Laboratorium 14
Metody Numeryczne
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej
Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica
w Krakowie

Maciej Piwek

12 czerwca 2021

# 1 Wstęp

Na zajęciach został omówiony problem generowania ciągu liczb pseudolosowych o rozkładzie jednorodnym i trójkątnym.

# 2 Opis metody

Generatory liniowe tworzą ciąg liczb według schematu:

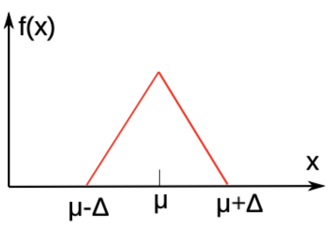
$$X_{n+1} = (a_1 X_n + a_2 X_{n-1} + ... + a_k X_{n-k+1} + c) mod m \tag{1}$$

gdzie: $a_1, a_2, ..., a_k, c, m$ – parametry generatora (ustalone liczby)

Funkcję gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu trójkątnego $T(\mu, \Delta)$ zdefiniowano następująco:

$$f(x; \mu, \Delta) = -\frac{|x-\mu|}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta} \tag{2}$$

gdzie: $\mu$ to środek rozkładu, a $\Delta$ to jego szerokość.




Rysunek 1: Funkcja gęstości prawdopodobieństwa rozkładu trójkątnego.

Dystrybuanta tego rozkładu jest następująca:

$$F(a) = P(x < a) = \int_{\mu-\Delta}^{a} f(x; \mu, \Delta) dx = \begin{cases} -\frac{1}{\Delta^2}(-\frac{x^2}{2} + \mu x) + \frac{x}{\Delta}, & x \le \mu \\ -\frac{1}{\Delta^2}(-\frac{x^2}{2} - \mu x + \mu^2) + \frac{x}{\Delta}, & x > \mu \end{cases} \tag{3}$$

Jeśli $\xi_1 \in U(0,1)$ i $\xi_2 \in U(0,1)$ to zmienną o rozkładzie trójkątnym oraz parametrach $\mu$ i $\Delta$ generujemy stosując formułę:

$$x = \mu + (\xi_1 + \xi_2 - 1) \cdot \Delta \tag{4}$$

# 3 Opis Problemu

Startując od $x_0 = 10$ wygenerowano $n = 10^4$ liczb pseudolosowych przy użyciu generatora mieszanego:

$$x_{n+1} = (ax_n + c)modm \tag{5}$$

o parametrach:

1. $a = 123, \quad c = 1, \;\; m = 2^{15}$
2. $a = 69069, \quad c = 1, \;\; m = 2^{32}$

W obu przypadkach sporządzono rysunek $X_{i+1} = f(X_i)(X_i = x_i/(m + 1.0)$ z warunku normalizacji do rozkładu $U(0, 1))$.

Wygenerować $n = 10^3$ liczb o rozkładzie trójkątnym o parametrach $\mu = 4$ i $\Delta = 3$. Podzielono przedział $[\mu - \Delta, \mu + \Delta]$ na $k = 10$ podprzedziałów. Dla rozkładu trójkątnego przeprowadzono test $\chi^2$ tj. określono wartość statystyki testowej.

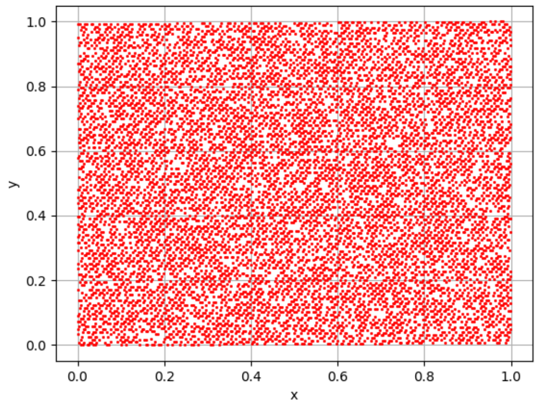
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i} \tag{6}$$

gdzie: $n_i$ to ilość liczb znajdujących się w podprzedziale o indeksie i, $p_i$ to prawdopodobieństwo teoretyczne, że zmienna losowa $X$ znajdzie się w i - tym przedziale.

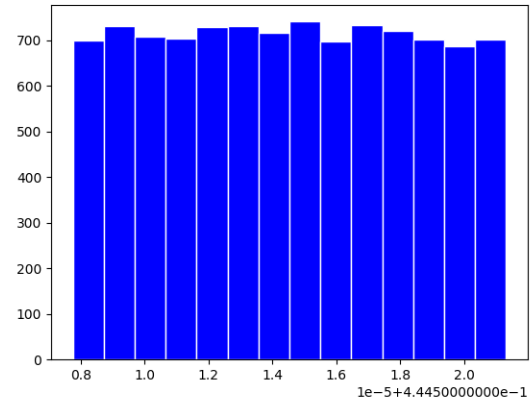
$$p_i = F(x_{i,max} - x_{i,min}) \tag{7}$$

We wzorze powyżej $F(x)$ jest wartością dystrybuanty. Wartości: $p_i$ oraz $n \cdot p_i$ dla każdego z podprzedziałów zapisano do pliku.

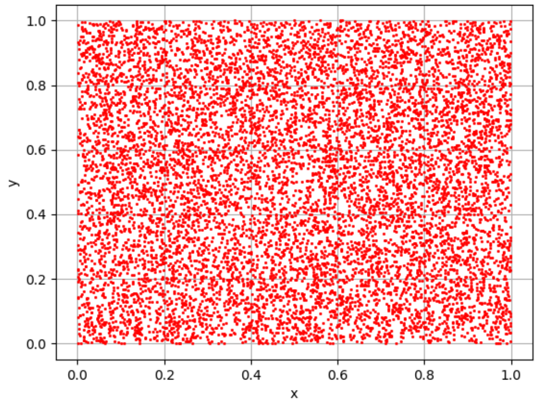
# 4 Wyniki



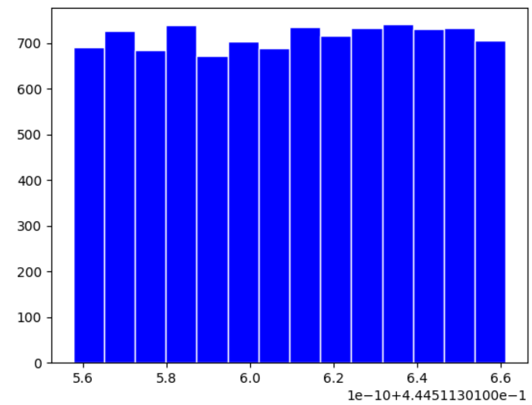

Rysunek 1: $a = 123, \quad c = 1, \;\; m = 2^{15}$



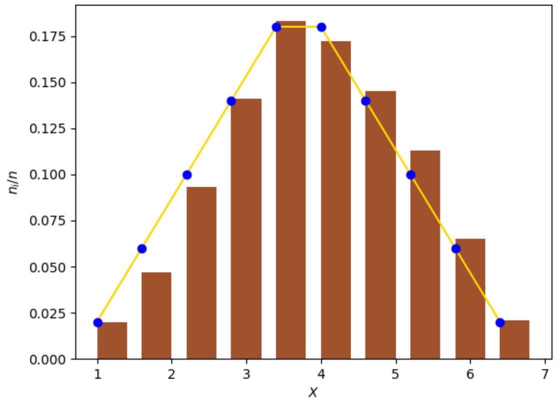

Rysunek 2: $a = 123, \quad c = 1, \ m = 2^{15}$




Rysunek 3: $a = 69069, \quad c = 1, \ m = 2^{32}$




Rysunek 4: $a = 69069, \quad c = 1, \ m = 2^{32}$




Rysunek 5: Histogram dla $n_i/n$ od $p_i$

# 5 Wnioski

- Łatwo dostrzec, że generator mieszany działa lepiej dla pierwszego zestawu parametrów, patrząc na wygenerowane wykresy.
- Kształt wygenerowanego histogramu dla liczb o rozkładzie trójkątnym, jest zgodny z oczekiwaniami, co może świadczyć o poprawności wykonanego ćwiczenia.