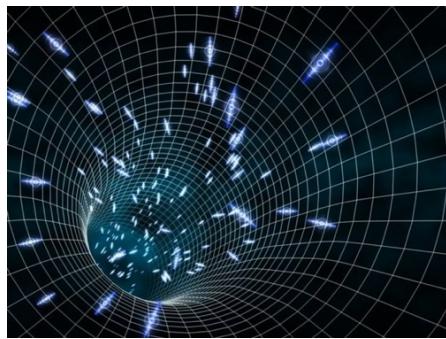

THESISONDERWERPEN

QUANTUM GROUP

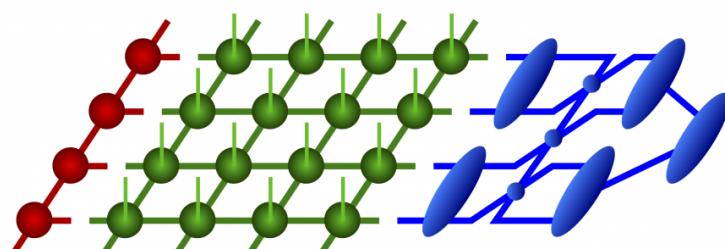


De kwantumgroep van Frank Verstraete en Jutho Haegeman voert onderzoek naar diverse onderwerpen binnen de theoretische fysica, waaronder sterk gecorreleerde kwantum-veeldeeltjessystemen en kwantumveldentheorieën, maar ook kwantuminformatietheorie en kwantumverstrekking en het verband met holografie en kwantumgravitatie. In het bijzonder trachten we deze vragen te beschrijven via de overkoepelende taal van tensor netwerken, die uitermate geschikt is voor zowel numerieke simulaties als zuiver theoretische redeneringen.

Onderstaande thesisonderwerpen sluiten nauw aan bij ons onderzoek maar bieden slechts een greep uit de interessante onderzoeks vragen waar we momenteel actief op werken. Eigen ideeën en inbreng zijn zeker welkom.

Voor verdere inlichtingen kan u steeds terecht bij een van onze leden:

- Prof. Dr. Frank Verstraete
- Prof. Dr. Jutho Haegeman
- Dr. Karel Van Acleyen
- Dr. Laurens Vanderstraeten
- Jacopo De Nardis
- Andrew Hallam
- Markus Hauru
- Robijn Vanhove
- Alexis Schotte
- Laurens Lootens
- Maarten Van Damme
- Bram Vanhecke
- Gertian Roose
- Klaas Gunst
- Benoît Tuybens
- Quinten Mortier
- Tom Vieijra
- Gert Vercleyen



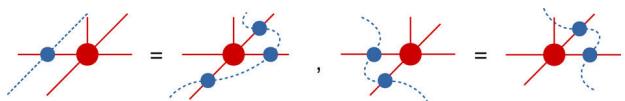
NIET-LOKALE SYMMETRIEËN IN KRITISCHE SYSTEMEN EN TOPOLOGISCHE FASES VAN MATERIE

Probleemstelling

Bij lage temperaturen kunnen materialen intrinsiek kwantum mechanisch gedrag vertonen. Dit leidt tot nieuwe fasen van materie zoals bijvoorbeeld de supergeleiders en de supervloeistoffen. Deze kwantum fasen worden echter nog steeds beschreven door de erg succesvolle Landau-Ginzburg theorie voor symmetrie breking. In recente jaren is het echter duidelijk geworden dat er ook intrinsiek kwantummechanische fasen bestaan die buiten het symmetriebreking formalisme vallen. Inderdaad, de meest recente Nobelprijs in de Fysica was voor enkele van de pioniers van deze inzichten. In de classificatie van deze fasen spelen symmetrieën een erg belangrijke rol, sterker nog, veel eigenschappen kunnen begrepen worden door enkel de relevante symmetrieën van het model te beschouwen. Bovendien zijn deze symmetrieën vaak niet-lokaal en vormen de symmetrie-elementen geen groep maar een algebra, wat aanleiding geeft tot een rijkere structuur. Zo kunnen de elementaire excitaties in topologisch geordende fasen in twee dimensies (anyonen) gevatt worden door niet-lokale objecten die een algebra vormen.

Niet-lokale symmetrieën duiken niet alleen op in de beschrijving van topologische systemen, maar ook in klassieke kritische systemen zoals het Ising model.

Meer zelfs, de eis dat een extra niet-lokale symmetrie

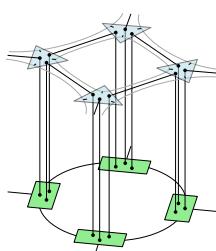


bestaat (dualiteit) op het kritische punt laat ons toe de waarde van de kritische temperatuur te bepalen op een heel elegante manier. Deze gelijkaardige beschrijving van topologische fasen en klassieke kritische systemen in termen van niet-lokale symmetrieën legt een diepe relatie bloot tussen de corresponderende continuum kwantumveldentheorieën (conforme veldentheorie voor kritische systemen en topologische veldentheorie voor topologische systemen) en d.m.v. tensor netwerken kunnen we zowel numeriek als analytisch deze relatie blootleggen op roostersystemen. Niet-lokale symmetrieën worden in tensor netwerktaal beschreven door matrix product operatoren (MPO): snaarachtige objecten die vrij door het rooster kunnen bewegen. Het vinden en onderzoeken van deze objecten, wat cruciaal is voor het beter begrijpen van topologische fasen, vormt de rode draad in dit project.

Doelstelling

De student zal zowel numeriek als analytisch nieuwe inzichten verwerven in de rol van niet-lokale symmetrieën in tensor network states zowel voor quantumsystemen met topologische orde als voor klassieke statistisch

mechanische modellen. Een eerste component van het project zal erin bestaan om huidige code voor het vinden van symmetrieën die lokaal op het rooster onzichtbaar zijn te optimaliseren. Verder kan gekeken worden naar systemen met een niet-unitair karakter zoals percolatie en naar de implementatie van niet-lokale ruimtelijke symmetrieën in het tensor netwerk formalisme.



STRING-NET MODELLEN EN TOPOLOGISCHE ORDE

Probleemstelling

Lang werd er gedacht dat alle fasen van materie beschreven werden door Landau's formalisme van symmetrie breking. De ontdekking van het fractioneel kwantum Hall effect heeft echter aangetoond dat er fasen bestaan die niet op deze manier kunnen worden beschreven. Dit heeft geleid tot de ontdekking van topologische orde.

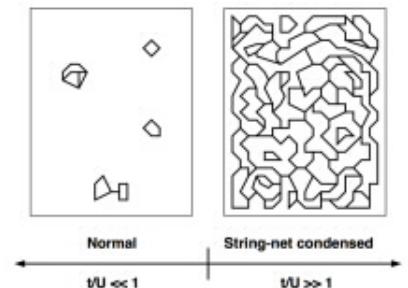
Topologische fasen zijn gekenmerkt door ontaarde grondtoestanden waarbij de graad van ontaarding afhangt van de topologie van de manifold waarop het systeem is gedefinieerd. Deze verschillende grondtoestanden zijn bovendien lokaal niet te onderscheiden: hun verschil is te vinden in globale eigenschappen. Een andere karakteristieke eigenschap van topologische orde is dat excitaties in zulke systemen anyonen zijn. Dit zijn deeltjes die zich gedragen als iets tussen bosonen en fermionen in.

Topologische fasen van materie zijn een zeer actief onderzoeksgebied, zowel theoretisch als experimenteel. Op experimenteel vlak wordt er geprobeerd om materialen te construeren die topologische orde vertonen, ondertussen proberen theoretici het exotisch gedrag van topologisch geordende systemen te begrijpen onder andere door middel van numerieke simulaties.

De Nobelprijs fysica ging in 2016 trouwens naar enkele van de grondleggers van topologische orde.

Een van de manieren om topologische fasen theoretisch te bestuderen is door middel van toy modellen die dit fenomeen vertonen. Een belangrijke klasse van zulke modellen zijn String-net modellen.

Intuïtief kan je over string-net modellen denken als verschillende soorten snaren die op bepaalde manieren kunnen vertakken. De grondtoestanden van een string-net Hamiltoniaan in de topologisch geordende fase is dan een lineaire combinatie van alle toegestane configuraties van zulke snaren.



Doelstelling

Het doel van dit project is het bestuderen van fase overgangen in verschillende string-net modellen, zowel analytisch als numeriek.

De student zal eerst vertrouwd moeten raken met topologische orde en met string-net modellen. Het numerieke gedeelte zal gebruik maken van tensor netwerk beschrijvingen van string-net grondtoestanden. Vooraleer nieuw onderzoek kan worden gedaan zal de student zich dus ook moeten verdiepen in tensor netwerken en met een aantal numerieke methoden die hiervoor gebruikt worden.

Deze kennis en inzichten zullen dan gecombineerd moeten worden bij het bestuderen van het fase-diagram van string-net modellen.

THERMALIZATION IN QUANTUM MANY BODY SYSTEMS

Probleemstelling

Er is geweten vanuit statistische fysica dat een geïsoleerd systeem zal opwarmen wanneer men energie toevoegt. De deeltjes in het systeem zullen chaotisch bewegen en momentum uitwisselen, tot een nieuwe equilibrium toestand met hogere temperatuur wordt bereikt. De informatie van alle vorige botsingen middelt als het ware uit en heel het systeem kan beschreven worden met een beperkt aantal thermodynamische grootheden.

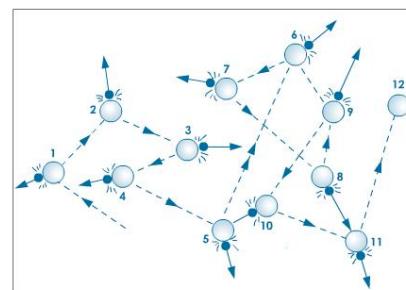
Vanuit quantum mechanisch oogpunt is dit nog steeds niet goed begrepen. Als 2 deeltjes botsen dan wisselen ze niet alleen momentum uit, ze raken ook verstregeld. De totale hoeveelheid entanglement in het systeem groeit snel na een quench en dit zal moeilijk te simuleren zijn voor lange tijdstippen. Toch denken we dat na lange tijdstippen het systeem ook makkelijk beschreven kan worden als een thermisch ensemble.

Anderzijds is tijdsevolutie unitair en brengt het een pure toestand naar een nieuwe pure toestand. Een thermisch ensemble is geen pure toestand, waarom zou het systeem dan toch zo beschreven kunnen worden?

Er bestaat zelfs een grote groep systemen die zich helemaal niet zo gedragen. Systemen in de many body localized phase zullen niet evolueren naar een thermische toestand en integreerbare systemen evolueren naar een generalized Gibbs ensemble, een soort van thermische toestand met een (niet noodzakelijk eindig) aantal behouden grootheden.

Doelstelling

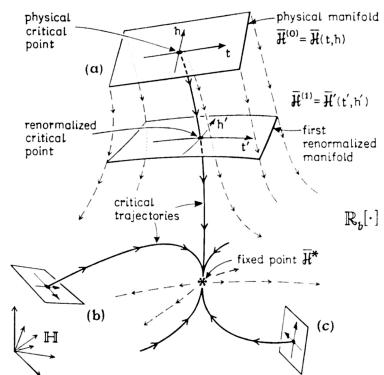
De bedoeling is dat de student zich inleest in de literatuur omtrent thermalisatie, ETH, fluctuatie-dissipatie, etc en probeert nieuwe technieken te ontwikkelen en toe te passen om (niet-)thermaliserende systemen te onderzoeken.



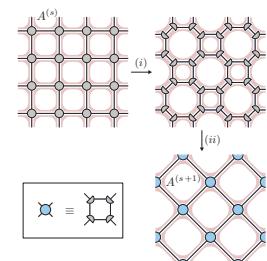
RENORMALIZATION GROUP METHODS FOR TENSOR NETWORKS IN 2- AND 3-DIMENSIONS

Problem

Most of the big problems in modern theoretical physics arise in many-body systems. The collective emergent behavior of a large number of degrees of freedom may depend on the details of the microscopic physics in ways that are hard to predict. For instance, in phase transitions, both in quantum and classical systems, the macroscopic properties of the system change abruptly and dramatically when a parameter such as temperature or the interaction between the microscopic constituents is changed slightly. This kind of phenomena can be understood through what is called the renormalization group. It is the process of taking a theory of the microscopic physics, and zooming out from it, to distill the macroscopic behavior of a large system. Since its birth in the 70s, the paradigm of the renormalization group has come to dominate both many-body and high-energy physics.



Tensor networks are a class methods developed in the last 20 years, for conceptually understanding and numerically simulating many-body systems, both classical and quantum. Many tensor network methods are inspired by or directly implement a type of renormalization group transformation. In essence this means a change of scale in the system, where microscopic details are blurred out, and a compact (often approximate) description of the larger length-scale physics is derived. Such methods have seen much development over the last few years, and can be effectively used on 2-dimensional classical statistical physics systems, as well as 1-dimensional quantum systems, both of which can be described using 2-dimensional tensor networks. These methods remain still under active development, but even more pressing would be generalizing them to work for 3-dimensional tensor networks, which would open the door to studying many of the biggest questions in condensed matter physics, such as higher-temperature superconductivity and modelling 2-dimensional materials. This, however, has proven to be a great challenge, both for physical and computational reasons.



Objective

The student would start by gaining an understanding of the state of the art of renormalization group methods for 2-dimensional tensor networks, including understanding the relative strengths and weaknesses of various methods, and implementing the code for running some of them. After this, new ideas for improving on these methods would be explored, ultimately with the goal of finding methods that would overcome the challenge of applying renormalization group methods to 3-dimensional tensor networks.

HET HUWELIJK TUSSEN KENNETH WILSON EN LADY GAGA: KWANTUMMUZIEK

Matrix Product States (MPS) zijn de voorbije 20 jaar opgekomen als een van de belangrijkste en meest accurate modellen voor het beschrijven van ééndimensionale kwantummechanische veeldeeltjessystemen. Gedreven door dit succes probeert men nu om deze manier van beschrijven toe te passen op gelijkaardige problemen, zowel binnen als buiten fysica. Een van deze nieuwe toepassingen is het gebruiken van MPS voor taken binnen de context van machine learning. Voorbeelden zijn het classificeren van handgeschreven getallen of korte geluidsfragmenten, en tijdsevolutie van celulaire automata.

In deze thesis zullen we MPS toepassen op muziek. Machine learning voor muziekstukken is belangrijk, denk maar aan het automatiseren van het vinden van het genre van een muziekstuk en het aanbevelen van nieuwe muziekstukken aan een bepaald gebruikersprofiel. Aan de hand van een dataset bestaande uit een groot aantal muziekstukken zullen we MPS gebruiken om tijdsafhankelijke correlaties zoals de toonhoogte of het timbre van het muziekstuk te modelleren en daaruit informatie te halen zoals het genre, het geslacht van de artiest of het tempo. In een later stadium kunnen we kijken naar het effect van coarse graining (renormalisatie) op de tijdsreeksen, met als doel om langere muziekstukken op een efficiënte manier te beschrijven. Een andere uitbreiding is het gebruik van Matrix Product Operatoren (MPOs) om twee tijdsreeksen die hetzelfde muziekstuk beschrijven in elkaar om te zetten.

Deze thesis is geschikt voor studenten die graag de relatie tussen fysische methodes en niet-fysische toepassingen onderzoeken. De thesis heeft een literatuurstudiecomponent waarin enerzijds de methodes gebruikt binnen de studie van tensornetwerken worden bekeken en anderzijds recente toepassingen van tensornetwerken binnen machine learning worden bekeken. Daarnaast heeft de thesis een belangrijke computationele component, waar de onderzochte methodes worden toegepast op muziekstukken.

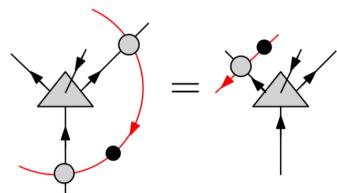
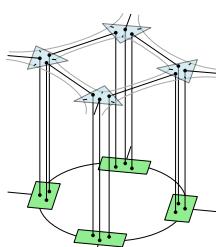


NIET-LOKALE SYMMETRIEËN IN FERMIONISCHE SYSTEMEN: VAN TOPOLOGISCHE ORDE TOT KRITISCH GEDRAG

Probleemstelling

Bij lage temperaturen kunnen materialen intrinsiek kwantum mechanisch gedrag vertonen. Dit leidt tot nieuwe fasen van materie zoals bijvoorbeeld de supergeleiders en de supervloeistoffen. Deze kwantum fasen worden echter nog steeds beschreven door de erg succesvolle Landau-Ginzburg theorie voor symmetrie breking. In recente jaren is het echter duidelijk geworden dat er ook intrinsiek kwantummechanische fasen bestaan die buiten het symmetriebreking formalisme vallen. Inderdaad, de Nobelprijs in de Fysica in 2017 was voor enkele van de pioniers van deze inzichten. In de classificatie van deze fasen spelen symmetrieën een erg belangrijke rol, sterker nog, veel eigenschappen kunnen begrepen worden door enkel de relevante symmetrieën van het model te beschouwen. Zo kunnen de elementaire excitaties in topologisch geordende fasen in twee dimensies (anyonen) gevatten worden door niet-lokale objecten die een algebra vormen.

Niet-lokale symmetrieën duiken niet alleen op in de beschrijving van topologische systemen, maar ook in klassieke kritische systemen zoals het Ising model. Meer zelfs, de eis dat een extra niet-lokale symmetrie bestaat (dualiteit) op het kritische punt laat ons toe de waarde van de kritische temperatuur te bepalen op een heel elegante manier. Deze gelijkaardige beschrijving van topologische fasen en klassieke kritische systemen in termen van niet-lokale symmetrieën legt een diepe relatie bloot tussen de corresponderende continuum kwantumveldentheorieën (conforme veldentheorie voor kritische systemen en topologische veldentheorie voor topologische systemen) en d.m.v. tensor netwerken kunnen we zowel numeriek als analytisch deze relatie blootleggen op roostersystemen. Deze relatie werd al uitvoerig bestudeerd in de groep door een expliciete map te beschouwen van een bosonische topologische fase naar een corresponderend kritisch 2 dimensionaal klassiek model. Een open vraag is echter nog wat er gebeurt indien deze map toegepast wordt op fermionische topologische fasen. Welke kritische systemen kunnen gevonden worden vertrekende van fermionische fasen en wat is de rol van de niet-lokale symmetrieën? Tensor netwerken zijn een krachtig formalisme om deze map beter te begrijpen en de nodige expertise en numerieke algoritmes werden al ontwikkeld in de groep om dit project .



Doelstelling

De student zal beginnen met het begrijpen van de bestaande tensor netwerk constructie voor topologische fasen en meer specifiek de taal van “graded tensor networks”, die gebruikt wordt om een expliciete fermionische toestand met niet-lokale symmetrieën te construeren. Vervolgens zullen de al ontwikkelde tools voor bosonische fasen worden verduidelijkt aan de student om deze dan toe te passen op enkele fermionische voorbeelden. Er zal zowel analytisch en numeriek getracht worden om de corresponderende conforme veldentheorie te herkennen en de rol te begrijpen van de niet-lokale symmetrieën.

VERSTRENGELING IN FERMIONISCHE PEPS

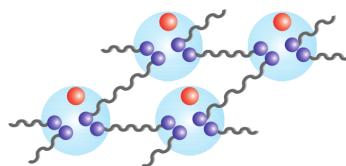
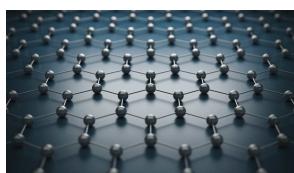
Probleemstelling

Bij lage temperaturen speelt het intrinsiek kwantummechanische karakter van materialen een essentiële rol in hun beschrijving. Zo vond Landau in 1956 dat de eigenschappen van metalen bij lage temperatuur accuraat beschreven kunnen worden door zogenaamde Fermi vloeistoffen (i.e. Fermi gassen waarbij de deeltjes ook met elkaar interageren). Ook meer innovatieve materialen zoals supergeleiders en grafeen worden gedomineerd door kwantummechanische effecten. Om dergelijke kwantummechanische veeldeeltjessystemen te bestuderen, wordt doorgaans gebruik gemaakt van computationele simulaties. Hierbij wordt het systeem onder studie op een rooster geplaatst waarna een variantionele ansatz voor een specifieke toestand geoptimaliseerd wordt. Daarna kunnen fysische eigenschappen zoals magnetisatie, warmtecapaciteit, etc. berekend worden.

De grootste uitdaging hierbij is de exponentiële schaling van de Hilbertruimte. Voor een rooster met N spins, loopt de dimensie van de Hilbertruimte bijvoorbeeld op tot 2^N . Het bepalen van een specifieke toestand (zoals de grondtoestand) is bijgevolg zeer gecompliceerd. In het laatste decenium werden er echter efficiënte parametrisaties voor de fysisch relevante toestanden ontwikkeld onder de vorm van zogenaamde tensornetwerken. De meest eenvoudige variant hiervan, de MPS (Matrix Product State), werd succesvol toegepast op een myriade van ééndimensionale kwantummechanische problemen. Daarnaast werden Matrix Product States ook gebruikt voor theoretische doeinden zoals de classificatie van topologische fasen. De constructie werd ook uitgebreid naar hogere dimensies, resulterend in de PEPS (Projected Entangled Pair State). Dat tensornetwerken in staat zijn om op zeer economische wijze fysisch relevante toestanden te benaderen, is geworteld in het feit dat zij kwantummechanische verstengeling op een zeer natuurlijke manier in zich dragen.

Doelstelling

Het doel van deze masterproef betreft de toepassing van de PEPS constructie op fermionische systemen (zoals de elektronen in metalen of grafeen maar ook materialen met topologische orde zoals Chern isolatoren) met het oog op een beter begrip van de onderliggende verstengelingseigenschappen. In het bijzonder wordt gedoeld op een gedegen kennis van de verstengelingsentropie en verstengelingshamiltoniaan. Hiervoor wordt beroep gedaan op de fermionische variant van PEPS, de fPEPS. Er zal ook steeds gewerkt worden met kwadratische Hamiltonianen zodat de meer eenvoudige Guassische fPEPS gebruikt kunnen worden als variationele ansatz voor simulaties.



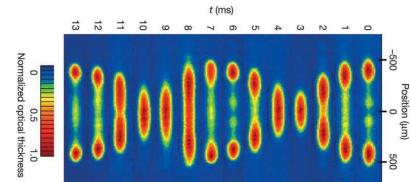
HYDRODYNAMICA EN THERMALISATIE VAN EEN ULTRAKOUD GAS

Probleemstelling

Een van de meest fascinerende fenomenen in de natuur is het proces van thermalisatie: neem je een ijsblokje uit de koelkast, dan zal het na verloop van tijd thermisch evenwicht bereiken met de lucht eromheen en bijgevolg smelten, waardoor het veel van zijn initiële eigenschappen verliest. Thermalisatie is dus een emergent fenomeen van veeldeeltjessystemen, waar microscopische informatie verloren gaat en een nieuwe macroscopische toestand wordt aangenomen, die de wetten van de thermodynamica volgt. In de klassieke fysica was het werk van J.W. Gibbs en L. Boltzmann in de 19e eeuw de sleutel tot ons huidige begrip van alle thermodynamische verschijnselen in de natuur. Ze werden begrepen als het gevolg van chaos in systemen bestaande uit vele interagerende deeltjes. Een volledig begrip van het analoog proces in kwantumsystemen en dus van de tijdevolutie van geïsoleerde kwantumveeldeeltjessystemen was echter lang ongrijpbaar. Het is inderdaad niet duidelijk welk aspect van veeldeeltjeskwantummechanica kwantumthermalisatie mogelijk maakt zoals dynamische chaos klassieke thermalisatie mogelijk maakt. Dynamische chaos zelf bijvoorbeeld kan niet voorkomen in een geïsoleerd kwantumsysteem waarin tijdevolutie lineair is en het spectrum discreet.

Onlangs is het mogelijk geworden om de dynamica van volledig geïsoleerde kwantumsystemen te bestuderen via experimenten met ultrakoude atomen. Dit zijn typisch alkalimetalen die op temperaturen dichtbij 0K worden gehouden omdat bij deze temperaturen de kwantummechanische eigenschappen van de atomen belangrijk worden. Het simuleren van dergelijke systemen blijft echter een grote uitdaging daar de meeste modellen zeer moeilijk (of zelfs onmogelijk) analytisch op te lossen zijn of zelfs maar te simuleren op een klassieke computer. Bijzonder in deze context, zijn modellen voor ééndimensionale (1D) systemen omdat ze wiskundige eigenschappen hebben die vaak een exacte oplossing mogelijk maken. Zelfs deze oplosbare modellen zijn echter niet ideaal voor het beschrijven van real-life experimenten, zeker in geval van een grote hoeveelheid deeltjes die zich niet in thermisch evenwicht bevinden.

Een mogelijke manier om toch met deze 1D-modellen om te gaan, is via een hydrodynamische benadering. Hierbij zoomt men als het ware uit op de deeltjes, zodat ze niet langer als individuele deeltjes voorkomen, maar eerder als een continue vloeistof. Deze aanpak wordt in vele gebieden van de natuurkunde gebruikt omdat het het complexe probleem van een interagerend veeldeeltjessysteem vervangt door een meer eenvoudige vloeistofbeschrijving in termen van lokale kenmerken zoals massa- en energiedichtheid. Wanneer het systeem echter meer informatie bevat dan alleen energie en massa, dient er een meer gecompliceerd hydrodynamica-framework ontwikkeld te worden, Generalized Hydrodynamics. Dit laat dan toe om de complexe dynamica van een kwantumveeldeeltjessysteem te bestuderen door de oplossing van niet-lineaire klassieke differentiaalvergelijkingen. Deze vergelijkingen modelleren de evolutie van de macroscopische collectieve vrijheidsgraden van het systeem, alsook hun propagatie en interacties.



Doelstelling

Het doel van dit project betreft de oplossing van de niet-lineaire hydrodynamische differentiaalvergelijkingen om het gedrag van een sterk interagerend atomair gas van ultrakoude atomen te simuleren in de nabijheid van vangpotentialen. Op deze manier zal het proces van thermalisatie en de toename van entropie op grote tijds- en ruimteschalen gesimuleerd kunnen worden. Het merendeel van de tijd zal gespendeerd worden aan de numerieke oplossing van de recent ontdekte differentiaalvergelijkingen maar er zal ook ruimte zijn voor analytische resultaten die kunnen worden afgeleid onder bepaalde (meer eenvoudige) omstandigheden.

SIMULATING MANY-BODY SCARS USING TENSOR NETWORK

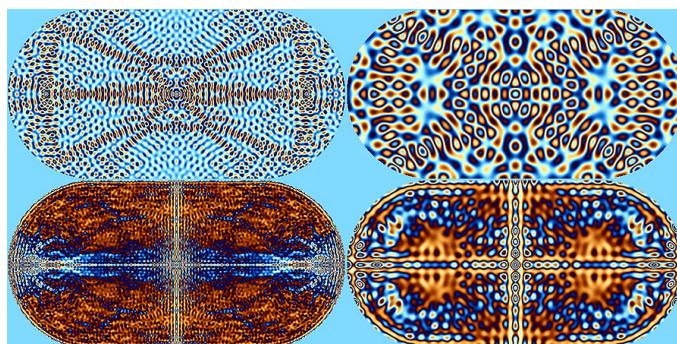
In many ways physics in the 20th and 21st century has been defined by quantum mechanics. However, while Max Planck's pioneering work was beginning that revolution that would become quantum mechanics Henri Poincaré was beginning a new field that would similarly transform our understanding of the physical world: chaotic dynamics. Poincaré – and others after him – realised that superficially simple classical systems would show no discernible regularity or repetitive pattern. Instead, they depend so sensitively on their initial conditions that their precise outcome rapidly becomes unpredictable. Chaos is the basis for many well-known physical phenomena. For example, the relaxation of classical particles to thermal equilibrium can be explained by their chaotic behaviour.

However, it quickly became clear that there appeared to be a conflict between the chaotic nature of classical systems and the smooth, wavelike nature of quantum mechanics. This question prompted the study of quantum systems whose classical limit was known to be chaotic. It was soon realised that chaos in quantum systems would manifest itself in the behaviour of quantum eigenstates. Eugene Wigner observed that the spacing between the energy levels of chaotic and nonchaotic quantum systems would be fundamentally different. The eigenstates of nonchaotic systems decoupled whereas for chaotic systems they do not. This results in fundamentally different behaviour.

A second unique feature of chaotic quantum systems was suggested by Michael Berry: that their eigenstates become uniformly distributed in space. This conjecture is intended to capture the emergence of ergodic behaviour from quantum mechanics. Remarkably, it was soon found that this was not the case. Instead, many chaotic eigenstates become concentrated around areas of space that align with the unstable periodic orbits of the corresponding classical systems. These eigenstates are called quantum scars.

Just as classical chaos forms the basis for our understand of classical thermalization, quantum chaos now underlies our understanding of quantum thermalization. Building upon the work of Wigner, the eigenstate thermalization hypothesis (ETH) has been proposed. ETH proposes that the locally complex chaotic eigenstates appear to behave like thermal states. While significant numerical evidence supports the hypothesis in recent years a number of exceptions. These exceptions are believed to be the many-body equivalent of quantum scars.

Many-body scars remain poorly understood. In this project we will numerically study systems which exhibit many-body scars using tensor network techniques. We will study how perturbations enhance or decrease their prominence. Finally, we will try to understand how many-body scars can be understood as the remnants of classical periodic orbits using path integral techniques.



EMERGENTE QUASIDEELTJES IN STERK-GECORRELEERDE KWANTUMSYSTEMEN – QUANTUM BOWLING

Probleemstelling

Het domein van sterk-gecorreleerde kwantumveeldeeltjesfysica is de laatste jaren aan een geweldige opmars bezig. De reden hiervoor is dat fysici zich meer en meer beginnen te realiseren dat uitgesproken kwantumeffecten in veeldeeltjessystemen aanleiding geven tot geheel nieuwe fysische fenomenen, en dat een beter begrip van deze fenomenen zal leiden tot een scala van toepassingen waarvan de ontwikkeling van een kwantumcomputer waarschijnlijk het meest in het oog springt.

Deze ontdekking van de wereld van de kwantumveeldeeltjesfysica plaatst de theoretische fysicus echter voor de zeer grote uitdaging om het specifieke kwantummechanische karakter van een veeldeeltjessysteem afdoende te begrijpen en, indien mogelijk, te simuleren. Hiervoor zijn de traditionele technieken dikwijls ontoereikend, omdat deze net de kwantummechanische eigenschappen van een systeem trachten te verwaarlozen: denk aan Hartree-Fock of DFT technieken, waarbij kwantumcorrelaties typisch zoveel mogelijk verwaarloosd worden, of perturbatietheorie en Feynmandiagrammen die enkel werken als de interacties en correlaties zwak zijn.

In onze onderzoeksgroep ontwikkelen we nieuwe theoretische technieken waarbij de kwantumcorrelaties in een veeldeeltjessysteem centraal staan, en die zodoende wel in staat zijn om de kwantumeffecten te vatten waartoe andere technieken typisch geen toegang hebben. In het bijzonder hebben we de voorbije jaren een instrumentarium ontwikkeld om effectieve quasideeltjes te beschrijven die bewegen op de achtergrond die gevormd wordt door een sterk-gecorreleerd veeldeeltjessysteem. Precies omwille van de sterke correlaties in deze achtergrond kunnen deze quasideeltjes vaak zeer exotische eigenschappen hebben die niet terug te voeren zijn tot de microscopische vrijheidsgraden waaruit het veeldeeltjessysteem is opgebouwd. Een beter begrip van deze “emergente” quasideeltjes is dan ook het centrale thema van dit thesisonderwerp.

Doelstelling

In het eerste thesisonderwerp zijn we geïnteresseerd naar wat er gebeurt wanneer we dergelijke quasideeltjes laten botsen met een defect in ons veeldeeltjessysteem, of wanneer we twee quasideeltjes laten botsen met elkaar. Omwille van de sterk-gecorreleerde achtergrond waarop deze deeltjes “leven”, zijn eerder onverwachte effecten niet onmogelijk.

Een mogelijk scenario is dat twee deeltjes een gebonden toestand vormen, of dat er nieuwe quasi-deeltjes ontstaan uit de achtergrond die voordien niet aanwezig waren. Dergelijke processen zijn het directe lage-energie equivalent van resonanties en deeltjescreatie in hoge-energie fysica, en zijn daarom ook interessant om processen uit, bijvoorbeeld, kwantumchromodynamica beter te begrijpen in het regime waar perturbatietheorie faalt.

In dit thesisonderwerp is het dus de bedoeling dat de student enerzijds een beter begrip tracht te vormen van hoe quasideeltjes kunnen emergeren uit een sterk-gecorreleerd kwantumveeldeeltjessysteem (dit veronderstelt een studie van de relevante literatuur), anderzijds een numerieke code ontwikkelt om de botsing van quasideeltjes te simuleren en, ten slotte, de bekomen resultaten tracht fysisch te interpreteren. Het spreekt voor zich dat de mensen van onze onderzoeksgroep in alledrie de stappen bereid zijn om de student te begeleiden.

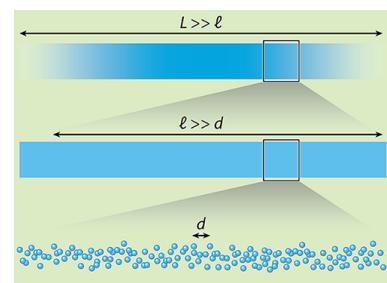
EMERGENTE QUASIDEELTJES IN STERK-GECORRELEerde KWANTUMSYSTEMEN – EMERGENTE HYDRODYNAMICA

Probleemstelling

Het domein van sterk-gecorreleerde kwantumveeldeeltjesfysica is de laatste jaren aan een geweldige opmars bezig. De reden hiervoor is dat fysici zich meer en meer beginnen te realiseren dat uitgesproken kwantumeffecten in veeldeeltjessystemen aanleiding geven tot geheel nieuwe fysische fenomenen, en dat een beter begrip van deze fenomenen zal leiden tot een scala van toepassingen waarvan de ontwikkeling van een kwantumcomputer waarschijnlijk het meest in het oog springt.

Deze ontdekking van de wereld van de kwantumveeldeeltjesfysica plaatst de theoretische fysicus echter voor de zeer grote uitdaging om het specifieke kwantummechanische karakter van een veeldeeltjessysteem afdoende te begrijpen en, indien mogelijk, te simuleren. Hiervoor zijn de traditionele technieken dikwijls ontoereikend, omdat deze net de kwantummechanische eigenschappen van een systeem trachten te verwaarlozen: denk aan Hartree-Fock of DFT technieken, waarbij kwantumcorrelaties typisch zoveel mogelijk verwaarloosd worden, of perturbatietheorie en Feynmandiagrammen die enkel werken als de interacties en correlaties zwak zijn.

In onze onderzoeksgroep ontwikkelen we nieuwe theoretische technieken waarbij de kwantumcorrelaties in een veeldeeltjessysteem centraal staan, en die zodoende wel in staat zijn om de kwantumeffecten te vatten waartoe andere technieken typisch geen toegang hebben. In het bijzonder hebben we de voorbije jaren een instrumentarium ontwikkeld om effectieve quasideeltjes te beschrijven die bewegen op de achtergrond die gevormd wordt door een sterk-gecorreleerd veeldeeltjessysteem. Precies omdat van de sterke correlaties in deze achtergrond kunnen deze quasideeltjes vaak zeer exotische eigenschappen hebben die niet terug te voeren zijn tot de microscopische vrijheidsgraden waaruit het veeldeeltjessysteem is opgebouwd. Een beter begrip van deze “emergente” quasideeltjes is dan ook het centrale thema van dit thesisonderwerp.



Doelstelling

In een uiterst recente ontwikkeling zijn twee onderzoeksgroepen ervin geslaagd een consistente hydrodynamische theorie te ontwikkelen voor deze quasideeltjes, en aldus te begrijpen hoe een veeldeeltjessysteem zich gedraagt wanneer het uit evenwicht wordt gebracht. Het idee is dat er zich stromen vormen van quasideeltjes die ervoor zorgen dat er bijvoorbeeld elektrische lading wordt geleid door het systeem. Vorig jaar is deze theorie ervin geslaagd om een accurate beschrijving te geven van enkele befaamde experimenten met koude atomen. De theorie is echter opgesteld voor een zeer specifieke klasse van systemen, en het is onduidelijk in welke mate ze opgaat voor generieke veeldeeltjessystemen. Bovendien zijn de centrale assumpties van een hydrodynamische beschrijving (de ontkoppeling van lengteschalen, de mogelijkheid van een continuumbeschrijving en lokaal evenwicht) niet in elk experiment even duidelijk vervuld. In dit thesisonderwerp is het de bedoeling dat de student zich deze hydrodynamische theorie eigen maakt, en vervolgens de technieken van onze onderzoeksgroep tracht toe te passen om een algemenere theorie te ontwikkelen. Deze theorie dient vervolgens ook getest te worden op een set van interessante fysische problemen, waarna ook de fysische interpretatie van de bekomen resultaten cruciaal zal blijken. Het spreekt voor zich dat de mensen van onze onderzoeksgroep bereid zijn om de student te begeleiden bij dit eerder uitdagende thesisonderwerp.

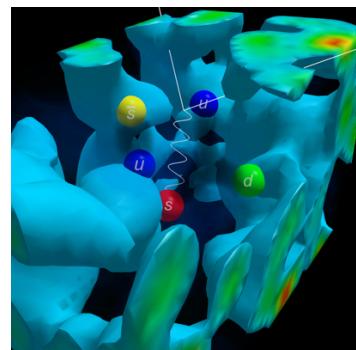
Info & Begeleiding: Maarten Van Damme, Laurens Vanderstraeten, Frank Verstraete

KWANTUMINFORMATIE VOOR DE STERKE KRACHT

Probleemstelling

Kwantumveldentheorie biedt een uiterst nauwkeurige beschrijving van de wereld rondom ons. Meestal worden de implicaties van deze kwantumveldentheorieën begrepen door gebruik te maken van perturbatietheorie maar dit faalt bij sterke interacties. Dit probleem is zeer relevant voor kwantumchromodynamica (QCD), de theorie van de sterke kracht, waarvan alle laag energetische eigenschappen essentieel non-perturbatief zijn. Enkele grote problemen die moeilijk met traditionele technieken aangepakt kunnen worden zijn: het fasediagram van QCD (Hoe gedraagt sterke materie zich bij extreem grote dichtheid bijvoorbeeld binnenin een neutronenster?), het dynamisch gedrag buiten evenwicht (Hoe snel krijgen we bijvoorbeeld thermalisatie bij de zware ionenbotsingen in de LHC?) en de massa van het proton (Welk mechanisme zorgt ervoor dat de protonmassa groter is dan de som van de massa's van zijn bouwstenen?).

In de laatste 15 jaar kwam er vanuit de kwantuminformatietheorie een radicaal nieuwe kijk op deze sterk interagerende veeldeeltjessystemen. Essentieel hierbij was de studie van de wantumverstregeling en het daarbij horende inzicht dat van de exponentieel grote Hilbertruimte slechts een klein stukje relevant is voor de fysica bij lage energie. Dit kleine stukje Hilbertruimte kan dan beschreven worden met zogenaamde tensor netwerken. Deze geven een volledig nieuwe kijk op veeldeeltjessystemen en kwantumveldentheorieën.



Doelstelling

Het doel van deze thesis is verder te onderzoeken wat tensor netwerken kunnen betekenen voor de simulatie van niet perturbatieve kwantumveldentheorieën.

Hiervoor zal de student kijken naar (1) het chiraal Gross Neveu en of (2) QED met Higgs veld in 1+1d. Het Chiraal Gross Neveu model beschrijft dynamische massageneratie zonder dat de chirale symmetrie gebroken wordt. Dit is een louter kwantumeffect en eerder onderzoek door onze groep wijst op interessante links met topologische fasen en instantonen. Een verdere vraag is of de entanglement eigenschappen van de theorie misschien wel met behulp van perturbatietheorie bepaald kunnen worden aangezien deze gelinkt kunnen worden aan het hoge energie gedrag van de theorie vlakbij een zwart gat.

QED met Higgs veld in 1+1d is interessant aangezien men klassiek zowel een confining en een deconfined fase verwacht. Niet perturbatieve effecten tonen echter aan dat de deconfined fase niet aanwezig is ten gevolge van instantonen/vortices in het Higgs veld.

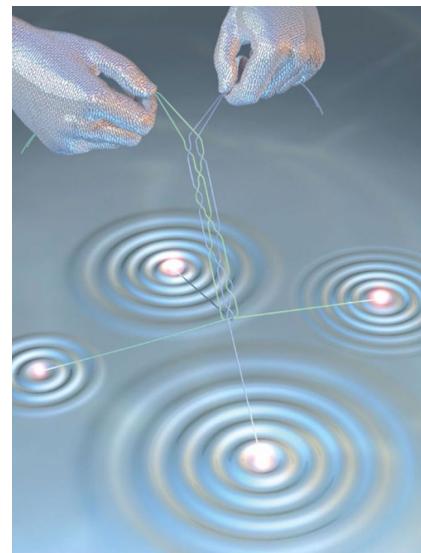
Om deze kwantumveldentheorieën te begrijpen zal de student zowel theoretisch als numeriek werk moeten verrichten. Vanuit theoretisch oogpunt moet de student onderzoeken welke symmetriën aanwezig zijn in de kwantumveldentheorieën en hoe deze vertaald worden richting de discrete theorie, verwacht je hierbij aan zaken zoals kwantumanomalieen, topologische fasen en renormalisatie. Om dit theoretisch onderzoek te gidsen kan de student gebruik maken van een reeds bestaande tensor netwerk toolbox die binnen onze groep ontwikkeld werd.

Info & Begeleiding: Gertian Roose, Karel Van Acoleyen, Jutho Haegeman en Frank Verstraete

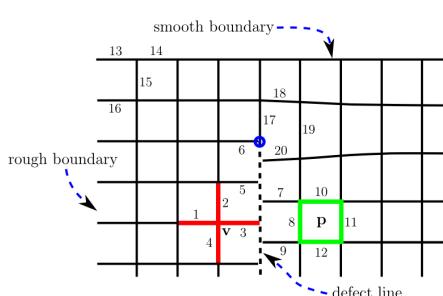
EXOTISCHE ORDE IN KWANTUMMATERIE ALS BOUWSTEEN VAN KWANTUMCOMPUTERS

Probleemstelling

Het bouwen van een kwantumcomputer is duidelijk één van de grootste uitdagingen in de fysica van de volgende decennia. De enorme snelheidswinst haalt een kwantumcomputer door gebruik te maken van 'entanglement', kwantumverstrengeling tussen verschillende kwantum bits (qubits) in het systeem. Door decoherentie — interacties met de omgeving — gaat deze verstrengeling echter verloren, zodat foutcorrectie moet worden toegepast. Een alternatief is om deze qubits te encoderen in materialen met topologische orde. Topologische fasen van de materie zijn intrinsiek kwantummechanisch en de bijbehorende orde is niet geassocieerd aan lokale parameters, maar aan intrinsiek globale eigenschappen. Daardoor kan deze topologische orde niet door de omgeving worden vernietigd.



Door deze observatie is het onderzoek naar topologische fasen de laatste decennia enorm sterk toegenomen, zowel in de laboratoria waar materialen worden gezocht of geconstrueerd die deze eigenschap vertonen, alsook theoretisch en numeriek onderzoek om deze exotische kwantumfasen beter te kunnen verstaan en hun toepassingsmogelijkheden verder te onderzoeken. Inderdaad, de laatste Nobelprijs in de Fysica (2016) was voor enkele van de grondleggers van topologische effecten in de kwantummechanica.



Een typerende eigenschap van topologische orde is dat de excitaties in zulke systemen zich gedragen tussen bosonen en fermionen in, het zijn zogenaamde anyonen. Een interessante vraag is dan bijvoorbeeld wat er kan gebeuren indien in een materiaal een interface wordt gemaakt tussen twee verschillende topologische fasen. Bepaalde anyonen kunnen van de ene kant van de interface naar de andere kant tunnelen, maar voor andere types anyonen is dat onmogelijk. Dit werd beschreven in een recente paper van Kitaev en Kong en zal in dit onderwerp verder worden onderzocht.

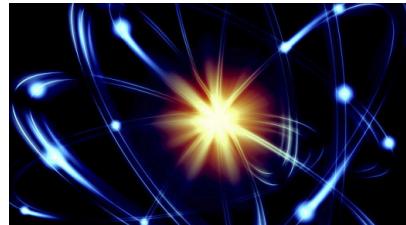
Doelstelling

In onze groep hebben we een elegant formalisme om topologische orde in kwantummateriaal te beschrijven en zowel theoretisch te bestuderen als numeriek te simuleren, door gebruik te maken van zogenaamde tensor netwerktoestanden. Het is in deze thesis de bedoeling om dit formalisme onder de knie te krijgen en dan uit te breiden om het gedrag op een interface te kunnen verstaan. Deze uitbreiding bevat een theoretische component, maar kan dan ook gebruikt worden voor de numerieke simulatie van specifieke modellen.

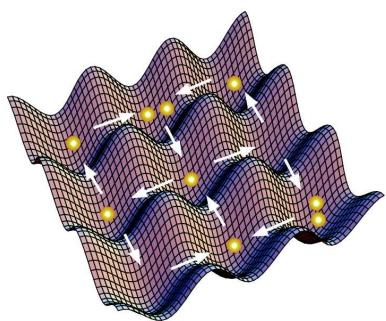
QUANTUM LINK MODELS EN ULTRAKOODE ATOMEN: DE OPLOSSING VOOR QCD IN REAL-TIME?

Probleemstelling

In de laatste twintig jaar zijn de computers enorm geëvolueerd. Het is echter ook duidelijk geworden dat een computer zijn beperkingen heeft. Zo zal het bijvoorbeeld nooit mogelijk zijn om many-body problemen exact te simuleren omdat de fysische Hilbertruimte te groot is om in een computer op te slaan. Dankzij perturbatietheorie, Monte-Carlo simulaties en tensornetwerk states zijn er al geweldige resultaten bekomen in de kwantummechanica / kwantumveldentheorie. Toch kunnen deze methoden niet alle problemen oplossen: perturbatietheorie werkt alleen voor niet-sterk interagerende systemen en Monte-Carlo kan geen reële tijdsevolutie doen of fermionen simuleren (sign-probleem).



Tensornetwerktoestanden kunnen gedeeltelijk een oplossing bieden en hebben in 1D al geweldig werk geleverd. Ze laten zelfs toe om reële tijdsevolutie te doen, hoewel van zodra het systeem begint te thermaliseren ook deze snel op de limieten van de computer botsen. In 2D en 3D kunnen tensornetwork states ook al bepaalde problemen oplossen, maar daar zitten we nog sneller op de limieten van de klassieke rekenbakken. Reële tijdsevolutie in 2D en 3D lijkt daardoor nog zeer veraf. Het is hiermee dan ook duidelijk dat we iets sterker dan een klassieke computer kunnen gebruiken: een analoge kwantumcomputer. Het concept van een analoge kwantumcomputer komt ertop neer dat de reële tijdsevolutie van een Hamiltoniaan wordt geïmiteerd door een bepaalde experimentele setting.



Een voorstel voor een nieuwe analoge kwantumcomputer zijn extreem koude atomen (heel dicht bij $T = 0 \text{ K}$) in een optisch rooster en deze door middel van laserstralen te manipuleren. Deze laserstralen moeten de interacties van de Hamiltoniaan imiteren en de vrijheidsgraden van de atomen (bijvoorbeeld interne spin) stellen de eigenschappen van een spindeeltje of van het ijkveld voor. Op die manier wordt de tijdsevolutie van een fysisch systeem geïmiteerd. In principe is het hiermee mogelijk om in drie ruimtelijke dimensies tijdsevolutie te doen wat een enorme vooruitgang zou betekenen voor de fysica. Uiteraard zijn er nog vele experimentele beperkingen en zullen we bijvoorbeeld QCD op die manier nog niet binnen de tien jaar kunnen simuleren. Maar er is zeker al hoop dat we binnen afzienbare tijd al enkele simpele toy-modellen zouden kunnen bestudeerd worden op deze manier wat al heel wat zou zijn. Voor ijkvelden is er echter nog een extra moeilijkheid: de Hilbertruimte van deze systemen is oneindig wat experimentatoren niet zo leuk vinden. Daarvoor zijn de quantum link modellen ingevoerd: deze vervangen de oneindige Hilbertruimte door een eindige Hilbertruimte zodanig dat die experimenteel kan gerealiseerd worden. Maar dat gaat natuurlijk niet zomaar.

Doelstelling

Het doel van deze thesis zou zijn om dit onderzoeksgebied uit de doeken te doen: hoe worden bepaalde modellen (in het bijzonder QCD) experimenteel gerealiseerd? Wat zijn de beperkingen? Wat zijn de mogelijkheden in de toekomst? Wat is er tot nu toe al gevonden? Zijn er beperkingen die nooit overwonnen kunnen worden? Dit onderwerp is dus een grondige literatuurstudie maar zeker met de nodige uitdaging waarbij zowel theoretisch (fysisch en wiskundig) als experimenteel inzicht nodig is, maar de beloning is naveant.

Info & Begeleiding: Gertjan Roose, Jutho Haegeman, Karel Van Acoleyen, Frank Verstraete

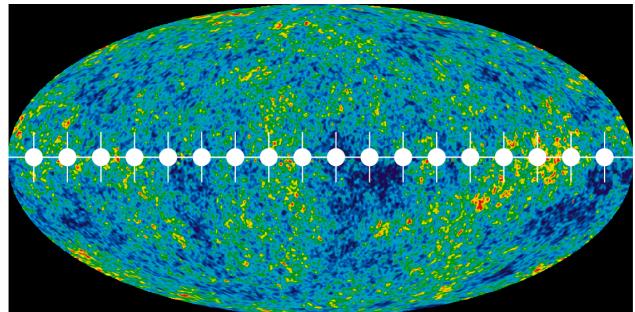
SIMULATIE VAN INFLATIE IN EEN BABY-UNIVERSUM MET SPIN-MODELEN

Probleemstelling

Kosmische inflatie is het dominante paradigma voor de evolutie van het universum tijdens de eerste ogenblikken na de oerknal. Origineel werd het voorgesteld door (door o.a. Guth) om de homogeniteit en vlakheid van het huidige universum te verklaren; maar begin jaren tachtig werd duidelijk (door werk van o.a. Hawking, Gibbons en Mukhanov) dat kwantumfluctuaties op een exponentieel snel expanderend universum zorgen voor een structuur van kleine primordiale dichtheidsperturbaties. Deze kunnen dan later uitgroeien tot de structuren die we vandaag in ons universum terugvinden.

De berekening van Hawking en co veronderstelt echter dat de kwantumfluctuaties zich gedragen als een vrije veldentheorie - het is niet duidelijk wat er verandert wanneer interacties een belangrijke rol spelen. De berekeningen in dat laatste geval vergen een niet-perturbatieve aanpak voor real-time processen in kwantumveldentheorie; wat in het algemeen geval (nog?) niet bestaat.

De laatste jaren is er wel heel wat vooruitgang geboekt - o.a. door onderzoek in onze groep - op de numerieke simulatie van real-time processen voor $d=1+1$ kwantumveeldeeltjes spin systemen. Ook komen er meer en meer geavanceerde koudatoom experimenten die dergerijke spindynamica daadwerkelijk in het lab realizeren.



Doelstelling

Nu blijkt dat sommige ($d=1+1$) spinmodellen kunnen worden gemapt op een scalaire kwantumveldentheorie. Omgekeerd kunnen we dan in principe ook een scalaire kwantumveldentheorie in een expanderend FRW-universum mappen op een spinmodel met een tijdsafhankelijke Hamiltoniaan.

Dit is dan ook de doelstelling van de thesis: 1) op basis van de literatuur onderzoeken welke spin Hamiltonianen de inflaton dynamica in een $1+1$ dimensionaal universum kunnen simuleren. 2) De real-time dynamica voor deze Hamiltonianen numeriek trachten te simuleren met matrix-producttoestanden en zo dus effectief een eerste niet-perturbatieve berekening realizeren van inflatie op kwantumniveau (weliswaar in een $d=1+1$ baby-universum).

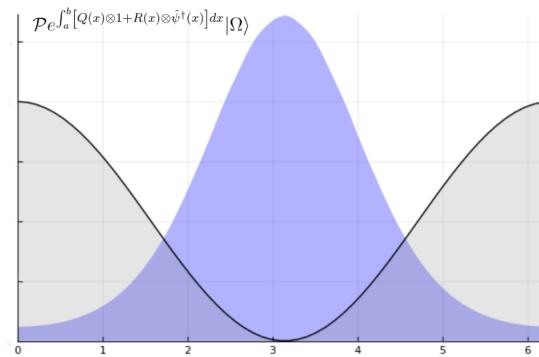
CONTINUE TENSOR NETWERKEN: EEN KWANTUMVELDEN-ANSÄTZE VOOR DE TOEKOMST

Probleemstelling

In een van zijn allerlaatste lezingen beweerde Richard Feynman dat het onmogelijk zou zijn om kwantumveldentheorieën variationeel te begrijpen. In de laatste 25 jaar hebben inzichten uit kwantuminformatietheorie en veeldeeltjesfysica aanleiding gegeven tot technieken die dit wel kunnen. Tot nu toe zijn veel van deze technieken beperkt tot een benaderend model op een rooster. In de laatste 10 jaar heeft o.a. de UGent Quantum Groep variationele principes ontwikkeld die ons toelaten om kwantumveldentheorien rechtstreeks in het continuum te bestuderen.

Momenteel is onderzoek over deze technieken nog in volle ontwikkeling. We doen binnen de groep onderzoek naar ijktheorien, eindige systemen en nieuwe numerieke benaderingsmethodes. Door het gebruiken van sterk ontwikkelde methodes uit andere disciplines zoals kwantumchemie en vaste stof fysica, bouwen we een cutting-edge computationeel en theoretisch framework om moderne onderzoeksproblemen uit alle takken van continue kwantumfysica aan te pakken.

Een van deze methodes is gebaseerd op een kwantuminformatische uitbereiding van de Local Density Approximation. Door de verstrengelingstructuur van de kwantumveldentheorie op te lossen op een oneindig en uniform systeem bekomen we een sterke ansäzte voor een eindige, plaatsafhankelijk veldentheorie. Een open vraag is in welke mate deze methode overeenkomt met bestaande technieken.



Doelstelling

Het doel van deze thesis is om theoretisch of computationeel continue tensor netwerken als een ansäzte voor kwantumveldentheorieën te bestuderen. Vertrekende van een verkennende literatuurstudie van continuous matrix product states (cMPS), de kwantumvelden-ansäzte in kwestie, kan de student zich verdiepen in de computationele of theoretische aspecten van dit onderwerp.



Eenmaal de student meer vertrouwd is met het onderwerp, kan het 'research' gedeelte van de thesis beginnen. De opgedane ervaring kan de student dan gebruiken om een vergelijkende studie te maken tussen de bestaande simulatietechnieken en de Local Density Approximation van cMPS. Daarnaast is het uiterst interessant om de bestudeerde technieken toe te passen op nieuwe modellen.

PERCOLATIE IN TENSORNETWERKEN

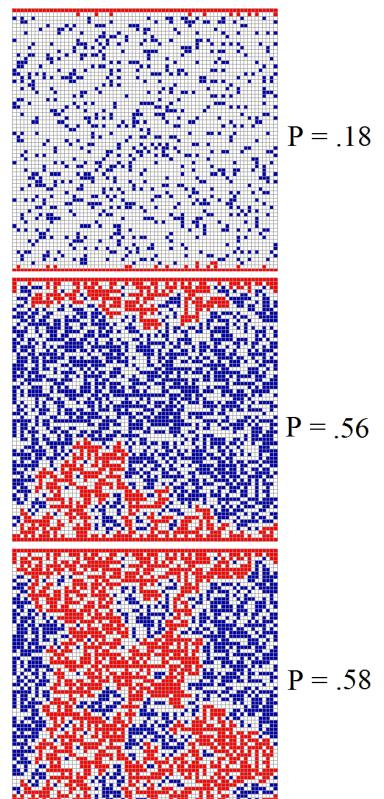
Probleem:

Veronderstel dat een vloeistof over een poreus materiaal gegoten wordt. Kan de vloeistof zich een weg banen door de kanaaltjes in het materiaal en de onderkant bereiken? Deze fysische vraag wordt wiskundig gemodelleerd door een 3 dimensionaal netwerk van punten, verbonden door verbindingen die open zijn (de vloeistof doorlaten) met een bepaalde kans p en gesloten zijn met een kans $1-p$ waarvan veronderstelt wordt dat ze onafhankelijk zijn. Wat is de kans dat er een open pad bestaat tussen 2 punten van dit netwerk? Dit probleem en varianten hierop gaan onder de naam "percolatie", en zijn sinds hun introductie in de jaren 50 sterk bestudeerd door zowel fysici als wiskundigen. Veel relevante praktische problemen behoren tot de zelfde universaliteitsklasse als percolatie, en de resultaten geboekt in dit vakgebied hebben directe toepassing in real-life applicaties zoals transport in poreuze media, epidemieverspreiding, elektrische netwerken en het zetten van koffie.

Tensornetwerken, geïntroduceerd voor hun efficiënte representatie van kwantum veeldeeltjessystemen, vormen een conceptueel transparante en computationeel voordelige representatie voor statistisch mechanische modellen. De methodes ontwikkeld in onze groep voor het rekenen met deze tensornetwerken leveren krachtige numerieke algoritmes voor de studie van deze problemen. Vanuit een theoretisch perspectief zijn tensornetwerkrepresentaties van percolatieproblemen zeer interessant omdat deze behoren tot zogenaamde logaritmische modellen, waar de mogelijke observabelen in de theorie sterke niet-localsiteiten bevatten wat hun numerieke simulatie bemoeilijkt.

Doel:

De student vertrouwt zich met de huidige staat van de problemen rond percolatie en de relevante concepten uit de statistische fysica. Vervolgens wordt gezocht naar een tensornetwerkrealisatie van een toymodel voor percolatie op verschillende roostergeometrieën, waarbij verschillende observabelen numeriek worden uitgerekend en vergeleken worden met de theoretische voorspellingen van percolatietheorie omtrent kritische exponenten. De nadruk ligt op het ontwikkelen van efficiënte algoritmes voor de evaluatie van deze grootheden, met mogelijkheid tot ontwikkeling van algoritmes voor de nieuwe GPU cluster van de groep. Er kan ook connectie worden gemaakt met recent onderzoek in de groep dat kritische statistische mechanische modellen modelleert met tensornetwerken met een veralgemeende vorm van symmetrieën op virtueel niveau, en gezocht worden of er een numerieke methode bestaat om gegeven een tensornetwerk deze symmetrieën te identificeren.



FROM BRAID GROUPS TO QUANTUM GROUPS

Background

$$(R \otimes 1)(1 \otimes R)(R \otimes 1) = (1 \otimes R)(R \otimes 1)(1 \otimes R)$$

The Yang-Baxter equations form a cornerstone of the subject of integrability. Solutions of these equations provide integrable systems, toy models in statistical physics with so much symmetry that explicit calculations and full rigorous analysis can be performed. Finding solutions to the Yang-Baxter equations is not so easy though, and it turns out that a lot of deep concepts from both physics and mathematics arise when studying this problem. Looking at the diagrammatic representation of these equations one notices a striking analogy with braid groups. Indeed, it turns out that the Yang-Baxter Equations themselves can be seen as generators of a braid group on n strands.

Whole classes of solutions can be generated by looking at representations of such braid groups.

Goal

The goal of the thesis would be to study the construction of solutions to the Yang-Baxter equations from the viewpoint of braided categories and Drinfeld's Quantum Double construction of quantum groups.

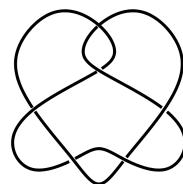
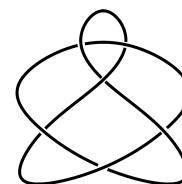
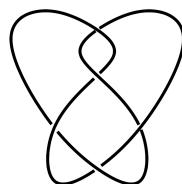
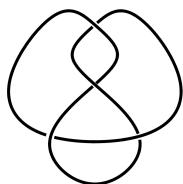
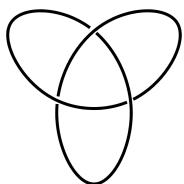
Further reading

Quantum Groups and Knot Invariants by C. Kassel, M. Rosso and V. Turaev.

FROM QUANTUM GROUPS TO KNOTS, LINKS AND THE JONES POLYNOMIAL

Background

Some of the great results in the study of knot theory come from a tight connection with statistical physics. It is via the study of integrability and quantum groups that new light was shed on low dimensional topology, in particular on the theory of knots and links.



$$-\frac{1}{t^4} + \frac{1}{t^3} + \frac{1}{t}$$

$$t^2 + \frac{1}{t^2} - t - \frac{1}{t} + 1$$

$$-\frac{1}{t^6} + \frac{1}{t^5} - \frac{1}{t^4} + \frac{2}{t^3} - \frac{1}{t^2} + \frac{1}{t}$$

$$\frac{1}{t^5} - \frac{2}{t^4} + \frac{2}{t^3} - \frac{2}{t^2} + t + \frac{2}{t} - 1$$

$$\frac{1}{t^4} - \frac{1}{t^3} + t^2 + \frac{1}{t^2} - t - \frac{2}{t} + 2$$

Goal

The goal of the thesis would then be to use the concept of quantum groups to gain insight in the theory of knots and links.

Further reading

Quantum Groups and Knot Invariants by C. Kassel, M. Rosso and V. Turaev.

FROM QUANTISATION TO THE YANG-BAXTER EQUATIONS

Background

Another novel approach to quantum groups comes from the problem of quantisation. In classical mechanics, the phase space M of a dynamical system is a Poisson manifold. This means that the space $F(M)$ of differentiable complex-valued functions on M is equipped with a Lie bracket $\{, \} : F(M) \times F(M) \rightarrow F(M)$ and the dynamical equations defining the time evolution of the system are equivalent to the equations $\dot{f} = \{H_{cl}, f\}$, where H_{cl} is the classical Hamiltonian on M .

In quantum mechanics, the space M is replaced by the set of rays in a complex Hilbert space V , and the space $F(M)$ of functions on M by the algebra $\text{Op}(V)$ of operators on V . The time evolution of an operator A is given by $\dot{A} = [H_{qu}, A]$ with H the quantum Hamiltonian.

The question is: how to pass from the classical to the quantum description of a system? This is the problem of quantisation. Ideally, one would like a map $Q : F(M) \rightarrow \text{Op}(V)$ which assigns to each function f an operator $Q(f)$ on V . Moreover, since time evolution in the classical and quantum descriptions is given by taking the Poisson bracket and commutator with the hamiltonian, respectively, Q should satisfy the relation

$$Q(\{g, f\}) = -\frac{[Q(f), Q(g)]}{i\hbar}$$

Unfortunately, it is known that, even for the simplest case of a single particle moving along the real line, no such map Q exists.

There is, however, an alternative formulation of the quantisation problem, introduced by J. E. Moyal in 1949. This begins by noting that the fundamental difference between the classical and quantum descriptions is that $F(M)$ is a commutative algebra in contrast to $\text{Op}(V)$ which is non-commutative. The idea would then be to ‘deform’ the algebra $F(M)$ such that it becomes non-commutative. Because of the tight connection between the structure of certain manifolds M and the set of complex function defined on them this essentially comes down to a deformation or quantisation of the state space M .

Goal

The goal of the thesis would be to study the quantisations of Lie Groups and in particular the way these groups provide solutions the classical Yang-Baxter equations.

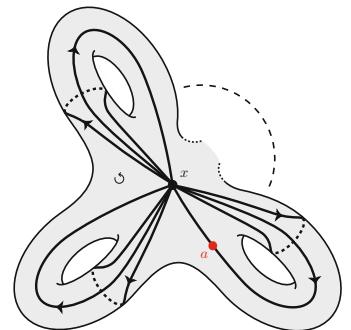
Further reading: A guide to Quantum Groups by V. Chari and A. Pressley.

CLASSIFICATION OF TOPOLOGICAL QUANTUM FIELD THEORIES

Background

In 1988 Witten discovered a new class of field theories, topological quantum field theories (TQFTs), which contain no scales nor dimensional parameters. Because the theory has no scales, all excitations have zero energy. As a matter of fact TQFTs are the low-energy effective theories of topologically ordered states, such as fractional quantum Hall states, string-net condensed states, and other strongly correlated quantum liquid states.

The study of TQFTs has been especially successful in low dimensions. (0+1)-dimensional TQFTs bijectively correspond to finite projective-modules. (1+1)-dimensional TQFTs are fully classified in terms of commutative Frobenius algebras.



Goal

The goal of the thesis would be to understand how the classification of (1+1)d TQFTs arises, and to interpret the result in a physical context.

THE DEEPER STRUCTURE OF FUSION CATEGORIES

Background

The theory of anyons is built on structures known as fusion categories. These categories themselves are constructed starting from a table of fusion data, i.e. data on which particles can fuse together to which other particles. To build a fusion category one must solve a certain set of equations: the pentagon equations. These are 3rd degree polynomial equations in multiple variables. Though there exist algorithms to solve such systems of equations, the complexity of these algorithms grows as \sqrt{n} with the amount of anyons. Professor Verstraete has worked out an algorithm to solve a special class of these equations in tractable time. The algorithm works but can still be improved upon.

A well known theorem for fusion categories is that, up to gauge transforms, the pentagon equations only allow for a finite set of solutions. This theorem makes it possible to start a computational search for solutions. Other theorems with regards to symmetries and dualities have also been proven but often for special cases of fusion categories.

Goal

The aim of the thesis would be to get some proper insight in fusion categories, listing their properties and the results of interest to classification of these categories.

Further reading

Monoidal Categories and Topological Field Theory by V. Turaev and A. Virelizier



THESESONDERWERPEN QUANTUM GROUP

Info & Supervision: Gert Vercleyen