

Interférences à deux ondes par division d'amplitude

Quentin CHAUVIN

9 janvier 2018

Table des matières

1	Généralités	2
2	Localisation des franges	2
2.1	Lame mince à faces	2
2.2	Lame mince dite en coin	3
3	Déphasage introduit par une lame	3
4	Franges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger	6
4.1	Interféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air	7
5	Franges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau	10
5.1	Cas général d'une lame quelconque	10
5.2	Lame en coin	11
5.3	Coin d'air	12
5.3.1	Dispositif des anneaux de Newton	12
5.3.2	Interphéromètre de Michelson : utilisation en coin d'air	13

1 Généralités

Pour les systèmes interférentiels à différences du front d'onde, la source primaire doit être quasi ponctuelle pour qu'il y est cohérence entre les sources émises. La conséquence est que les figures d'interférences sont peu lumineuses. Pour qu'il y est interférence entre deux ondes, il faut que le déphasage en un point M d'observation des interférences soit tel-que :

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} ([SS_1M] - [SS_2M])$$

Si la source primaire est déplacée de \vec{dS} , les chemins optique $[SS_1M]$ et $[SS_2M]$ varient respectivement de $n\vec{\Delta S} \cdot \vec{u}_1$ et $n\vec{\Delta S} \cdot \vec{u}_2$ avec \vec{u}_1 et \vec{u}_2 les vecteurs unitaires portés par les directions de propagation des ondes.

La variation de phase (du déphasage) $\Delta\Phi$ est égale à :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n\vec{\Delta S}(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$$

Deux cas de figures se présentent pour maintenir la variation de déphasage $\Delta\Phi = 0$ lorsque la source primaire se déplace. C'est la propriété exploitée dans les systèmes interférentiels par division du front d'onde lorsque l'on passe d'une source ponctuelle à une source fine étendue dans la direction perpendiculaire au plan des ondes interférentes.

Cela correspond à un rayon incident unique ou à des rayons parallèles, c'est le cas que nous allons considérer avec le système interférentiel par division d'amplitude. Le doublement du train d'onde issu d'un rayon incident par le biais de reflexion ou de transmission par une lame mince permet d'obtenir des interférences. Une lame mince est constitué de deux dioptrés. Nous allons considérer deux types de lames minces à l'origine de franges d'interférences : la lame mince à faces parallèle et la lame mince dites en coin dont les dioptrés forment un angle α très petit.

2 Localisation des franges

2.1 Lame mince à faces

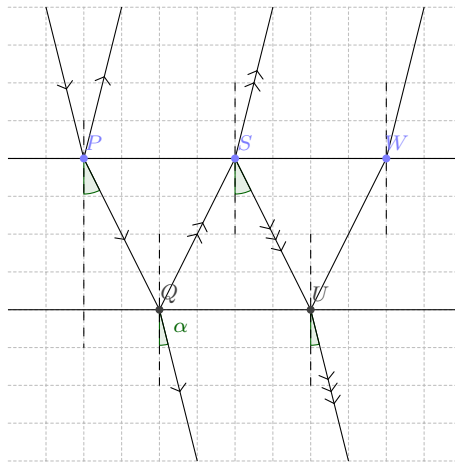
Les rayons d'une source étendue d'une même inclinaison i par rapport à lame mince sont parallèles entre eux après reflexion ou transmission par les dioptrés parallèles de la lame mince. Ces rayons incidents parallèles entre eux permettent de renforcer la figure d'interférence. Celle-ci se forment à l'infini compte tenu du parallélisme interférentes issu de la lame mince. On dit que les interférences sont localisées à l'infini.

2.2 lame mince dite en coin

Lorsque la lame mince est éclairée en incidence proche de la normale au dioptré, formant un angle α très faible en tre eux. Le point de rencontre des rayons issus de la réflexion ou de la transmission par la lame en coin est plus ou moins proche de celle-ci. on dit que les interférences sont localisées à l'infini.

3 Déphasage introduit par une lame

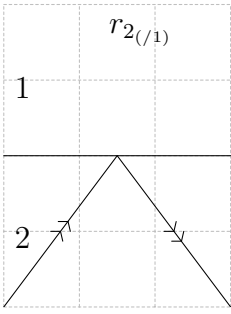
Bien que la démonstration qui suit soit illustrée par le cas de la lame à face parallèle, elle reste valable pour la lame d'épaisseur uniforme appelé "lame en coin".

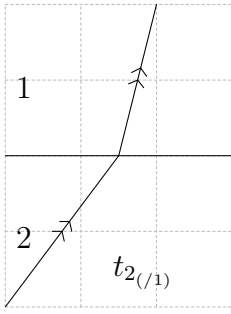


Soit une lame mince transparentes d'indice n à face parallèle d'épaisseur e plongée dans un milieu d'indice n_0 . Soit une onde plane dont on considère que l'amplitude vaut 1, se propageant dans le milieu d'indice n_0 avec une incidence proche de la normale au dioptré de la lame mince. Cette onde crée une infinité d'ondes réfléchies et transmises par la lame mince. Les coefficients de réflexion et de transmission (r, t) pour une incidence proche de la normale sont :

$$r_{1(2)} = \frac{n_0 - n}{n_0 + n} \quad t_{1(2)} = \frac{2n_0}{n_0 + n}$$

Avec n_0 l'indice du milieu 1 et n celui du milieu 2.

$$r_{2(/1)} = \frac{n-n_0}{n_0+n}$$


$$t_{2(/1)} = \frac{2n}{n_0+n}$$


Deux relations sont à prendre en compte entre ces coefficients. La première est immédiate : $r_1 = -r_2$. La deuxième est issu du théorème de conservation de l'énergie en un point du dioptre : $r + t = 1$ avec r et t les coefficients de réflexion et de transmission en énergie.

Appliqué au dioptre A les coefficients en énergie pour une incidence proche de la normale sont :

$$R_{1(/2)} = r_1^2; T_{1(/2)} = T_{1(/2)}^2 \frac{n}{n_0}$$

On en déduit donc :

$$r_1^2 + T_{1(/2)}^2 \frac{n}{n_0} = 1$$

Considérons maintenant le cas ou $n_0 < n$, les deux relations précédentes donnent :

$$r_1 = r_2 = -r < 0$$

$$t_1 t_2 = 1 - r_1^2 = 1 - r^2$$

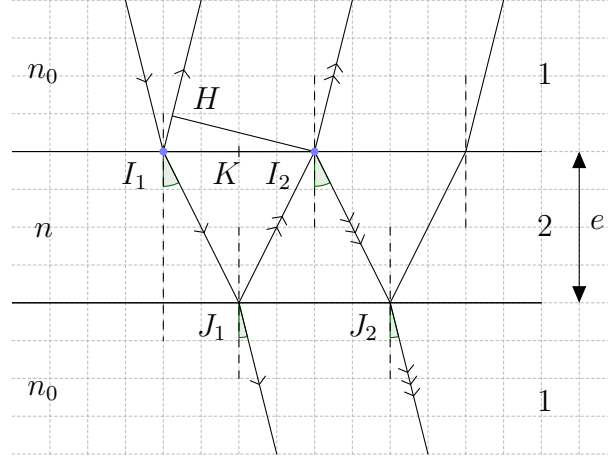
Les amplitudes des 4 premières ondes réfléchies sont :

$$\begin{aligned} r_1 &\Rightarrow -r \\ t_1 t_2 r_2 &\Rightarrow (1 - r^2)r \\ t_1 t_2 r_2^3 &\Rightarrow (1 - r^2)r^3 \\ t_1 t_2 r_2^5 &\Rightarrow (1 - r^2)r^5 \end{aligned}$$

Les amplitudes des 4 premières ondes transmises sont :

$$\begin{aligned} t_1 t_2 &\Rightarrow 1 - r^2 \\ t_1 t_2 r_2^2 &\Rightarrow (1 - r^2)r^2 \\ t_1 t_2 r_2^4 &\Rightarrow (1 - r^2)r^4 \\ t_1 t_2 r_2^6 &\Rightarrow (1 - r^2)r^6 \end{aligned}$$

Dans le cas de dioptre non traités pour augmenter leur coefficients de reflexion $r \ll 1$ (Ex : si la lame est en verre d'indice $n = 1,5$ baignant dans un milieu d'indice $n_0 = 1$ alors $r = 0,2$ ainsi seules les deux premières ondes réfléchies et transmises ont des amplitudes non négligeables) l'études peut alors se limiter à ces deux ondes.
Par ailleurs les deux ondes réfléchies ayant des amplitudes beaucoup plus proches que les ondes transmises le contraste obtenu par reflexion est meilleur que celui par transmission.



Diférence de marche géométrique :

$$\delta_r = [I_1 J_1 I_1] - [I_2 H]$$

$$\delta_r = n \overline{I J_1} + n \overline{J_1 I_2} - n_0 \overline{I_2 H}$$

$$I_1 J_1 = \frac{e}{\cos r}$$

$$I_1 H = I_1 I_2 \sin r$$

$$I_1 I_2 = 2 I_1 K = 2e \times \tan i$$

$$I_1 H = 2e \frac{\sin i}{\cos i} \sin r$$

Il vient :

$$\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} - 2n_0 e \frac{\sin i}{\cos r} \sin r$$

Or : $n_0 \sin i = n \sin r$

$$\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2ne \cos r$$

Différence de marche physique :

Si $n_0 < n$:

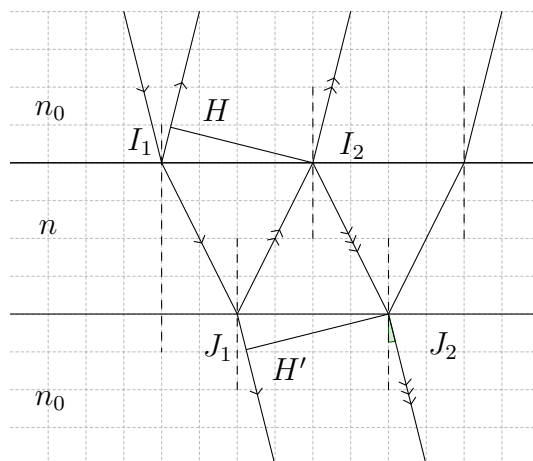
$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$

Si $n_0 > n$:

$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$

Anisi que nous l'avons vu précédement, à la différence de marche géométrique il faut ajouter la différence de marche liée à un milieu plus réfrangeant. DOnc :

$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos r \pm \pi$$



$$\delta_t = [J_1 I_1 J_2] - [J_1 H'] = 2ne \cos r$$

$$\delta_r = [I_1 J_1 I_2] - [I_1 H]$$

$$\Phi_t = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

SI $n_0 < n$ il n'y a aucun déphasage lié à la nature des dioptrés pour les deux ondes transmises.

Si $n_0 > n$ un premier déphasage de π se produit en J_1 et un deuxième en I_2 pour l'onde transmise en J_2 . Dans les deux cas les deux ondes transmises ne présentent pas de déphasage lié à la nature des dioptrés.

EN raison du déphasage de π entre Φ_r et Φ_t la figure d'interférence obtenue par reflexion est complémentaire de celle obtenue par transmission. Il y a inversion des franges sombres et des franges brillantes en passant de l'une à l'autre.

4 Franges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger

Cette figure d'interférence est obtenue à partir d'une lame mince à face parallèle éclairée par une source monochromatique étendue. Les deux ondes issues de la reflexion ou de la transmission par la lame ne sont pas de même amplitude, donc pas de même intensité. L'expression des intensités vu dans le Chapitre 3 :

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta 2 \cos \Phi$$

Avec Θ l'angle entre les champs électrique issu des deux sources secondaires. Or ces ondes proviennent de la reflexion ou de la transmission par une lame à faces parallèles sont parallèles entre elles ; $\Theta = 0$ et donc $\cos \Theta = 1$.

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} 2 \cos \Phi$$

De manière générale :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos r + \Phi_{phi}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2ne \cos r + \delta_{phi})$$

De ces deux epressions de I et de Φ on en déduit que les points dégaes intensité sont ceux pour lesquels le déphasage Φ est identique, c'est à dire pour une lame d'épaisseur constante e ceux pour lesquels r est égal à une constante, donc i est égal à une constante. Cela justifie le nombre de franges à égales inclinaison puisqu'une frange est obtenue à partir de l'ensemble des ondes issus de la source étendu et présentant la même incidence sur la lame.

INSERER FIGURE.

Soit deux exemples d'observation de franges d'égales inclinaison : en transmission et en reflexion ; dans les deux cas la figure d'interférence est constitué d'anneaux concentriques localisés à l'infini puisqu'elle provient des interférences produite par des rayons parallèle entre eux.

4.1 Iterféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air

L'interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs M_1 et M_2 , d'une lame en verre avec une face métalisée pour être semi réfléchissante appelée lame séparatrice L_s et d'une lame transparente de même indice et de même épaisseur appelée lame compensatrice L_c . Celle-ci permet de compenser le nombre de fois ou deux rayons issu de la source et réfléchi par M_1 et M_2 traversent une même épaisseur de verre

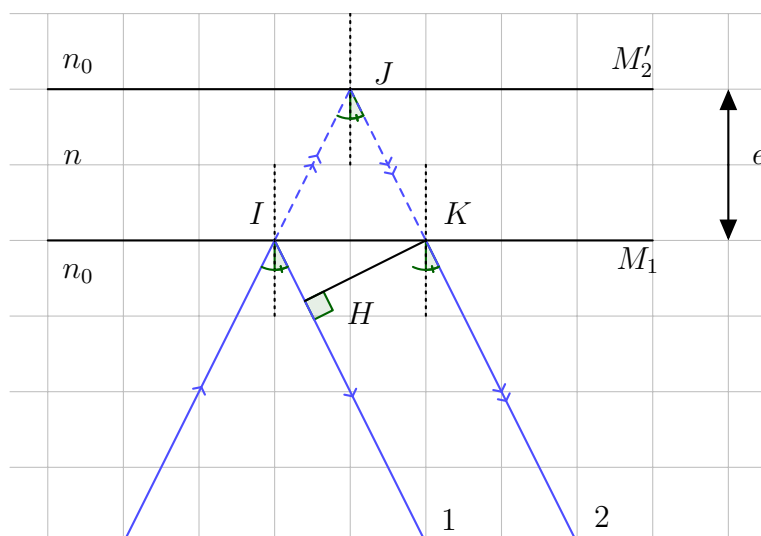
INSERER FIGURE.

Pour la compréhension des phénomènes, ont ont faire abstraction de l'épaisseu e de la séparatrice et donc de la compensatrice également.

Quand l'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est réglé en lame à faces parallèles, les interférences sont localisés à l'infini et necessite donc de placer le plan d'observation dans le plan focal d'une lentille convergente.

Si le miroir M_1 est remplacé par le miroir M_2 par rapport au plan de la séparatrice (soit M'_2) la différence de marche δ entre les deux rayons est nulle.

Ainsi tout ce passe comme si les interférences étaient produites par une lame d'air entre le miroir réel M_2 et le miroir virtuel M'_2 .



$$\begin{array}{l|l} \delta = [IJK] - [IH] & \rho = F'M \\ \delta = 2nIJ - [IH] & \rho = \tan if \\ \delta = 2n \frac{e}{\cos i} - e \frac{\sin^2 i}{\cos i} & \text{Or } i \text{ est faible} \\ \delta = 2ne \cos i & \Rightarrow \tan i \simeq i \Rightarrow \rho = if \end{array}$$

La différence de marche entre les deux rayons parallèles interférants dans le plan focal d'une lentille convergente et faisant un angle i faible par rapport à la normale au miroir, donc :

$$\delta = 2ne \cos i \Rightarrow \delta \simeq 2ne \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \Rightarrow \delta \simeq 2ne \left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2}\right)$$

Lorsque l'on observe les rayons parallèles dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f , les franges d'interférences sont des anneaux concentriques centrés sur l'axe optique de la lentille dont le rayon ρ est tel que $\rho = if$.

L'ordre d'interférence P est tel que :

$$P = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2}\right)$$

L'ordre d'interférence est maximal au centre F' pour $i = 0 \Rightarrow \rho = 0$ et tel que $P_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$

$$\frac{2ne}{\lambda_0} - P = \frac{2ne}{\lambda_0} \times \frac{\rho^2}{2f^2}$$

$$\rho = f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} \left(\frac{2ne}{\lambda_0} - P \right)}$$

$$\rho = f \sqrt{\frac{2}{P_0} \left(\frac{2ne}{\lambda_0} - P \right)}$$

$$\rho = f \sqrt{\frac{2}{P_0} (P_0 - P)}$$

Les anneaux brillants ont des rayons $\rho_{mb} = f \sqrt{\frac{2}{P_0} (P_0 - m)}$ avec m entier et $P = m$.

Les anneaux sombres ont des rayons $\rho_{ms} = f \sqrt{\frac{2}{P_0} \left(P_0 - \left(m + \frac{1}{2} \right) \right)}$ avec m entier et $P = m + \frac{1}{2}$

Si le centre des anneaux est un point brillant alors $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0$ (entier). Avec m_0 la valeur maximale de m entier.

$$\Rightarrow \rho_{mb} = f \sqrt{\frac{2}{m_0} (m_0 - m)}$$

Si le centre des anneaux est un point sombre alors $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0 + \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \rho_{ms} = f \sqrt{\frac{2}{P} \left(\left(m_0 + \frac{1}{2} \right) - \left(m + \frac{1}{2} \right) \right)}$$

Lorsque le centre des anneaux est un point brillant, le rayon des anneaux brillants varie comme la racine carrée de nombre entier successif ($m_0 - m$), les anneaux se resserrent donc à mesure que l'on s'éloigne du centre.

A un anneau donné correspond un ordre d'interférence donné tel que :

$$P = \frac{2ne \cos i}{\lambda_0}$$

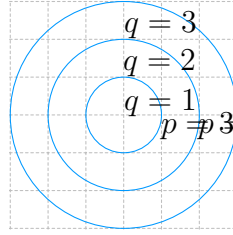
Ainsi lorsque e diminue, $\cos i$ augmente, donc i diminue.

Les anneaux retrecissent donc et finissent par disparaître au centre. Lorsque $e = 0$ il n'y a plus d'anneau ; l'intensité est uniforme, on réalise le contact optique et la peinture plate est obtenue.

Si on considère le cas général ou l'ordre d'interférence au centre, $P_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$ n'est ni entier (brillant) ni demi-entier (sombre), on peut exprimer P_0 tel que $P_0 = m_0 + \varepsilon$ avec $0 \leq \varepsilon \leq 1$ et m_0 entier. L'ordre d'interférence du premier anneau brillant :

$$\begin{aligned}
1^{\text{er}} : \quad m_0 &= p_0 \\
2^{\text{ème}} : \quad m_0 - 1 &= p_1 \\
q^{\text{ème}} : \quad m_0 - (q - 1) &= m_0 - q + 1 = p_{q-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_q &= f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} \left(\frac{2ne}{\lambda_0} - p_q \right)} = f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (p_0 - p_q)} \\
\Leftrightarrow p_q &= f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (m_0 + \varepsilon - m_0 + q - 1)} \\
\Leftrightarrow p_q &= f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (\varepsilon + q - 1)}
\end{aligned}$$



5 Franges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau

5.1 Cas général d'une lame quelconque

Les expressions de la difference de marche totales (difference de marche géométrique et physique) pour les interférences observés en transmissions et en réflexion sur une lame mince d'indice n sont :

$$\begin{aligned}
\delta_r &= 2ne \cos r + \frac{\lambda_0}{r} \quad ; \quad \delta_t = 2ne \cos r \\
\Phi_r &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \times 2ne \cos r + \pi \quad ; \quad \Phi_t = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times 2ne \cos r
\end{aligned}$$

L'intensité des ondes interférents en un point de la surface de localisation des franges est donné par :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta \cos \Phi$$

Avec $\cos \Theta = \cos \Phi = 1$ pour des rayons incidents proche de la normal au dioptré de la lame en coin.

Les points M d'observation des interférences d'égales intensité sont donc tel que $e = \text{cte}$. Les franges obtenues sont donc appelées "Franges d'égales épaisseur" puisque les franges

d'égale intensité sont obtenue à partir d'ondes réfléchies ou transmises par une même épaisseur de lame.

Les franges observées d'égales intensité d'une lame mince pour la transmission sont telles que :

$$p + 1 = \frac{2n(e + \Delta e)}{\lambda_0} \Rightarrow \Delta_e = \frac{\lambda_0}{2n}$$

Et en réflexion :

$$p + 1 = \frac{2n(e + \Delta e)}{\lambda_0} \Rightarrow \Delta_e = \frac{\lambda_0}{2n}$$

Les franges d'égales intensité en réflexion ou en transmission sont définies par les intersections de la surface de la lame avec des plans parallèles équidistants de $\frac{\lambda_0}{2n}$.

5.2 Lamme en coin

Soit AB la distance entre 2 franges d'égales intensité lumineuse contigües à la surface d'une lamme en coin. On a :

$$\Delta_e = AB \sin \alpha$$

Avec α très petit entre la surface des deux dioptrés :

$$\Delta_e = AB \alpha$$

Compte tenu de la relation entre Δ_e on a :

$$AB = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

AB est constante, on peut donc parler de constante entre deux franges d'égales intensité lumineuse contigües avec :

$$I_f = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

e est environ égal à αX

Avec X la distance entre la frange et l'arrête du coin. L'ensemble des points d'égales intensité obtenue pour $e = cte$ sont donc tels que $X = cte$. Les franges sont donc des droites parallèles à l'arrête du coin.

5.3 Coin d'air

Il existe 2 méthodes pour obtenir des interférences par un coin d'air :

- Dispositif des anneaux de Newton
- Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

5.3.1 Dispositif des anneaux de Newton

La lame d'air est réalisée entre une lentille plan convexe dont la face convexe est placée en regard d'une lame à face parallèle. Soit e l'épaisseur de la lame au point considéré au point M et R le rayon de courbure de la lentille. Soit ρ la distance de l'axe optique à la lentille. Les points M d'égale intensité sont tel que $e = cte$. Les franges d'égale épaisseur définissent des anneaux concentriques du fait de la symétrie de révolution du système. En incidence normale on a :

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{2\pi}{\lambda_0}(2e + \delta_p) \\ e &= e' + e_0 \\ e' &=? \\ R^2 &= (R - e')^2 + \rho^2 \\ \rho^2 &= e'(2R - e') \simeq 2Re' \\ \Phi &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2e_0 + \frac{\rho^2}{R} + \delta_p \right)\end{aligned}$$

Ans le déphasage Φ ne dépend que de ρ la distance de M à l'axe optique de la lentille. Les points d'égale intensité lumineuse définissent bien des anneaux centrés sur l'axe optique de la lentille de rayon ρ .

Considérons le cas où l'on observe la figure d'interférence en réflexion :

$$\begin{aligned}\delta_r &= 2e + \frac{\lambda_0}{2} \\ \Rightarrow p &= \frac{2e}{\lambda_0} + \frac{1}{2} = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{\rho^2}{\lambda_0 R} + \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Sur l'axe de la lentille, au centre des anneaux $\rho = 0$ et donc :

$$\begin{aligned}p_0 &= \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{1}{2} \\ \Rightarrow p - p_0 &= \frac{\rho^2}{\lambda_0 R} \Rightarrow p = \sqrt{\lambda_0 R(p - p_0)}\end{aligned}$$

Cette formule reste valable pour le rayon ρ des anneaux observés en transmission.

Les anneaux brillants de Newton ont des rayons tels que $\rho_{mb} = \sqrt{\lambda_0 R(m - p_0)}$ Avec m entier.

Les anneaux sombres de Newton ont des rayons tels que $\rho_{ms} = \sqrt{\lambda_0 R(m + \frac{1}{2} - p_0)}$ Avec m entier et $p = m + \frac{1}{2}$. On peut exprimer p_0 dans le cas général : $p_0 = m_0 + \varepsilon$ avec $0 \leq \varepsilon < 1$ et m_0 la valeur minimum de m entier.

Le rayon du Q ième anneau brillant est égal à $\sqrt{\lambda_0 R(p_q - p_0)}$

Si la lentille plan convexe repose directement sur la lame de verre $e_0 = 0$ et on en déduit $\rho_m = \sqrt{\lambda_0 Rm}$ (point sombre au centre).

Ainsi on constate que le rayon des anneaux sombres obtenus par réflexion varie comme la racine carrée d'entier successif. De plus $m = m_0 = 0$ donc le centre est un point sombre. L'ordre d'interférence est $p_0 = \frac{1}{2}$.

A un anneau donné correspond à un ordre d'interférence donné ainsi lorsque e diminue c'est à dire si e_0 diminue alors ρ augmente. Les anneaux ont un rayon qui augmente avec la diminution de e .

5.3.2 Interféromètre de Michelson : utilisation en coin d'air

Soit une source S étendue éclairant le Michelson à partir de la position de contact optique où M_1 est le symétrique de M_2 par rapport à l'axe de la séparatrice, on incline le miroir M_2 d'un angle α très petit. Comme α est très petit on peut considérer la figure d'interférence comme étant dans un plan : le plan des miroirs.

Ainsi compte tenu de la localisation de la figure d'interférence dans le plan des miroirs, celles-ci pourront être observées soit directement à l'œil nu en l'accommodant dans ce plan soit en formant l'image du plan des miroirs par une lentille mince convergente (observation dans le plan conjugué des miroirs et non dans le plan focal image de la lentille). Au voisinage des miroirs, la différence de marche entre les rayons interférents vaut approximativement $\delta = 2e$. Or l'épaisseur de la lame dépend uniquement du point observé et de sa distance X par rapport à l'intersection des miroirs. En effet, on a $e \simeq \alpha x$ (pour α très petit) et l'interfrange $i_f = \lambda_0 / \alpha$ (avec $\delta \simeq 2\alpha X$).