

Lenguajes de Programación 2020-1

Facultad de Ciencias UNAM

Ejercicio Semanal 8

Sandra del Mar Soto Corderi
Edgar Quiroz Castañeda

10 de octubre del 2019

1. Encontrar el tipo mas general para las siguientes expresiones de Cálculo Lambda utilizando el algoritmo de inferencia de tipos W.

a) $\mathbf{and} = \lambda x \lambda y. xy \mathbf{true} = \lambda x \lambda y. xy (\lambda x \lambda y. x) =_{\alpha} \lambda x \lambda y. xy (\lambda a \lambda b. a)$

Como $\text{Var}(\mathbf{and}) = \{x: X, y: Y, a: A, b: B\}$

$$\emptyset | \Gamma \models x : X \quad (\text{Var}) \quad (1)$$

$$\emptyset | \Gamma \models y : Y \quad (\text{Var}) \quad (2)$$

$$= 0 \quad (\text{Definicion Integral}) \quad (3)$$

b) $\mathbf{or} = \lambda x \lambda y. x \mathbf{true} y$

Primero

$$\frac{\frac{x : X \in \Gamma_1 = \{x : X\}}{\emptyset | \Gamma_1 \vdash x : X} \text{Var} \quad \frac{\frac{S = \emptyset}{Z_1 \text{ fresh}} \text{Ax} \quad (\emptyset \cup \{X\}) \cap (\emptyset \cup \emptyset) = \emptyset}{R_1 = \{X = \text{Bool} \mapsto Z_1\} | \Gamma_1 \vdash x \mathbf{true} : Z_1} \text{App}}{R_1 = \{X = \text{Bool} \mapsto Z_1\} | \Gamma_1 \vdash x \mathbf{true} : Z_1} \text{App}$$

Luego

$$\frac{\frac{\frac{\text{Anterior}}{R_1 | \Gamma_1 \vdash x \mathbf{true} : Z_1} \text{App} \quad \frac{\frac{y : Y \in \Gamma_2 = \{y : Y\}}{\emptyset | \Gamma_2 \vdash y : Y} \text{Var} \quad \frac{S = \{X = \text{Bool} \mapsto Z_1\}}{Z_2 \text{ fresh}} \quad (\{X, Z_1\} \cup \{X\}) \cap (\emptyset \cup \emptyset) = \emptyset}{R_2 = \{Z_1 = Y \mapsto Z_2\} \cup R_1 | \Gamma_3 = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \vdash x \mathbf{true} y : Z_2} \text{App}}{R_2 | \Gamma_3 \vdash x \mathbf{true} y : Z_2} \text{App}}{\frac{\frac{R_2 | \Gamma_3 \vdash x \mathbf{true} y : Z_2}{R_2 | \Gamma_4 = \Gamma_3 \setminus \{y : Y\} \vdash \lambda y. x \mathbf{true} y : Y \mapsto Z_2} \text{Lam}}{R_2 | \emptyset = \Gamma_4 \setminus \{x : X\} \vdash \lambda x. \lambda y. x \mathbf{true} y : X \mapsto (Y \mapsto Z_2)} \text{Lam}} \text{Lam}$$

Con $R_2 = \{X = \text{Bool} \mapsto Z_1, Z_1 = Y \mapsto Z_2\}$.

Unificando tenemos que $\{X = \text{Bool} \mapsto (Y \mapsto Z_2)\}$.

Por lo que la expresión tiene tipo

$$\lambda x. \lambda y. x \mathbf{true} y : (\text{Bool} \mapsto (Y \mapsto Z_2)) \mapsto (Y \mapsto Z_2)$$

c) $\mathbf{snd} = \lambda p. p \mathbf{false} = \lambda p. p (\lambda x \lambda y. y)$ Como $\text{Var}(\mathbf{and}) = \{x: X, y: Y, p: P\}$

$$\emptyset | \{x : X, y : Y\} \models x : X \quad (\text{Var}) \quad (4)$$

$$\emptyset | \{x : X, y : Y\} \models x : X \quad (\text{Var}) \quad (5)$$

$$= 0 \quad (\text{Definicion Integral}) \quad (6)$$