Lenguajes de Programación
Ejercicio Semanal 3

Sandra del Mar Soto Corderi
Edgar Quiroz Castañeda

22 de agosto del 2019

1. Responde cada inciso a partir de la siguiente expresión e

```
let x = let y = 3 in 2 + y end in
   let w = let y = 2 in y * 5 end in
       let y = w / x in y + x end + 2
       end
end
```

   (a) Llenar la siguiente tabla con base en e. El orden de las expresiones let es, por supuesto, el orden de lectura como texto.

Let	Variable Ligada	Expresión a Ligar	Alcance del let
1	x	`let w = let y = 2 in y * 5 end in let y = w / x in y + x end + 2 end`	`let w = let y = 2 in y * 5 end in let y = w / x in y + x end + 2 end`
2	y	`2 + y`	`2 + y`
3	w	`let y = w / x in y + x end + 2`	`let y = w / x in y + x end + 2`
4	y	`y * 5`	`y * 5`
5	y	`y + x`	`y + x`

   (b) Encuentra la representación en la sintaxis abstracta de orden superior de e. Está permitido usar sintaxis concreta para operaciones y números.

   $let\ (let\ num[3],\ y.suma(num[2], y)),\ x.let(let(num[2],\ y.prod(y, num[5]),\ w.suma(let(div(w, x),\ y.suma(y, x), num[2]))$

   (c) Encuentra una expresión e' que sea α-equivalente a e y en donde todas las variables ligadas tengan distinto nombre.

   $e' =$
```
let x = let y = 3 in 2 + y end in
   let w = let z = 2 in z * 5 end in
       let a = w / x in a + x end + 2
       end
end
```

   (d) ¿Cuál es el valor de e? Explica como se llego al resultado.

   $e = 9$
   Utilizando los juicios de transición que vienen en las notas, tenemos :

$\texttt{let } x = \texttt{let } y = 3 \texttt{ in } 2 + y \texttt{ end } \texttt{ in}$
$\texttt{let } w = \texttt{let } y = 2 \texttt{ in } y * 5 \texttt{ end } \texttt{ in}$
$\texttt{let } y = w/x \texttt{ in } y + x \texttt{ end } + 2$
$\texttt{ end}$
$\texttt{ end}$
$\rightarrow (eletf)$
$\texttt{let } x = (2 + y)[y := 3] \texttt{ in}$
$\texttt{let } w = (y * 5)[y := 2] \texttt{ in}$
$\texttt{let } y = w/x \texttt{ in } y + x \texttt{ end } + 2$
$\texttt{ end}$
$\texttt{ end}$
$=$
$\texttt{let } x = (2 + 3) \texttt{ in}$
$\texttt{let } w = (2 * 5) \texttt{ in}$
$\texttt{let } y = w/x \texttt{ in } y + x \texttt{ end } + 2$
$\texttt{ end}$
$\texttt{ end}$
$\rightarrow (esumf), (eprodf), (eleti)$
$\texttt{let } x = 5 \texttt{ in}$
$\texttt{let } w = 10 \texttt{ in}$
$\texttt{let } y = w/x \texttt{ in } y + x \texttt{ end } + 2$
$\texttt{ end}$
$\texttt{ end}$
$\rightarrow (eletf)$
$(\texttt{let } y = w/x \texttt{ in } y + x \texttt{ end } + 2)[x := 5, w := 10]$
$=$
$\texttt{let } y = (w/x)[x := 5, w := 10] \texttt{ in } (y + x)[x := 5, w := 10] \texttt{ end } + 2$
$\rightarrow (eleti)$
$\texttt{let } y = 10/5 \texttt{ in } y + 5 \texttt{ end } + 2$
$\rightarrow (eprodf), (eleti)$
$\texttt{let } y = 2 \texttt{ in } y + 5 \texttt{ end } + 2$
$\rightarrow (eletf)$
$(y + 5)[y := 2] + 2$
$=$
$2 + 5 + 2$
$\rightarrow (esumf)$
9

2. Realiza la siguiente sustitución mostrando la respuesta paso a paso:

   (let $x = y * 4$ *in* (let $z = x + 3$ in $y * 2$ end) $*y$ end) $[y := x + 2]$
   Primero, tenemos que $x \in FV(x + 2)$, por lo que no se puede realizar una sustitución textual en el `let` exterior.

$$(\texttt{let } x = y * 4 \texttt{ in } (\texttt{let } z = x + 3 \texttt{ in } y * 2 \texttt{ end}) \ * y \texttt{ end})[y := x + 2]$$

   Entonces, hay que encontrar una expresión α-equivalente que no tenga este problema.

$$\equiv_\alpha (\texttt{let } w = y * 4 \texttt{ in } (\texttt{let } z = w + 3 \texttt{ in } y * 2 \texttt{ end}) \ * y \texttt{ end})[y := x + 2]$$

Luego, ya es posible realizar la sustitución de forma textual.

Primero, se aplica recursivamente la sustitución a la asignación y al cuerpo del `let` exterior.

$$= \texttt{let } w = (y * 4)[y := x + 2] \texttt{ in } ((\texttt{let } z = w + 3 \texttt{ in } y * 2 \texttt{ end}) * y)[y := x + 2] \texttt{ end}$$

En la expresión de asignación ya se puede aplicar directamente la sustitución. En el cuerpo del `let` aún hay que realizarla recursivamente.

Notemos que en el `let` interior, se puede realizar la sustitución textual sin necesidad de realizar ninguna α-equivalencia.

$$= \texttt{let } w = (x + 2) * 4 \texttt{ in } (\texttt{let } z = w + 3 \texttt{ in } y * 2 \texttt{ end})[y := x + 2] * y[y := x + 2] \texttt{ end}$$

Se aplica la sustitución donde es posible, y se sigue recursivamente donde no se puede.

$$= \texttt{let } w = (x + 2) * 4 \texttt{ in } (\texttt{let } z = (w + 3)[y := x + 2] \texttt{ in } (y * 2)[y := x + 2] \texttt{ end}) * (x + 2) \texttt{ end}$$

Finalmente, se termina de aplicar la sustitución en todas las subexpresiones.

$$= \texttt{let } w = (x + 2) * 4 \texttt{ in } (\texttt{let } z = (w + 3) \texttt{ in } ((x + 2) * 2) \texttt{ end}) * (x + 2) \texttt{ end}$$