

# Lenguajes de Programación

## Ejercicio Semanal 4

Sandra del Mar Soto Corderi  
Edgar Quiroz Castañeda

5 de septiembre del 2019

1. Considera las siguientes expresiones:

$e_1 =_{def} \text{if iszero } (2 + 5) \text{ then let } x = 3 \text{ in suc } (x + 1) \text{ end else pred } (6 + 4)$

$e_2 =_{def} \text{let } x = \text{suc } (2 * 1) \text{ in let } y = \text{pred } x \text{ in if false then } (x + y) \text{ else } (0 * 5) \text{ end end}$

- (a) Verifica el tipado de  $e_1$  y  $e_2$ , utilizando la semántica estática. Debe mostrar todos los pasos de derivación, anotando en cada uno de ellos el nombre de la regla utilizada.

Usaremos los nombres de las reglas mencionadas en las notas:

$e_1 = \text{if iszero}(2 + 5) \text{ then let } x = 3 \text{ in suc}(x + 1) \text{ end else pred}(6 + 4) : \text{Nat}$	
1. $\vdash 3 : \text{Nat}$	(tnum)
2. $\vdash 2 : \text{Nat}$	(tnum)
3. $\vdash 5 : \text{Nat}$	(tnum)
4. $\vdash 2 + 5 : \text{Nat}$	(tsum)2, 3
5. $\vdash \text{iszero}(2 + 5) : \text{Bool}$	(tisz)4
6. $\vdash 6 : \text{Nat}$	(tnum)
7. $\vdash 4 : \text{Nat}$	(tnum)
8. $\vdash 6 + 4 : \text{Nat}$	(tsum)6, 7
9. $\vdash \text{pred}(6 + 4) : \text{Nat}$	(tpred)8
10. $x : \text{Nat} \vdash x : \text{Nat}$	(tvar)
11. $x : \text{Nat} \vdash 1 : \text{Nat}$	(tnum)
12. $x : \text{Nat} \vdash x + 1 : \text{Nat}$	(tsum)10, 11
13. $x : \text{Nat} \vdash \text{suc}(x + 1) : \text{Nat}$	(tsuc)12
14. $\vdash \text{let } x = 3 \text{ in suc}(x + 1) \text{ end} : \text{Nat}$	(tlet)1, 13
15. $\vdash \text{if iszero}(2 + 5) \text{ then let } x = 3 \text{ in suc}(x + 1) \text{ end else pred}(6 + 4) : \text{Nat}$	(tif)5, 9, 14

$e_2 = \text{let } x = \text{suc}(2 * 1) \text{ in let } y = \text{pred } x \text{ in if false then } (x + y) \text{ else } (0 * 5) \text{ end end} : \text{Nat}$	
1. $\vdash 2 : \text{Nat}$	(tnum)
2. $\vdash 1 : \text{Nat}$	(tnum)
3. $\vdash 2 * 1 : \text{Nat}$	(tprod)1, 2
4. $\vdash \text{suc}(2 * 1) : \text{Nat}$	(tsuc)3
5. $x : \text{Nat} \vdash x : \text{Nat} : \text{Nat}$	(tvar)
6. $x : \text{Nat} \vdash \text{pred } x : \text{Nat}$	(tpred)5
7. $x, y : \text{Nat} \vdash y : \text{Nat}$	(tvar)
8. $x, y : \text{Nat} \vdash x : \text{Nat}$	(tvar)
9. $x, y : \text{Nat} \vdash x + y : \text{Nat}$	(tsum)7, 8
10. $x, y : \text{Nat} \vdash \text{bool}[\text{false}] : \text{Bool}$	(tfalse)
11. $x, y : \text{Nat} \vdash 0 : \text{Nat}$	(tnum)
12. $x, y : \text{Nat} \vdash 5 : \text{Nat}$	(tnum)
13. $x, y : \text{Nat} \vdash 0 * 5 : \text{Nat}$	(tprod)11, 12
14. $x, y : \text{Nat} \vdash \text{if false then } (x + y) \text{ else } (0 * 5) : \text{Nat}$	(tif)9, 10, 13
15. $x : \text{Nat} \vdash \text{let } y = \text{pred } x \text{ in if false then } (x + y) \text{ else } (0 * 5) \text{ end} : \text{Nat}$	(tlet)6, 14
16. $\vdash \text{let } x = \text{suc}(2 * 1) \text{ in let } y = \text{pred } x \text{ in if false then } (x + y) \text{ else } (0 * 5) \text{ end end} : \text{Nat}$	(tlet)4, 15

- (b) Realiza la evaluación formal de  $e_1$  y  $e_2$  utilizando la semántica operacional ( $\rightarrow$ ). Debe mostrar todos los pasos de derivación, anotando en cada uno de ellos el nombre de la regla utilizada.

Primero, se evalúa un paso de la expresión condicional del *if*.

$$\frac{\frac{\frac{}{2 + 5 \rightarrow 7} \text{ (esumaf)}}{\text{iszero}(2 + 5) \rightarrow \text{iszero}(7)} \text{ (eisz)}}{e_1 \rightarrow \text{if}(\text{iszero}(7), \text{let}(3, x.\text{suc}(x)), \text{pred}(6 + 4)) = e_1^2} \text{ (eif)}$$

Otro paso de la expresión condicional.

$$\frac{\frac{}{\text{iszero}(7) \rightarrow \text{false}} \text{ (eiszs)}}{e_1^2 \rightarrow \text{if}(\text{false}, \text{let}(3, x.\text{suc}(x)), \text{pred}(6 + 4)) = e_1^3} \text{ (eif)}$$

Luego, usando el valor de la expresión, se aplica la semántica del *if*.

$$\frac{}{e_1^3 \rightarrow \text{pred}(6 + 4)} \text{ (eif false)}$$

Luego se evalúa un paso de la expresión resultante.

$$\frac{\frac{}{6 + 4 \rightarrow 10} \text{ (esumaf)}}{\text{pred}(6 + 4) \rightarrow \text{pred}(10)} \text{ (epred)}$$

Y se evalúa otra vez, para obtener un valor finalmente.

$$\frac{}{\text{pred}(10) \rightarrow 9} \text{ (epreds)}$$

Primero, se evalúa un paso de la expresión a sustituir en el primer let.

$$\frac{\frac{\frac{}{2 * 1 \rightarrow 2} \text{ (eprod)} \text{ (esuc)}}{\text{suc}(2 * 1) \rightarrow \text{suc}(2)}}{e_2 \rightarrow \text{let}(\text{suc}(2), x.\text{let}(\text{pred}(x), y.\text{if}(\text{false}, x + y, 0 * 5))) = e_2^2} \text{ (eleti)}$$

Otro paso

$$\frac{\frac{}{suc(2) \rightarrow 3} (esucn)}{e_2^2 \rightarrow let(3, x.let(pred(x), y.if(false, x + y, 0 * 5))) = e_2^3} eleti$$

Luego, se transita a la sustitución del valor

$$\frac{}{e_2^3 \rightarrow let(pred(x), y.if(false, x + y, 0 * 5))[x := 3]} eletf$$

Luego, realicemos la sustitución.

$$\begin{aligned} & let(pred(x), y.if(false, x + y, 0 * 5))[x := 3] \\ &= let(pred(x)[x := 3], y.if(false, x + y, 0 * 5)[x := 3]) \\ &= let(pred(3), y.if(false[x := 3], x + y[x := 3], 0 * 5[x := 3])) \\ &= let(pred(3), y.if(false, x[x := 3] + y[x := 3], 0[x := 3] * 5[x := 3])) \\ &= let(pred(3), y.if(false, 3 + y, 0 * 5)) \\ &= e_2^4 \end{aligned}$$

Ahora, hay que evaluar la expresión a sustituir en el *let*.

$$\frac{\frac{}{pred(3) \rightarrow 4} (epreds)}{e_2^4 \rightarrow let(4, y.if(false, 3 + y, 0 * 5)) = e_2^5} eleti$$

Y transitar para realizar la sustitución.

$$\frac{}{e_2^5 \rightarrow if(false, 3 + y, 0 * 5)[y := 4]} (eletf)$$

Que tiene como resultado

$$\begin{aligned} & if(false, 3 + y, 0 * 5)[y := 4] \\ &= if(false[y := 4], (3 + y)[y := 4], (0 * 5)[y := 4]) \\ &= if(false, 3[y := 4] + y[y := 4], 0[y := 4] * 5[y := 4]) \\ &= if(false, 3 + 4, 0 * 5) = e_2^6 \end{aligned}$$

Luego se elige transita a la expresión que indique la semántica del *if*.

$$\frac{}{e_2^6 \rightarrow 0 * 5} eif false$$

Que se evalua a

$$\frac{}{0 * 5 \rightarrow 0} eif false$$