Laboratorium 12
Metody Numeryczne
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica
w Krakowie

Maciej Piwek

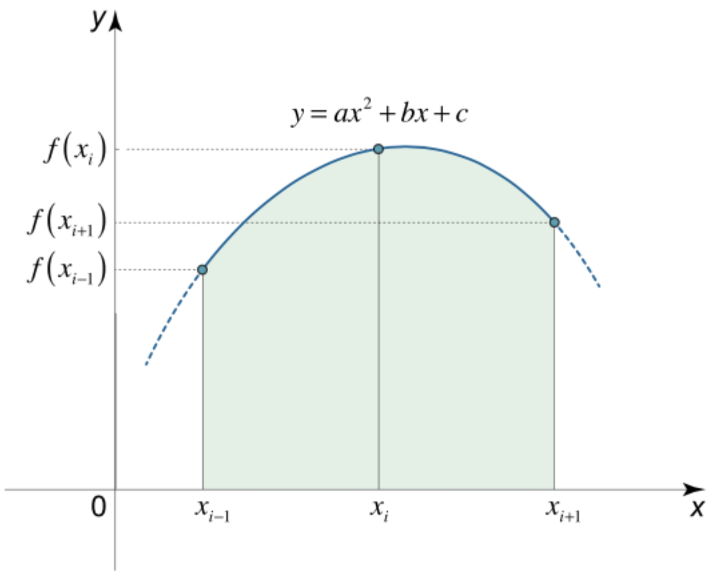
31 maja 2021

1 Wstęp

Na zajęciach został omówiony problem całkowania numerycznego **metodą Simpsona**

2 Opis metody

Metoda Simpsona to metoda numeryczna, która pozwala na wyznaczenie wartości całki poprzez użycie funkcji kwadratowej. W metodzie Simpsona stosujemy jako przybliżenie parabolę obliczając sumy wycinków obszarów pod parabolą.



Rysunek 1: Reprezentacja graficzna metody Simpsona

Przedział całkowania $[a, b]$ dzielimy na $n + 1$ równo odległych punktów $x_0, x_1, ..., x_n$, gdzie odległość między sąsiadującymi punktami to $h = \frac{b-a}{n}$. Jeżeli funkcja $f(x)$ jest ciągła, to :

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(x_{i-1} + 4x_i + x_{i+1}) \tag{1}$$

, gdzie x_{i-1}, x_i, x_{i+1} to odpowiednio: lewy kraniec przedziału dx, czyli -h, środek przedziału oraz prawy kraniec przedziału.

3 Opis Problemu

Naszym zadaniem było obliczenie numeryczne całki typu:

$$I = \int_0^{\pi} x^m sin(kx)dx \tag{2}$$

metodą Simpsona. W celu sprawdzenia poprawności metody obliczono wartości szeregu:

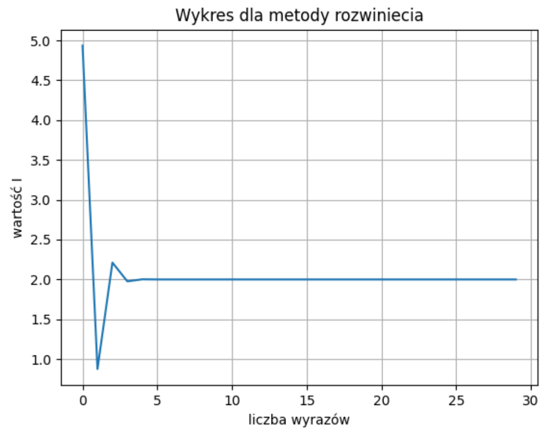
$$I = \int_0^{\pi} x^m sin(kx)dx = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \frac{(kx)^{2i+m+2}}{k^{m+1}(2i+1)!(2i+m+2)}|_a^b \tag{3}$$

4 Wykonanie zadania oraz wyniki

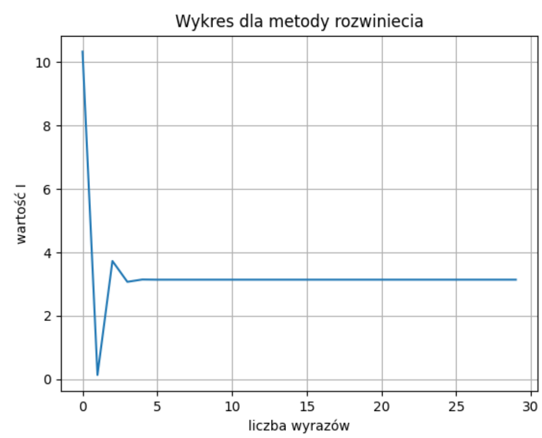
Najpierw obliczono wartości całki metodą rozwinięcia funkcji podcałkowej w szereg dla:

- $m = 0, k = 1(I = 2)$
- $m = 1, k = 1(I = pi)$
- $m = 5, k = 5(I = 56.363569)$

W każdym z powyższych przypadków zapisano do pliku wartości sum, gdy liczba sumowanych wyrazów. Czynność powtórzono dla metody Simpsona. A wyniki prezentują się następująco:

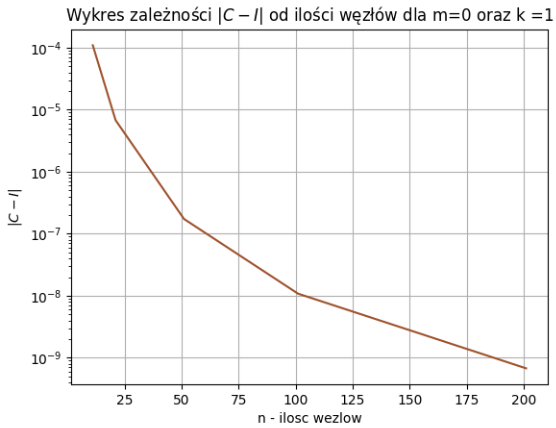


Rysunek 2: Wykres dla metody rozwinięcia dla $m = 0$ oraz $k = 1$

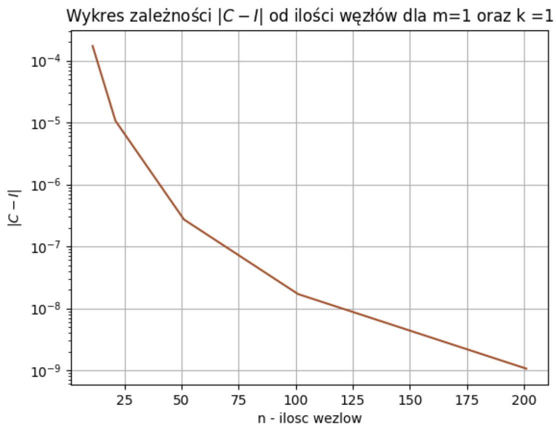


Rysunek 3: Wykres dla metody rozwinięcia dla $m = 1$ oraz $k = 1$

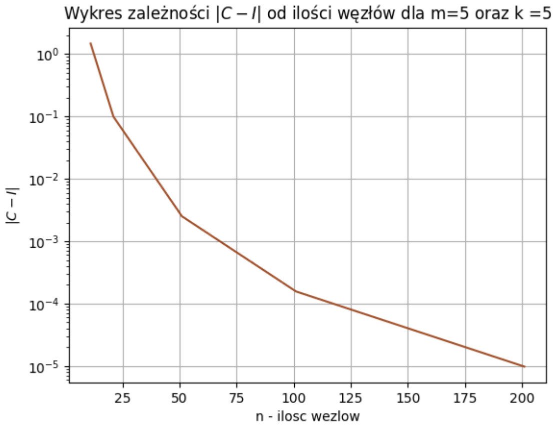
Rysunek 4: Wykres dla metody rozwinięcia dla $m = 5$ oraz $k = 5$



Rysunek 5: Wykres dla metody Simpsona dla $m = 0$ oraz $k = 1$



Rysunek 6: Wykres dla metody Simpsona dla $m = 1$ oraz $k = 1$



Rysunek 7: Wykres dla metody Simpsona dla $m = 5$ oraz $k = 5$

5 Wnioski

- Przedstawiona metoda Simpsona jest bardzo łatwa w implementacji oraz wydajna.
- Wyniki uzyskane dzięki implementacji metody Simpsona są zgodne z metodą rozwinięcia, a te z teoretycznymi oczekiwaniami. Wskazuje to na poprawność wykonanego zadania.