Interférences à deux ondes par division d'amplitude

Quentin CHAUVIN

9 janvier 2018

Table des matières

1	Gér	néralités	2
2	Loc	alisation des franges	2
	2.1	Lame mince à faces	2
	2.2	Lame mince dite en coin	3
3	Dép	hasage introduit par une lame	3
4	Fra	nges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger	6
	4.1	Iterféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air	7
5	Fra	nges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau	10
	5.1	Cas général d'une lame quelconque	10
	5.2	Lame en coin	11
	5.3	Coin d'air	12
		5.3.1 Dispositif des anneaux de Newton	12
		5.3.2 Interphéromètre de Michelson : utilisation en coin d'air	13

1 Généralités

Pour les systèmes interférentiels à différences du front d'onde, la source primaire doit être quasi ponctuelle pour qu'il y est cohérence entre les sources émises. La conséquence est que les figures d'interférences sont peu lumineuses. Pour qu'il y est interférence entre deux ondes, il faut que le déphasage en un point M d'observation des interférences soit tel-que :

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} ([SS_1M] - [SS_2M])$$

Si la source primaire est déplaçée de \overrightarrow{dS} , les chemins optique $[SS_1M]$ et $[SS_2M]$ varient respectivement de $n\overrightarrow{\Delta S}.\overrightarrow{u_1}$ et $n\overrightarrow{\Delta S}.\overrightarrow{u_2}$ avec $\overrightarrow{u_1}$ et $\overrightarrow{u_2}$ les vecteurs unitaires portés par les directions de propagation des ondes.

La variation de phase (du déphasage) $\Delta\Phi$ est égale à :

$$\Delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \overrightarrow{\Delta S} (\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1})$$

Deux cas de figures se présentent pour maintenir la variation de déphasage $\Delta\Phi=0$ lorsque la source primaire se déplace. C'est la propriété exploitée dans les systèmes interférentiels par division du front d'onde lorsque l'on passe d'une source ponctuelle à une source fine étendue dans la direction perpendiculaire au plan des ondes interférentes.

Cela correspond à un rayon incident unique ou à des rayons paralèlles, c'est le cas que nous allons considérer avec le système interférentiel par division d'amplitude. Le dédoublement du train d'onde issu d'un rayon incident par le biais de reflexion ou de transmission par une lame mince permet d'obtenir des interférences. Une lame mince est constitué de deux dioptres. Nous allons considérer deux types de lames minces à l'origines de franges d'interférences : la lame mince à faces parallele et la lame mince dites en coin dont les dioptres forment un angle α très petit.

2 Localisation des franges

2.1 Lame mince à faces

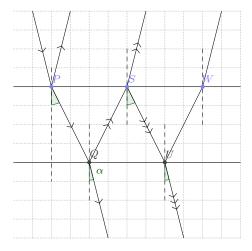
Les rayons d'une source étendue d'une même inclinaison i par rapport à lame mince sont parallèles entre eux après reflexion ou transmission par les dioptres parallèles de la lame mince. Ces rayons incidents parallèles entre eux permettent de renforcer la figure d'interférence. Celle-ci se forment à l'infini compte tenu du parallélisme interférentes issu de la lame mince. On dit que les interférences sont <u>localisées à l'infini</u>.

2.2 Lame mince dite en coin

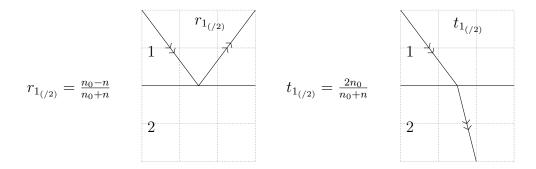
Lorsque la lame mince est éclairé en incidence proche de la normale au dioptre, formant un angle α très faible en tre eux. Le point de rencontre des rayons issus de la reflexion ou de la transmission par la lame en coin est plus ou moins proche de celle-ci. on dit que les interférences sont <u>localisées à l'infini</u>.

3 Déphasage introduit par une lame

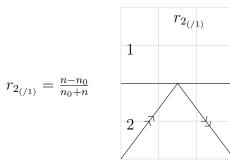
Bien que la démonstration qui suit soit illustrée par le cas de la lame à face parallèle, elle reste vallable pour la lame d'épaisseur uniforme appelé "lame en coin".



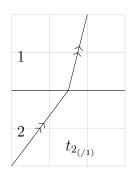
Soit une lame mince transparentes d'indice n à face parralèle d'épaisseur e plongée dans un milieu d'indice n_0 . Soit une onde plane dont on considère que l'amplitude vaut 1, se popageant dasn le milieu d'indice n_0 avec une incide proche de la normal au dioptrede la lame mince. Cette onde créée une infinité d'onde réfléchie et transmise par la lame mince. Les coeficients de reflexion et de transmission (r,t) pour une incidence proche de la normal sont :



Avec n_0 l'indice du milieu 1 et n celui du milieu 2.







Deux relations sont à prendre en compte entre ces coefficients. La première est immédiate : $r_1 = -r_2$. La deuxième est issu du théorème de conservation de l'énergie en un point du dioptre : r + t = 1 avec r et t les coefficients de réflexion et de transmission en énergie.

Appliqué au dioptre A les coefficients en énergie pour une incidence proche de la normale sont :

$$R_{1_{(/2)}} = r_1^2; T_{1_{(/2)}} = T_{1_{(/2)}}^2 \frac{n}{n_0}$$

On en déduit donc :

$$r_1^2 + T_{1_{(/2)}}^2 \frac{n}{n_0} = 1$$

Considérons maintenant le cas ou $n_0 < n$, les deux relations précedentes donnent :

$$r_1 = r_2 = -r < 0$$

$$t_1 t_2 = 1 - r_1^2 = 1 - r^2$$

Les amplitudes des 4 premières ondes réfléchies sont :

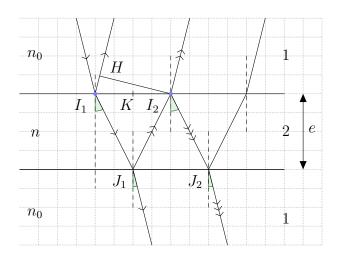
$$\begin{array}{ccc} r_1 & \Rightarrow & -r \\ t_1t_2r_2 & \Rightarrow & (1-r^2)r \\ t_1t_2r_2^3 & \Rightarrow & (1-r^2)r^3 \\ t_1t_2r_2^5 & \Rightarrow & (1-r^2)r^5 \end{array}$$

Les amplitudes des 4 premières ondes transmise sont :

$$\begin{array}{ccc} t_1 t_2 & \Rightarrow & 1 - r^2) \\ t_1 t_2 r_2^2 & \Rightarrow & (1 - r^2) r^2 \\ t_1 t_2 r_2^4 & \Rightarrow & (1 - r^2) r^4 \\ t_1 t_2 r_2^6 & \Rightarrow & (1 - r^2) r^6 \end{array}$$

Dans le cas de dioptre non traités pour augmenter leur coefficients de reflexion $r \ll 1$ (Ex: si la lame est en verre d'indice n=1,5 baignant dans un milieu d'indice $n_0=1$ alors r=0,2 ainsi seules les deux premières ondes réfléchies et transmises ont des amplitudes non négligeables) l'études peut alors se limiter à ces deux ondes.

Par ailleurs les deux ondes réfléchies ayant des amplitudes beaucoup plus proches que les ondes transmises le contraste obtenu par reflexion est meilleur que celui par transmission.



Diférence de marche géométrique :

$$\delta_r = [I_1 J_1 I_1] - [I_2 H]$$

$$\delta_r = n \overline{I} \overline{J_1} + n \overline{J_1 I_2} - n_0 \overline{I_2 H}$$

$$I_1 J_1 = \frac{e}{\cos r}$$

$$I_1 H = I_1 I_2 \sin r$$

$$I_1 I_2 = 2I_1 K = 2e \times \tan i$$

$$I_1 H = 2e \frac{\sin i}{\cos i} \sin r$$

Il vient:

 $\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} - 2n_0 e \frac{\sin i}{\cos r} \sin r$

 $Or: n_0 \sin i = n \sin r$

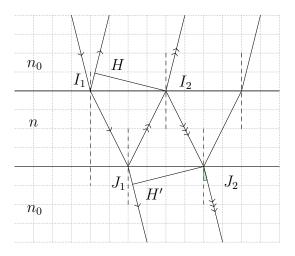
$$\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2ne\cos r$$

Différence de marche physique :

Si
$$n_0 < n$$
 :
$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$
 Si $n_0 > n$:
$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$

Anisi que nous l'avons vu précédement, à la différence de marche géométrique il faut ajouter la différence de marche liée à un milieu plus réfrungeant. DOnc :

$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos r \pm \pi$$



$$\delta_t = [J_1 I_1 J_2] - [J_1 H'] = 2ne \cos r$$
$$\delta_r = [I_1 J_1 I_2] - [I_1 H]$$
$$\Phi_t = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

SI $n_0 < n$ il n'y a aucun déphasage lié à la nature des dioptres pour les deux ondes transmises.

Si $n_0 > n$ un premier déphasage de π se produit en J_1 et un deuxième en I_2 pour l'onde transmise en J_2 . Dans les deux cas les deux ondes transmises ne présentent pas de déphasage lié à la nature des dioptres.

EN raison du déphasage de π entre Φ_r et Φ_t la figure d'interférence obtenue par reflexion est complémentaire de celle obtenue par transmission. Il y a inversion des franges sombres et des franges brillantes en passant de l'une à l'autre.

4 Franges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger

Cette figure d'interférence est obtenue à partir d'une lame mince à face parallèle éclairée par une source monochromatique étendue. Les deux ondes issues de la reflexion ou de la transmisson par la lame ne sont pas de même amplitude, donc pas de même intensité. L'expression des intensités vu dans le Chapitre 3:

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta 2 \cos \Phi$$

Avec Θ l'angle entre les champs électrique issu des deux sources secondaires. Or ces ondes provenent de la reflexion ou de la transmission par une lame à faces parallèles sont parallèles entre elles; $\Theta = 0$ et donc $\cos \Theta = 1$.

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} 2\cos\Phi$$

De manière générale :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne\cos r + \Phi_{phi}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2ne\cos r + \delta_{phi})$$

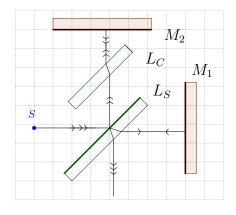
De ces deux epressions de I et de Φ on en déduit que les points dégales intensité sont ceux pour lequels le déphasage Φ est identique, c'est à dire pour une lame d'épaisseur constante e ceux pour lequels r est égal à une constante, donc i est égal à une constante. Cela justifie le nombre de franges à égales inclinaison puisqu'une frange est obtenue à partir de l'ensemble des ondes issus de la source étendu et présentant la même incidence sur la lame.

INSERER FIGURE.

Soit deux exemples d'observation de franges d'égales inclinaison : en transmission et en reflexion; dans les deux cas la figure d'interférence est constitué d'anneaux concentriques localisés à l'infini puisqu'elle provient des interférences produite par des rayons parallèle entre eux.

4.1 Iterféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air

L'interféromètre de Michelson est constitué de deux mirroirs M_1 et M_2 , d'une lame en verre avec une face métalisé pour être semi réflechissante appellée lame séparatrice L_s et d'une lame transparente de même indice et de même épaisseur appelée lame compensatrice L_c . Celle-ci permet de compenser le nombre de fois ou deux rayons issu de la source et réflechi par M_1 et M_2 traversent une même épaisseur de verre

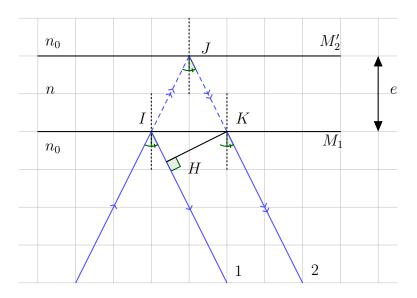


Pour la compréhension des phénomènes, ont ont faire abstraction de l'épaisseu e de la séparatrice et donc de la compensatrice également.

Quand l'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est réglé en lame à faces parallèles, les interférences sont localisés à l'infini et necessite donc de placer le plan d'observation dans le plan focal d'une lentille convergeante.

Si le mirroir M_1 est remplacé par le mirroir M_2 par rapport au plan de la séparatrice (soit M_2') la différence de marche δ entre les deux rayons est nulle.

Ansi tout ce passe comme si les interférences étaient produites par une lame d'air entre le mirroir réel M_2 et le mirroir virtuel M'_2 .



$$\begin{array}{ll} \delta = [IJK] - [IH] & \rho = F'M \\ \delta = 2nIJ - [IH] & \rho = \tan if \\ \delta = 2n\frac{e}{\cos i} - e\frac{\sin^2 i}{\cos i} & \text{Or } i \text{ est faible} \\ \delta = 2ne\cos i & \Rightarrow \tan i \simeq i \Rightarrow \rho = if \end{array}$$

La différence de marce entre les deux rayons parallèles interférants dans le plan focal d'une lentille convergeante et faisant un angle i faible par rapport à la normale au miroir, donc :

$$\delta = 2ne\cos i \Rightarrow \delta \simeq 2ne\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \Rightarrow \delta \simeq 2ne\left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2}\right)$$

Lorsque l'on observe les rayons paralèles dans le plan focal d'une lentille convergeante de distance focal f, les franges d'interférences sont des anneaux concentriques centrés sur l'axe optique de la lentille dont le rayon ρ est tel que $\rho = if$.

L'ordre d'interférence P est tel que :

$$P = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2} \right)$$

L'ordre d'interférence est maximal au centre F' pour $i=0 \Rightarrow \rho=0$ et tel que $P_0=\frac{2ne}{\lambda_0}$

$$\frac{2ne}{\lambda_0} - P = \frac{2ne}{\lambda_0} \times \frac{\rho^2}{2f^2}$$

$$\rho = f\sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} \left(\frac{2ne}{\lambda_0} - P\right)}$$

$$\rho = f\sqrt{\frac{2}{P_0} \left(\frac{2ne}{\lambda_0} - P\right)}$$

$$\rho = f\sqrt{\frac{2}{P_0} \left(P_0 - P\right)}$$

Les anneaux brillants ont des rayons $\rho_{mb} = f\sqrt{\frac{2}{P_0}\left(P_0 - m\right)}$ avec m entier et P = m.

Les anneaux sombres ont des rayons $\rho_{ms} = f\sqrt{\frac{2}{P_0}\left(P_0 - \left(m + \frac{1}{2}\right)\right)}$ avec m entier et $P = m + \frac{1}{2}$

Si le centre des anneaux est un point brillant alors $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0$ (entier). Avec m_0 la valeur maximale de m entier.

$$\Rightarrow \rho_{mb} = f\sqrt{\frac{2}{m_0} \left(m_0 - m\right)}$$

Si le centre des anneaux est un point sombre alors $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0 + \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \rho_{ms} = f\sqrt{\frac{2}{P}\left(\left(m_0 + \frac{1}{2}\right) - \left(m + \frac{1}{2}\right)\right)}$$

Lorsque le centre des anneaux est un point brillant, le rayon des anneaux brillants varies comme la racine carré de nombre entier succesif $(m_0 - m)$, les anneaux se resserent donc à mesure que l'on séloingne du centre.

A un anneau donné correspond un ordre d'interférence donné tel que :

$$P = \frac{2ne\cos i}{\lambda_0}$$

Ainsi lorsque e diminu, $\cos i$ augmente, donc i diminu.

Les anneaux retrecissent donc et finissent par disparaitre au centre. Lorsque e=0 il n'y a plus d'anneau; l'intensité est uniforme, on réalise le contact optique et la peinte plate est obtenue.

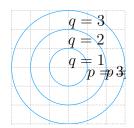
Si on considère le cas général ou l'ordre d'interférence au centre, $P_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$ n'est ni entier (brillant) ni demi-entier (sombre), on peut exprimer P_0 tel que $P_0 = m_0 + \varepsilon$ avec $0 \le \varepsilon \le 1$ et m_0 entier. L'ordre d'interférence du premier anneau brillant :

$$\begin{array}{ll} 1^{\mathrm{er}}: & m_0=p_0 \\ 2^{\mathrm{\`eme}}: & m_0-1=p_1 \\ q^{\mathrm{\`eme}}: & m_0-(q-1)=m_0-q+1=p_{q-1} \end{array}$$

$$p_{q} = f\sqrt{\frac{\lambda_{0}}{ne} \left(\frac{2ne}{\lambda_{0}} - p_{q}\right)} = f\sqrt{\frac{\lambda_{0}}{ne} \left(p_{0} - p_{q}\right)}$$

$$\Leftrightarrow p_{q} = f\sqrt{\frac{\lambda_{0}}{ne} \left(m_{0} + \varepsilon - m_{0} + q - 1\right)}$$

$$\Leftrightarrow p_{q} = f\sqrt{\frac{\lambda_{0}}{ne} \left(\varepsilon + q - 1\right)}$$



5 Franges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau

5.1 Cas général d'une lame quelconque

Les expressions de la difference de marche totales (difference de marche géometrique et physique) pour les interferences observés en transmissions et en réflexion sur une lame mince d'indice n sont :

$$\begin{split} \delta_r &= 2ne\cos r + \frac{\lambda_0}{r} \quad ; \quad \delta_t = 2ne\cos r \\ \\ \varPhi_r &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \times 2ne\cos r + \pi \quad ; \quad \varPhi_t = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times 2ne\cos r \end{split}$$

L'intensité des ondes interférents en un point de la surface de localisation des franges est donné par :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} cos\Theta cos\Phi$$

Avec $\cos \Theta = \cos \Phi = 1$ pour des rayons incidents proche de la normal au dioptre de la lame en coin.

Les points M d'observation des interférences d'égales intensité sont donc tel que e=cte. Les franges obtenues sont donc apelées "Franges d'égales épaisseur" puisque les franges d'égale intensité sont obtenue à partir d'ondes refléchies ou transmise par une même épaisseur de lame.

Les franges observés d'égales intensité d'une lame mince pour la transmission sont telles que :

$$p+1 = \frac{2n(e+\Delta e)}{\lambda_0} \Longrightarrow \Delta_e = \frac{\lambda_0}{2n}$$

Et en reflexion:

$$p+1 = \frac{2n(e+\Delta e)}{\lambda_0} \Longrightarrow \Delta_e = \frac{\lambda_0}{2n}$$

Les franges dégales intensité en reflexion ou en transmission sont définies par les intersections de la surface de la lame avec des plans paralèlle équidistant de $\frac{\lambda 0}{2n}$.

5.2 Lame en coin

Soit AB la distance entre 2 franges d'égales intensité lumineuse contigue à la surface d'une lame en coin. On a :

$$\Delta_e = AB \sin \alpha$$

Avec α très petit entre la surface des deux dioptres :

$$\Delta_e = AB\alpha$$

Compte tenu de la relation entre Δ_e on à :

$$AB = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

AB est constante, on peut donc parler de constante entre deux franges d'égales intensité lumineuse contigue avec :

$$I_f = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

e est environ égal à αX

Avec X la distance entre la frange et l'arrête du coin. L'ensemble des points d'égales intensité obtenue pour e = cte sont donc tels que X = cte. Les franges sont donc des droites parallèles à l'arrête du coin.

5.3 Coin d'air

Il existe 2 méthodes pour obtenir des interférences par un coin d'air :

- Dispositif des anneaux de Newton
- Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

5.3.1 Dispositif des anneaux de Newton

La lame d'aire est réalisée entre une lentille plan convexe dont la face convexe est placée en regard d'une lame à face parallèle. Soit e l'épaisseur de la lame au point considéré au poinr M et R le rayon de courbure de la lentille. Soit ρ la distance de l'axe optique à la lentille. Les points M d'égale intensité sont tel que e=cte. Les franges d'égale épaisseur déffinissent des anneaux concentriques du fait de la symétrie de revolution du système. En incidence normale on a :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2e + \delta_p)$$

$$e = e' + e_0$$

$$e' = ?$$

$$R^2 = (R - e')^2 + \rho^2$$

$$\rho^2 = e'(2R - e') \simeq 2Re'$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left(2e_0 + \frac{\rho^2}{R} + \delta_p \right)$$

Ansi le déphasage Φ ne dépend que de ρ la distance de M à l'axe optique de la lentille. Les points d'égale intensité lumineuse déffinissent bien des anneaux centré sur l'axe optique de la lentille de rayon ρ .

Considéront le cas où l'on observe la figure d'interférence en réflexion :

$$\delta_r = 2e + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2e}{\lambda_0} + \frac{1}{2} = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{\rho^2}{\lambda_0 R} + \frac{1}{2}$$

Sur l'axe de la lentille, au centre des anneaux $\rho = 0$ et donc :

$$p_0 = \frac{2e_0}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow p - p_0 = \frac{\rho^2}{\lambda_0 R} \Rightarrow p = \sqrt{\lambda_0 R(p - p_0)}$$

Cette formule reste valable pour le rayon ρ des anneau observé en transmission.

Les anneaux brillants de Newton ont des rayons tel que $\rho_{mb} = \sqrt{\lambda_0 R(m-p_0)}$ Avec m entier.

Les anneaux sombres de Newton ont des rayons tels que $\rho_{ms} = \sqrt{\lambda_0 R(m + \frac{1}{2} - p_0)}$ Avec m entier et $p = m + \frac{1}{2}$. On peut exprimer p_0 dans le cas général : $p_0 = m_0 + \varepsilon$ avec $0 \le \varepsilon < 1$ et m_0 la valeur minimum de m entier.

Le rayon du Q ième anneau brillant est égal à $\sqrt{\lambda_0 R(p_q-p_0)}$

Si la lentille plan convexe repose directement sur la lame de verre $e_0 = 0$ et on en déduit $\rho_m = \sqrt{\lambda_0 Rm}$ (point sombre au centre.

Ansi on constate que le rayon des anneau sombre obtenue par reflexion varrie comme la racine carré d'entier successif. De plus $m=m_0=0$ donc le centre est un point sombre. L'ordre d'interférence est $p_0=\frac{1}{2}$.

A un anneau donné correspond à un ordre d'interférence donné ainsi lorsque e diminue c'est à dire si e_0 diminue alors ρ augmente. Les anneaux ont un rayon qui augmente avec la diminution de e.

5.3.2 Interphéromètre de Michelson : utilisation en coin d'air

Soit une source S étendue éclairant le Michelson à partir de la position de contact optique où M_1 est le symétrique de M_2 par rapport à l'axe de la séparatrice, on incline le mirroir M_2 d'un angle α très petit. Comme α est très petit on peut considérer la figure d'interférence comme étant dans un plan : le plan des mirroirs.

Ainsi compte tenu de la localisation de la figure d'interférence dans le plan des mirroirs, celles ci pourrons être observées soit directement à l'oeil nu en l'accomodant dans ce plan soit en formant l'image du plan des mirroirs par un lentille mince convergente (observation dans le plan conjugué des mirroirs et non dans le plan focal image de la lentille). Au voisinage des mirroirs, la différence de marche entre les rayons interférents voit approximativement $\delta = 2e$. Or l'épaisseur de la lame dépend uniquement du point observé et de sa distance X par rapport à l'intersection des mirroirs. En effet, on a $e \simeq \alpha x$ (pour α très petit) et l'interfrange $i_f = \lambda_0/\alpha$ (avec $\delta \simeq 2\alpha X$).