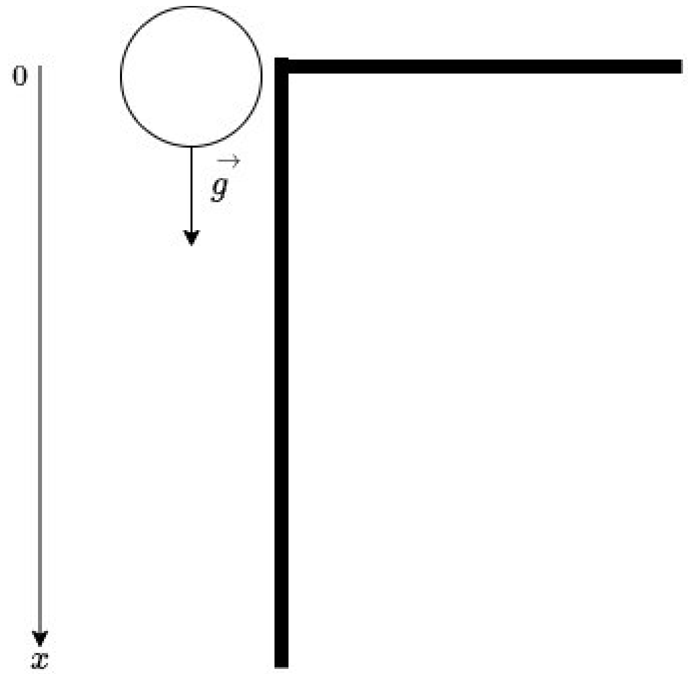
Trajektorijas atrašana brīvajā kritienā, izmantojot Eilera metodi

Lai saprastu skaitlisko aprēķinu šķēpa izmešanai pret horizontu, sākotnēji veiksim vienkāršotu skaitlisku aprēķinu Excel. Tajā ietilpst šādi soļi:

1. Problēmas definīcija un izmantojamie fizikālie vienādojumi.
2. Eilera metode
3. Ātruma aprēķināšana, ja ir zināms paātrinājums
4. Trajektorijas aprēķināšana, ja ir zināms ātrums

Problēmas definīcija un izmantojamie fizikālie vienādojumi.



Iedomājamies, ka mēs ķermeni atlaižam pār kraujas malu un vēlamies aprēķināt tā noieto attālumu kā funkciju no laika, izmantojot skaitliskās metodes.

Izmantosim brīvās krišanas tuvinājumu, pieņemsim, ka darbojas tikai gravitācijas spēks. Sākuma ātrums ir 0, par ass pozitīvo virzienu pieņemsim virzienu uz leju. Tas paātrinājums, ātrums un noietais ceļš – visi būs pozitīvi skaitļi.

Zināms, ka šādā situācijā paātrinājums ir konstants:

$$a = g = 9.8\ \frac{m}{s^2}.$$

Saskaņā ar dotajiem uzdevuma nosacījumiem:

$$v_0 = 0.$$

Lai varētu izmantot Eilera metodi, atcerēsimies, kā ir savstarpēji saistīts ātrums ar koordinātu x un kā paātrinājums ir atkarīgs no ātruma:

$$a = \frac{dv}{dt},$$

$$v = \frac{dx}{dt}.$$

Mēs zinām arī teorētiskās pareizās atbildes šajā situācijā. Ātruma atkarība no laika pie konstanta a izsakās kā:

$$v = v_0 + at$$

Noietais ceļš kā funkcija no laika pie konstanta a, un pieņemot $x_0 = 0$ un $t_0 = 0$:

$$x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Eilera metode.

Sadalīsim laiku intervālos Δt un sanumurēsim laika momentus:

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = t_0 + \Delta t = \Delta t$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 2\Delta t$$

Apzīmēsim ātrumus šajos laika momentos ar v_i, tas nozīmē, ka laika momentā t_0 ātrums ir v_0, pie t_1 ātrums ir v_1, utt.

Šādā gadījumā, pie konstanta a, katru nākamo v_{i+1} vērtību var aprēķināt no iepriekšējās, izmantojot formulu:

$$v_{i+1} = v_i + a\Delta t$$

Ātruma aprēķināšana, ja ir zināms paātrinājums

Tagad atvērsim Excel un sāksim aprēķināt mums nepieciešamos lielumus. Izveidosim tabulu, kā redzams attēlā:

t, s	*a, m/s2*	*v, m/s*	Δt	Δv	Δx	*x, m*

Vispirms atrisināsim pirmo problēmu, tas ir – iegūsim ātruma izmaiņu laikā, proti, aizpildīsim pirmās 5 kolonnas. Pēdējās divas kolonnas aizpildīsim nākamajā uzdevumā.

Tātad lielumi, kas mums šobrīd interesē ir t- laiks, a- paātrinājums, v- ātrums, laika solis Δt , ātruma izmaiņa Δv.

Tad sākam palēnām šo tabulu pildīt:

Šobrīd bez īpaša pamatojuma ievedīsim, ka mūsu laika solis $\Delta t = 1$s, un jautājumu par pareizu laika soļa izvēli atstāsim vēlākam laikam. Tas mums ļauj aizpildīt 1. un 4. kolonnu. Zinām arī, ka mēs aplūkojam situāciju ar konstantu paātrinājumu

$$a = g = 9.8\ \frac{m}{s^2}.$$

Tas ļauj aizpildīt otro kolonnu. No sākuma nosacījumiem zinām, ka pie $t = 0$, $v = 0$.

t, s	*a, m/s2*	*v, m/s*	Δt	Δv	Δx	*x, m*
0	9.8	0	0			
1	9.8		1			
2	9.8		1			
3	9.8		1			
…	…	…	…	…	…	…

Esam izdarījuši visu, lai varētu sākt pielietot Eilera metodi.

Eilera metode mums saka, ka

$$v_{i+1} = v_i + a\Delta t.$$

Aprēķināsim ātrumu v_1:

$$v_1 = v_0 + a\Delta t = v_0 + \Delta v$$

Varam aprēķināt, ka $\Delta v = a \cdot \Delta t = 9.8$. Tas mums ļauj aizpildīt otrās rindiņas 5. kolonnu.

$$v_1 = v_0 + \Delta v = 0 + 9.8 = 9.8$$

Tagad mēs zinām kāds ir ātrums v_1 un varam aizpildīt 3. kolonnas otro rindiņu.

t, s	*a, m/s2*	*v, m/s*	Δt	Δv	Δx	*x, m*
0	9.8	0				
1	9.8	9.8	1	9.8		
2	9.8		1			
3	9.8		1			
…	…	…	…	…	…	…

Turpiniet aizpildīt pārējās 3. un 5. kolonnas rindiņas, līdz sasniedziet t = 10s.

Uzzīmējiet ātruma atkarību no laika, un pārliecinieties, ka rezultāts atbilst teorētiski sagaidāmajam!

Trajektorijas aprēķināšana, ja ir zināms ātrums

Tagad, kad esam aprēķinājuši ātruma izmaiņu laikā, pienācis laiks aprēķināt koordinātas atkarību no laika. Aprēķinos izmantojot Eilera metodes versiju, kas izskatās kā:

$$x_{i+1} = x_i + \boldsymbol{v_i}\Delta t$$

Pieņemiet, ka sākuma momentā $x_0 = 0$.

Rezultāta atkarība no laika soļa:

Uztaisiet jaunu tabulu un atkārtojiet v, x aprēķinus izmantojot $\Delta t = 0.1s$

Uzzīmējiet abus aprēķinu trajektorijas $x(t)$ rezultātus vienā grafikā. Tajā pašā grafikā piezīmējiet teorētisko $x(t)$ izteiksmi.

Noformējiet šo grafiku, pieliekot asīm nosaukumus un mērvienības. Šis grafiks būs jāiekļauj laboratorijas darba protokolā.

Atbildiet uz šiem 2 jautājumiem (būs jāiekļauj laboratorijas darba protokolā):

1) Kad skaitliskais atrisinājums trajektorijai ir tuvāks teorētiskajam - ar lielāku vai mazāku laika soli?
2) Vai skaitliskais atrisinājums funkcijai $v(t)$ ir atkarīgs no laika soļa? Kāpēc?

Slīpi pret horizontu izsviesta ķermeņa kustība 2 dimensijās

Jaunā Excel Sheet izveidojiet analogu tabulu, kas aprēķinās ķermeņa kustību divās dimensijās. Joprojām pieņemiet, ka darbojas tikai gravitācijas spēks.

Izmantojot kursā Fizika 1 iegūtās zināšanas, atgādiniet sev kāds būs paātrinājums horizontālajā dimensijā, un ko no tā var secināt par ātrumu horizontālajā dimensijā.

Pieņemiet, ka sākuma ātrums v_0 ir 20 m/s, un šķēps tiek izmests 45 grādu leņķī pret horizontu.

Aizpildiet šādu tabulu: (tā būs jāiekļauj laboratorijas darba protokolā).

Sākuma ātruma horizontālā komponente, m/s	
Sākuma ātruma vertikālā komponente, m/s	
Šķēpa nolidotais attālums izmantojot laika soli $\Delta t = 1s$, m	
Šķēpa nolidotais attālums izmantojot laika soli $\Delta t = 0.1s$, m	

Projektu finansē Eiropas Savienības Atveseļošanas un noturības mehānisma investīcija un valsts budžets. Vien. Nr. 2.3.1.1.i.0/1/22/I/CFLA/003 “Augsta līmeņa digitālo prasmju apguve Latvijā augstas veiktspējas skaitļošanas tehnoloģiju jomā”

LATVIJAS UNIVERSITĀTE

Finansē Eiropas Savienība NextGenerationEU

2027 Nacionālais attīstības plāns