

Laboratorium 11  
Metody Numeryczne  
Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej  
Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica  
w Krakowie

Maciej Piwek

25 maja 2021

## 1 Wstęp

Na laboratoriach zapoznano się z metodą **odszumiania sygnału przy użyciu FFT**.

## 2 Opis metody

Splot dwóch funkcji definiujemy jako:

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (1)$$

Funkcję  $f(t)$  potraktowano jako sygnał a funkcję  $g(t)$  jako wagę oraz splot obu funkcji potraktowano jako uśrednienie funkcji  $f$  pewną ustaloną funkcją wagową  $g$ . Wykorzystano ten fakt do wygładzenia zaszumionego sygnału. Aby przeprowadzić efektywnie obliczenia, do obliczenia splotu wykorzystano FFT:

$$FFT f(t) * g(t) = FFT f \cdot FFT g = f(k) \cdot g(k) \quad (2)$$

$$f(t) * g(t) = FFT^{-1} f(k) \cdot g(k) \quad (3)$$

Jako sygnał przyjęto:

$$f(t) = f_0(t) + \Delta \quad (4)$$

gdzie:

$$f_0(t) = \sin 1 \cdot \omega t + \sin 2 \cdot \omega t + \sin 3 \cdot \omega t \quad (5)$$

jest sygnałem niezaburzonym,  $\omega = 2\pi/T$  - pulsacja,  $T$  - okres,  $\Delta$  jest liczbą pseudolosową z zakresu  $[-1/2, 1/2]$ . Jako funkcję wagową przyjęto funkcję gaussowską:

$$g(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6)$$

## 3 Opis Problemu

Przyjęto parametry:  $N_k = 2k$ ,  $k = 8, 10, 12$  - liczba węzłów,  $T = 1.0$ ,  $t_{max} = 3T$  - maksymalny okres czasu trwania sygnału,  $dt = t_{max}/Nk$  - krok czasowy,  $\sigma = T/20$ . Utworzono pętlę zewnętrzną po  $k = 8, 10, 12$ , wyznaczano w niej  $N_k$ , i tworzono tablice:

- $f_0$  - dla sygnału bez szumu

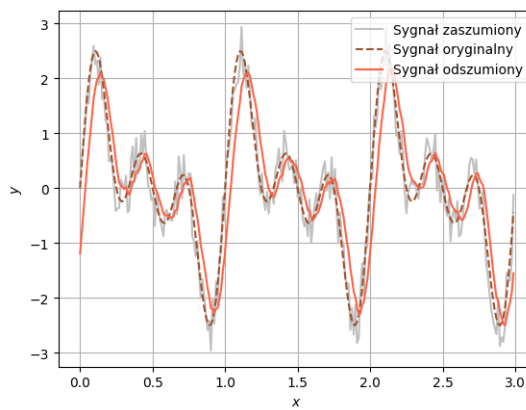
- $f$  - dla sygnału z szumem
- $g_1, g_2$  - dla funkcji wagowej

Następnie :

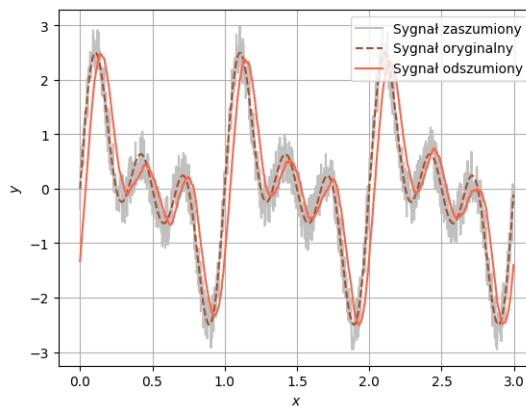
1. Wypełniono tablice odpowiednimi wartościami.
2. Obliczono transformaty:  $f_k = FFT f, g_1(k) = FFT g_1, g_2(k) = FFT^{-1} g_2$ .
3. Obliczono transformatę splotu czyli iloczyn:  $f_k \cdot (g_1(k) + g_2(k))$ .
4. Obliczono:  $FFT^{-1} f(k)$ .
5. Dla  $f_{inverseFourier}$  znaleziono element o maksymalnym module  $f_{max} = \max |f[2 \cdot i - 1]|, i = 1, \dots, n$ .
6. Zapisano do pliku sygnał niezaburzony.

## 4 Wyniki

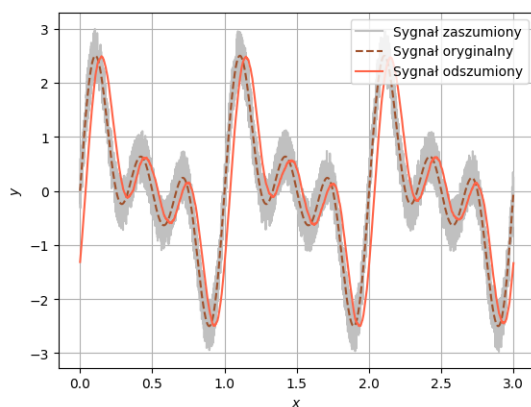
Po zaimplementowaniu algorytmu dla wygenerowanych plików z danymi dla każdego  $N_k$  wygenerowano wykres: sygnału niezaburzonego i znormalizowanego splotu. Wyniki przedstawiają się następująco:



Rysunek 1: Wykres przedstawiający: zaszumiony sygnał, sygnał oryginalny oraz sygnał odszumiony dla  $k = 8$



Rysunek 2: Wykres przedstawiający: zaszumiony sygnał, sygnał oryginalny oraz sygnał odszumiony dla  $k = 10$



Rysunek 3: Wykres przedstawiający: zasumowany sygnał, sygnał oryginalny oraz sygnał odsumiony dla  $k = 12$

## 5 Wnioski

- Wykresy nie pokrywają się dla każdego  $t_i$ , ponieważ nasza funkcja gaussowska jest wyraźnie przesunięta.
- Jakość wygładzenia zależy od ilości elementów w tablicy dla  $k = 12$  wykres jest o zauważalnie gładszy i bardziej przypomina sygnał oryginalny niż dla  $k = 8$ .