Matrice zamjene su unitarne matrice dimenzija 4x4. Matrice zamjene najbližih susjeda u našem slučaju izgledaju kao:

$$U_{12} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{\pi}{4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\pi}{4}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\frac{\pi}{4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}; \quad U_{23} = \begin{bmatrix} 1 & -i & 0 & 0 \\ -i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & -i & 1 \end{bmatrix}; \quad U_{34} = \begin{bmatrix} e^{-\frac{\pi}{4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{\pi}{4}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{\pi}{4}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix}$$

IZVOD:

U našoj simulaciji se nalaze 4 Majorane, koje interpretiramo kao krajeve 2 Kitaevljeva lanca, pa imamo sustav 2 kubita. Osnovna stanja sustava ćemo opisivati pomoću zauzetosti pojedine fermionske lokacije (c_1 i c_2). Tako:

$$|00\rangle = ni\ jedna\ nije\ zauzeta$$

$$|01\rangle = druga\ je\ zauzeta$$

$$|10\rangle = prva\ je\ zauzeta$$

$$|11\rangle = obe\ su\ zauzete$$

Znamo (iz definicije Majorana fermiona) da je $c_1 = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ i $c_1^\dagger = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$, te isto za c_2, samo sa preostale dvije Majorane γ_3 i γ_4. Ekvivalentno:

$$\gamma_1 = c_1^\dagger + c_1$$

$$\gamma_2 = i(c_1^\dagger - c_1)$$

$$\gamma_3 = c_2^\dagger + c_2$$

$$\gamma_4 = i(c_2^\dagger - c_2)$$

(link: više o svojstvima Kitaevljevog lanca)

Prema [formalizmu druge kvantizacije] djelovanje operatora anihilacije na vakuumsko stanje $|00\rangle$ daje 0. Dakle,

$$c_1|00\rangle = 0, \qquad c_2|00\rangle = 0$$

Očekivano, operatori kreacije na isto stanje djeluju kao:

$$c_1^\dagger|00\rangle = |10\rangle, \qquad c_2^\dagger|00\rangle = |01\rangle$$

Nadalje,

$$c_1|01\rangle = 0, \qquad c_2|01\rangle = |00\rangle, \qquad c_1^\dagger|01\rangle = |11\rangle, \qquad c_2^\dagger|01\rangle = 0$$

$$c_1|10\rangle = |00\rangle, \qquad c_2|10\rangle = 0, \qquad c_1^\dagger|10\rangle = 0, \qquad c_2^\dagger|10\rangle = |11\rangle$$

$$c_1|11\rangle = |01\rangle, \qquad c_2|11\rangle = |10\rangle, \qquad c_1^\dagger|11\rangle = 0, \qquad c_2^\dagger|11\rangle = 0$$

Matricu operatora zamjene dobit ćemo iz

$$U = \exp\left(\pm\frac{\pi}{4}\gamma_n\gamma_m\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm \gamma_n\gamma_m)$$

gdje $\pm$ označuje smjer zamjene. Odabrat ćemo + kao rotaciju u desno.

U_{12} onda možemo izvesti promatranjem učinka na svako osnovno stanje:

$$\gamma_1|00\rangle = c_1^\dagger|00\rangle + c_1|00\rangle = |10\rangle + 0 = |10\rangle$$

$$\gamma_1|00\rangle = \cdots = i|10\rangle$$

$$\gamma_1\gamma_2|00\rangle = \gamma_1(\gamma_2|00\rangle) = \gamma_1(i|10\rangle) = i\left(c_1^\dagger|10\rangle + c_1|10\rangle\right) = i(0 + |00\rangle) = i|00\rangle$$

$$U_{12}\,|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \gamma_1\gamma_2)|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)|00\rangle$$

Što odgovara pomaku u fazi za $-\frac{\pi}{4}$, pa je prvi stupac:

$$\begin{bmatrix} e^{-\frac{\pi}{4}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Istim postupkom izvodimo ostale stupce primjenom na ostala osnovna stanja.