal escoado nesta configuração (c) é igual ao da configuração (a)?
4. Calcule o caudal mássico para as chapas (a) e (b), para o caso $p_0 = 4 \times 10^5$ Pa, $T_0 = 300$ K, $p_{ext} = 10^5$ Pa, área mínima dos furos $A_1 = 10^{-4}$ m², área da secção mais larga $A_2 = 4 \times 10^{-4}$ m².
5. Calcule a área da secção onde se dá uma onda de choque, nas condições da alínea anterior, nalguma das configurações.

Soluções:

(1) A configuração (a) restringe mais o caudal que a configuração (b), excepto se o escoamento for crítico na garganta nas duas configurações, caso em que o caudal é o mesmo em ambas. (2) Só pode haver onda de choque nas geometrias (b) e (c). (3) O caudal é sempre diferente. (4) O caudal é $\dot{m} = 0,093326$ kg/m³ em ambos os casos. (5) Na configuração (b) o escoamento chega supersónico à saída, com $M_2 = 2,94018$. Se houvesse uma onda de choque nessa secção a pressão de saída seria $p_2 = 1,33290 \times 10^5$ Pa, que é superior à pressão exterior, o que não é estável. Portanto, só ocorrem ondas de choque oblíquas, já fora da instalação.

Problema 2

Analise os vários estágios do escoamento numa tubeira convergente e numa tubeira convergente-divergente situadas entre um reservatório pressurizado e um reservatório inicialmente a baixa pressão, que se pretende encher. Qual das duas tubeiras proporciona um menor tempo de enchimento? Admita que a área da garganta das duas tubeiras é idêntica e que a pressão inicial do reservatório de baixa pressão é quase nula.

Solução:

Enquanto a pressão do reservatório de baixa pressão for inferior à pressão crítica, o caudal está controlado na garganta e é igual nas duas tubeiras. A partir do momento em que o reservatório de baixa pressão está acima da pressão crítica, a partir divergente da instalação permite alguma recuperação de pressão desde a garganta até à saída e portanto proporciona um caudal mássico maior.

Problema 3

Um reservatório de metano (CH_4), inicialmente à pressão de $p_{00} = 3,9 \times 10^5$ Pa é à temperatura de $T_{00} = 300$ K, descarrega para uma atmosfera a cerca de $p_a = 10^5$ Pa através de um orifício com $d = 0,254$ m de diâmetro (10 polegadas). O reservatório tem um volume constante de 1000 m^3 . O atrito é desprezável em toda a instalação, trate o escoamento como adiabático. A constante de gás perfeito do metano é $R = 518,27 \text{ J/(kg K)}$, a razão de calores específicos é $\gamma = 1,2987$.

1. Relacione a pressão e a temperatura no reservatório com o caudal mássico escoado, \dot{m} .
2. Escreva uma equação para o caudal mássico \dot{m} de metano em função da pressão e da temperatura no reservatório, válida para a gama de pressões e temperaturas em que o escoamento está controlado na secção de saída.
3. Escreva a equação correspondente para o caudal mássico de metano quando o escoamento já não está controlado na secção de saída.
4. Programe o sistema de equações anteriores para fazer a integração progressiva no tempo.

Sugestão para a integração progressiva: Conhecida a pressão e a temperatura do reservatório num dado instante t , calcule o caudal mássico escoado. Com base nesse caudal mássico, determine a pressão e a temperatura do reservatório num instante sucessivo $t + \delta t$. Verifique se o passo temporal δt é suficientemente pequeno para que o erro da integração progressiva não comprometa significativamente a evolução da pressão.

Solução:

(1) Um balanço de massa relaciona a variação de massa volúmica com o caudal mássico escoado, \dot{m} . Numa expansão isentrópica, a razão de pressão e a razão de temperatura relacionam-se directamente com a razão de massa volúmica: $(p_1/p_0) = (\rho_1/\rho_0)^\gamma$ e $(T_1/T_0) = (\rho_1/\rho_0)^{(\gamma-1)}$.

A equação pedida na segunda e terceira alíneas é a expressão (59) dos *Apontamentos de Escoamentos Compressíveis*, sendo $M = 1$ enquanto o escoamento for crítico na garganta e dado pela expressão (45) *ibid.* quando tal não acontecer. O escoamento ser crítico na saída (a alternativa é ser subsónico) depende de ser $p_a/p_0 \leq p^*/p_0$.

A figura 2 representa a evolução da pressão no reservatório e da velocidade à saída, ao longo do tempo.

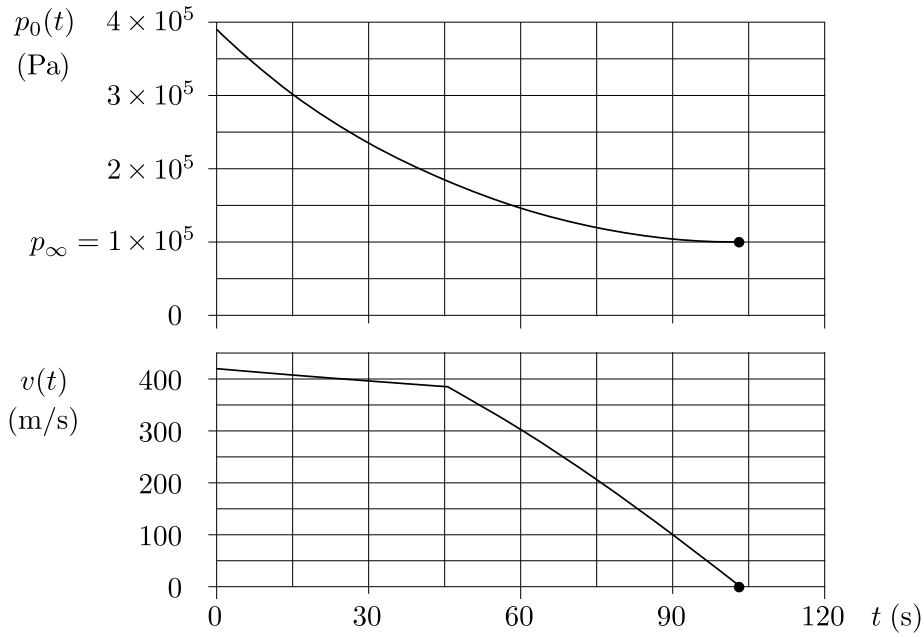


Figura 2: Evolução temporal da pressão no reservatório e da velocidade à saída.

Problema 4

Durante muitos anos, as *Daisy-Cutter* foram as maiores bombas empregues em operações militares; maiores que elas, só as bombas atómicas e nucleares. Cada *Daisy-Cutter* pesava 7 toneladas, tinha a dimensão de um automóvel ligeiro e matava num raio de meio quilómetro. Foi utilizada sobretudo como arma *psicológica*, primeiro no Vietname e mais recentemente no Iraque e no Afeganistão, porque a explosão se sente fortemente a muitos quilómetros de distância, para além dos cadáveres que volatiliza no local. A bomba explode junto ao chão, criando uma onda hemisférica que se expande radialmente na atmosfera em repouso (admita $p_\infty = 10^5$ Pa, $T_\infty = 300$ K). Excepto na zona em que se dá a reacção química, a frente de onda propaga-se no ar.

1. Calcule a velocidade da frente de onda ao passar num ponto à distância R_0 do ponto de impacto, sabendo que a pressão máxima registada é $p_{max}(R_0) = 7 \times 10^6$ Pa.
2. Calcule a velocidade do vento imediatamente depois da passagem da frente de onda nesse ponto.
3. Calcule a temperatura e a massa volúmica depois da passagem da frente de onda.
4. Determine a pressão e a temperatura do ar dentro da onda de pressão quando o raio aumenta n vezes, passando de R_0 para $R_1 = n R_0$. Admita que o ar da zona comprimida tem pressão e temperatura uniformes e que a expansão é isentrópica. Verifique que a velocidade de propagação da frente de onda tende rapidamente para um valor aproximadamente constante.
5. Sobretudo na fase inicial da expansão da onda de pressão, o modelo de pressão e temperatura uniformes na zona interior, onde o ar está comprimido, é pouco aproximado porque a velocidade do ar é grande e varia rapidamente. Esses efeitos transientes alteram a distribuição de pressão. Como será a distribuição de pressão?
6. Sugira um referencial para ajudar as pessoas a pensar, sobretudo aquelas que lançam bombas.



Figura 3: Os três soldados a cavalo numa *Daisy Cutter* sugerem a escala.

Nota: O mote para o enunciado deste problema foi sugerido pelo Prof. Carl Wassgren, Purdue University: <https://engineering.purdue.edu/~wassgren/notes/CompressibleFlowPracticeProblems.pdf>. Os dados foram retirados de CAROLYN LAUER, “The Daisy Cutter Bomb — Largest Conventional Bomb in Existence”, *Technical Review*, Vol. 55 No. 2, 2002, disponível em www3.nd.edu/~techrev/Archive/Spring2002/a8.html. Segundo a Wikipedia, en.wikipedia.org/wiki/BLU-82, as *Daisy-Cutter* foram postas de lado em 2008, em favor das MOAB (abreviatura de *Mother of All Bombs*), ainda mais potentes.

Soluções:

(1) A frente de onda desloca-se a 2693 m/s no referencial terrestre; (2) deixando atrás de si um vendaval de 2206 m/s de ar (3) à temperatura de 3791 K (3518 °C), com uma massa volúmica de 6,43 kg/m³. (4) Com o aumento de raio, o volume da hemisfera de ar comprimido reduz-se $(V_1/V_0) = (R_1/R_0)^3 = n^{-3}$ vezes. A massa volúmica média passa a ser $\rho_1 = \rho_\infty + (\rho_0 - \rho_\infty)(V_1/V_0) = \rho_\infty + (\rho_0 - \rho_\infty)n^{-3}$. Numa expansão isentrópica, a razão de pressões é função directa da razão de massas volúmicas: $(p_1/p_0) = (\rho_1/\rho_0)^\gamma$. No referencial de uma onda de intensidade P , a razão de velocidades é $v_\infty/c_\infty = \sqrt{P(\gamma + 1)/(2\gamma + 1)}$. A velocidade da frente de onda no referencial terrestre é v_∞ , no sentido oposto. A figura 4 representa v_∞ em função do número n de vezes que o raio da onda de pressão aumenta.

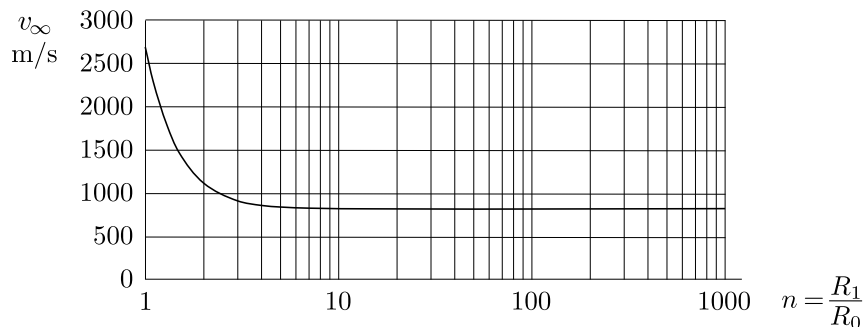


Figura 4: Velocidade de propagação da frente de onda em função do número n de vezes que o raio aumenta.

Concretamente, quando o raio aumenta $n = 10$ vezes, a massa volúmica é $\rho_1 = 1,1667 \text{ kg/m}^3$, a pressão $p_1 = 6,41 \times 10^5 \text{ Pa}$, a intensidade da onda de pressão é $P = 5,41204$ e a velocidade da frente de onda é $v_\infty = 824 \text{ m/s}$.

(5) A onda de pressão propaga-se de um modo qualitativamente semelhante a outras ondas, por exem-

plo as ondas na superfície da água. A figura 5 representa o esquema da distribuição de pressão em função do raio e do tempo para o caso simples em que a frente de onda não encontra obstáculos.

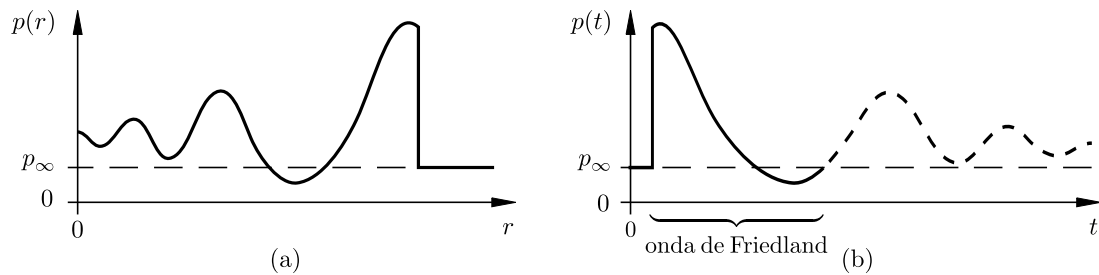


Figura 5: Esquema da distribuição de pressão (a) em função do raio e (b) em função do tempo. A primeira parte da evolução de pressão, com uma subpressão atrás da frente de onda, corresponde aproximadamente ao modelo teórico designado por *onda de Friedland*.

(6) O referencial das populações atingidas talvez ajude a compreender a loucura das armas de destruição mais ou menos maciça.

Problema 5

Algumas naves espaciais utilizam garrafas de azoto pressurizado como propulsores de guiamento. Podem obter-se mais informações sobre sistemas deste tipo de propulsores em www.lr.tudelft.nl/en/organisation/departments/space-engineering/space-systems-engineering/expertise-areas/space-propulsion/propulsion-options/chemical-rockets/cold-gas/. A força necessária é baixa e o actuador funciona durante curtos intervalos de tempo, apenas o suficiente para corrigir um desvio da trajectória. A razão de calores específicos do azoto é $\gamma = 1,4$ e a constante de gás perfeito $R = 296,8 \text{ J/(kg K)}$. A propulsão é gerada libertando o azoto através de uma tubeira convergente-divergente. A válvula é a garganta dessa tubeira convergente-divergente.

Considere um sistema com uma área de saída de $0,01 \text{ m}^2$, uma pressão no reservatório de $6 \times 10^5 \text{ Pa}$ à temperatura de 200 K . No espaço, a pressão exterior é praticamente nula.

Determine, em função do número de Mach à saída: (1) a velocidade e as propriedades do azoto à saída; (2) a força propulsora. (3) Dimensione a área de abertura da válvula para obter um impulso de 100 N ; (4) calcule o caudal mássico de azoto nessas condições. Resolva todo o problema em regime permanente.

Solução:

A força propulsora $F = 100 \text{ N}$ atinge-se para $M = 7,0139088$ à saída (veja-se a figura 6-a), a que correspondem uma pressão e uma temperatura estática à saída $p = 143,12 \text{ Pa}$ e $T = 18,452 \text{ K}$, com massa volúmica $\rho = 0,02613 \text{ kg/m}^3$ e velocidade $v = 614,153 \text{ m/s}$. A razão de áreas é $A/A^* = 105,066$, pelo que a área da garganta é $A^* = 9,5178 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ($95,178 \text{ mm}^2$). A figura 6-b mostra o aumento de caudal com a força propulsora. Para $F = 100 \text{ N}$, o caudal é $\dot{m} = 0,16050 \text{ kg/s}$.

José Maria C. S. André

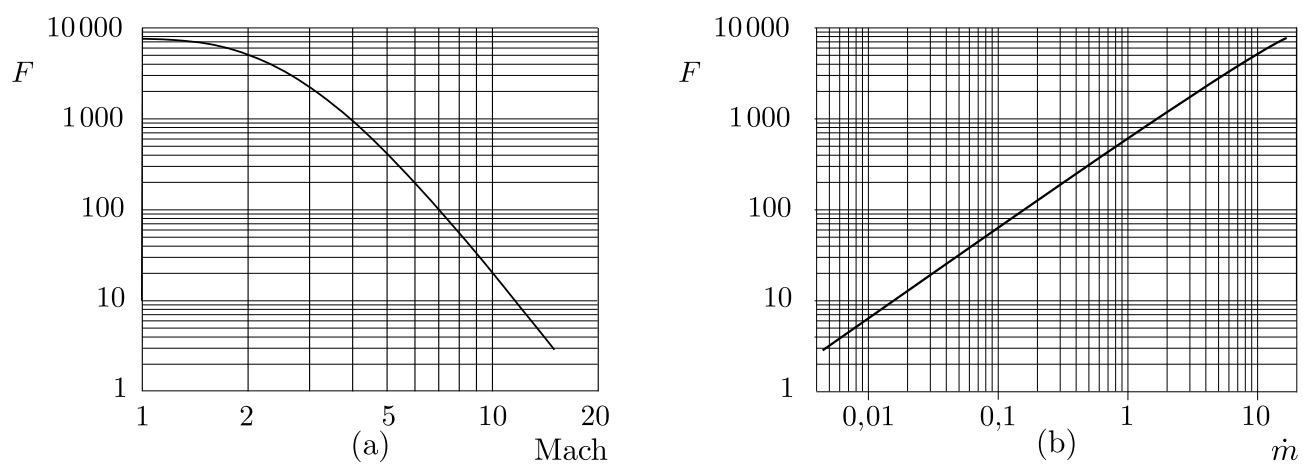


Figura 6: (a) Força propulsora (em Newton) em função do número de Mach à saída e (b) força propulsora em função do caudal mássico (em kg).