DEM
DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA MECÂNICA
TÉCNICO LISBOA

Mecânica dos Fluidos I

(Engenharia Aerospacial)

Problemas da semana 12

30 de Novembro a 4 de Dezembro de 2015

Problema 1

Verifique que domina os conceitos da termodinâmica mas fundamentais para estudar escoamentos compressíveis. (1) Defina entropia; (2) um escoamento isentrópico implica transmissão de calor? (3) em que condições é que o escoamento pode ser isentrópico, havendo dissipação de energia? (4) se reduzir a pressão de um fluido (por exemplo por ter aumentado a velocidade de um escoamento subsónico), o que acontece à sua temperatura e à sua massa volúmica? (5) um escoamento de fluido não viscoso, em que seja aplicável a equação de Bernoulli é isentrópico? (6) um escoamento isotérmico pode ser isentrópico? (7) se a constante de gás perfeito de um gás for R e a razão de calores específicos for γ, qual o coeficiente de calor específico a pressão constante? (8) Calcule a variação de entropia específica numa compressão isotérmica de 10^5 Pa para 5×10^5 Pa. (9) Calcule a variação de temperatura numa expansão adiabática reversível (ou seja, isentrópica) de 5×10^5 Pa para 10^5 Pa.

Problema 2

Um compressor aspira ar atmosférico ($p_1 = 10^5$ Pa e $T_1 = 293$ K) e descarrega-o à pressão de $p_2 = 5 \times 10^5$ Pa com a velocidade de 40 m/s.

1. Calcule a temperatura T_2 de saída se a compressão for (a) isentrópica e (b) politrópica com expoente $n = 1{,}6$ ($p/\rho^n =$ constante, numa expansão politrópica de expoente n).
2. Calcule a razão de áreas entre as condutas de entrada e de saída, A_2/A_1, para que a velocidade do ar seja a mesma à entrada e à saída.
3. Depois da compressão, o ar é arrefecido reversivelmente a pressão constante $p_3 = p_2$ até à temperatura ambiente $T_3 = 293$ K numa conduta de secção constante. Calcule a nova massa volúmica ρ_3 e a quantidade de calor q trocada por unidade de massa.

Soluções:
(1) Se a compressão for isentrópica, $T_{2a} = 464{,}1$ K, se for politrópica, $T_{2b} = 535{,}8$ K. (2) As razões de área são, $A_2/A_{1_a} = 3{,}157$ e $A_2/A_{1_a} = 2{,}734$. (3) Como a pressão e a temperatura finais são iguais, depois da compressão isentrópica e da compressão politrópica, a massa volúmica também é a mesma: $\rho_{3a} = \rho_{3a} = 5{,}944$ kg/m^3. O calor extraído ao fluido para arrefecer, num caso e noutro, é $q_a = 172{,}6 \times 10^3$ J/kg e $q_b = 244{,}8 \times 10^3$ J/kg.

Problema 3

Um êmbolo com $A_1 = 10^{-2}$ m^2 de área, empurrado com uma força de $f_x = 1050$ N, comprime o ar num cilindro adiabático, equipado com uma tubeira convergente na extremidade oposta, aberta para a atmosfera, como se indica na figura 1. A secção A_2 da tubeira é 10 vezes inferior à do cilindro. O ar está a 20 °C no interior do cilindro e a pressão atmosférica exterior é $p_2 = 10^5$ Pa.

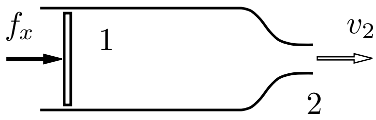

Figura 1: Esquema de um cilindro que comprime o ar.

Sabe-se que, neste caso, o ar sai da tubeira à pressão atmosférica, o escoamento no cilindro e na tubeira é isentrópico. Pode considerar-se que o cilindro é suficientemente comprido, de modo que as condições junto do êmbolo e à saída não variam no tempo. Calcule a velocidade de saída nessas condições estacionárias, a velocidade do êmbolo e o caudal mássico.

Soluções:
A pressão junto do êmbolo (e em geral no cilindro) é $p_1 = f_x/A_1 = 1{,}05 \times 10^5$ Pa e a massa volúmica é $\rho_1 = p_1/(R\,T_1) = 1{,}248$ kg/m^3. A pressão do jacto à saída da tubeira é $p_2 = 10^5$ Pa. A relação de temperaturas entre o jacto e o cilindro é $T_2/T_1 = \big(p_2/p_1\big)^{(\gamma-1)/\gamma}$, pelo que a temperatura de saída é $T_2 = 289{,}1$ K, e a massa volúmica é $\rho_2 = p_2/(R\,T_2) = 1{,}205$ kg/m^3. O caudal mássico no cilindro tem de ser igual ao caudal mássico escoado no jacto; portanto $\rho_1\, v_1\, A_1 = \rho_2\, v_2\, A_2$ e, substituindo valores, $v_2/v_1 = 10{,}355$. A equação da energia, sem troca de calor e trabalho, impõe que $C_p\, T_1 + v_1^2/2 = C_p\, T_2 + v_2^2/2$, ou $v_2^2 - v_1^2 = 2\, C_p\,(T_1 - T_2)$, ou ainda $v_1^2\big(10{,}355^2 - 1\big) = 2\, C_p\,(T_1 - T_2)$. Conclui-se que a velocidade do êmbolo é $v_1 = 8{,}762$ m/s e a velocidade do jacto é $v_2 = 90{,}73$ m/s. O caudal mássico é $\dot{m} = 0{,}1093$ kg/s.

Problema 4

Uma garrafa de gás propano, $C_3\,H_8$ está aberta, deixando sair um caudal elevado pelo bocal, em forma de jacto. Admita que as acelerações são pequenas, comparadas com os outros termos da equação de balanço de forças e quantidade de movimento. Dentro da garrafa, o gás encontra-se à pressão $p_0 = 1{,}5 \times 10^5$ Pa e à temperatura ambiente $T_0 = 293$ K, expandindo-se até à pressão da atmosfera exterior $p_1 = 10^5$ Pa. Trate o fluido como um gás perfeito. A constante de gás perfeito do propano é $R = 189$ J/(kg K) e a razão de calores específicos é $\gamma = 1{,}2$. O volume interno da garrafa é 20 litros.

1. Calcule a temperatura e a massa volúmica do jacto de propano na atmosfera no caso de a expansão ser (a) isentrópica, (b) isotérmica, (c) isocórica (trate o fluido como incompressível, sem deixar de usar o modelo de gás ideal).
2. Calcule a variação de entropia específica nos quatro casos.
3. Calcule a velocidade se o escoamento for adiabático isentrópico e se for isocórico e o calor trocado por unidade de massa em cada um desses dois casos.
4. Represente estas expansões num diagrama $T(s)$ e num diagrama $p(1/\rho)$.

5. A expansão poderia ser isobárica?
6. Considerando que num dado momento a velocidade do jacto à saída é v_1, a massa volúmica à saída é ρ_1, a área da secção transversal do jacto é A_1 e o volume da garrafa é V_0, como varia a massa de propano na garrafa e a temperatura do gás na garrafa, se a expansão for adiabática?

Soluções:

(1) De R e γ conclui-se que $C_p = 1134$ J/(kg K) e $C_v = 945$ J/(kg K). (a) Num processo isentrópico, a razão de temperaturas é função da razão de pressões: $T1/T_0 = \left(p1/p_0\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = 1{,}070$, donde $T_1 = 273{,}9$ K e $\rho_1 = p_1/(R\,T_1) = 1{,}932$ kg/m^{-3}. (b) Se a expansão for isotérmica, $T_1 = T_0 = 293$ K e $\rho_1 = p_1/(R\,T_1) = 1{,}806$ kg/m^{-3}. (c) Se a expansão for isocórica, $\rho_1 = \rho_0 = p_1/(R\,T_0) = 2{,}709$ kg/m^{-3}. Para que a massa volúmica se mantivesse apesar da variação de pressão, a temperatura teve de variar: $T_1 = p_1/(R\,\rho_1) = 195{,}3$ K.

(2) No caso geral, a variação de entropia específica é dada por $s_1 - s_0 = C_v \ln(T_1/T_0) + R \ln(\rho_0/\rho_1)$. (a) Numa expansão isentrópica, a variação de entropia específica é nula, $s_1 = s_0$ (a expressão de $s_1 - s_0$ confirma que não houve engano de contas!). (b) Se a expansão for isotérmica, $dT = 0$ e $s_1 - s_0 = R \ln(\rho_0/\rho_1) = 63{,}86$ J/(kg K), ou seja, a entropia aumenta, para manter a temperatura. (c) Se a expansão for isocórica, vem $s_1 - s_0 = C_v \ln(T_1/T_0) = -383{,}16$ J/(kg K), ou seja, e a pressão e a temperatura baixam e a entropia também.

(3) (a) Num escoamento adiabático, não há calor trocado: $q = 0$. Assim, a equação da energia simplifica-se: $C_p\,T_0 + v_0^2/2 = C_p\,T_1 + v_1^2/2$. Substituindo valores, $v_1 = 208{,}4$ m/s. (c) Num escoamento isocórico, aplica-se a equação de Bernoulli: $v_1 = 192{,}1$ m/s. Com esta velocidade, da equação da energia, tira-se $q = -9{,}230 \times 10^4$ J/kg (seria preciso extrair calor ao fluido). Podem usar-se várias formas da equação da energia. Tal como se explica na secção 1.2.1 dos apontamentos disponíveis na Secção de Folhas, num escoamento incompressível, a equação da energia pode separar-se em duas equações que praticamente não comunicam: a equação de Bernoulli e a equação de balanço da energia interna. Assim, podemos calcular $q = u_1 - u_0 = C_v\,(T1 - T_0)$. Podemos também aplicar a equação da energia com todos os termos, nesse caso, $q = (h1 - h_0) + v_1^2/2 = C_p\,(T1 - T_0) + v_1^2/2$. (b) Num escoamento isotérmico, a entalpia não varia, portanto o calor fornecido ao fluido por unidade de massa é $q = v_1^2/2$. Para determinar a velocidade de saída, é preciso integrar a equação de transporte de quantidade de movimento ao longo de uma linha de corrente, tal como se fez para obter a equação de Bernoulli, para escoamento incompressível. Neste caso, substituindo $\rho = p/(R\,T)$ na equação $\rho\,v\,dv/dx = -dp/dx$ e integrando, obtém-se $R\,T \ln(p_0) + v_0^2/2 = R\,T \ln(p_1) + v_1^2/2$. Conclui-se que, em escoamento isotérmico, $v_1 = 211{,}9$ m/s e $q = 2{,}245 \times 10^4$ J/kg.

(5) Obviamente, a expansão não poderia ser isobárica porque, nas condições do enunciado, a pressão varia entre p_0 e p_1. Além disso, sem um gradiente de pressão o fluido não acelera e a velocidade seria a nula em todos os pontos.

(6) Supondo que a massa volúmica na garrafa é uniforme, o balanço de massa dá $d\rho_0/dt = \rho_1\,v_1\,A_1/V_0$. Num processo adiabático entre dois estados a e b tem-se $(T_a/T_b) = (\rho_b/\rho_a)^{(1-\gamma)}$, ou seja, $\dfrac{dT_0}{dt} = (\gamma - 1)\,\dfrac{T_0}{\rho_0}\,\dfrac{d\rho_0}{dt} = (\gamma - 1)\,\dfrac{T_0}{\rho_0}\,\dfrac{\rho_1\,v_1\,A_1}{V_0}$.

José Maria C. S. André