

# Interférences à deux ondes par division d'amplitude

Quentin CHAUVIN

8 janvier 2018

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Localisation des franges</b>	<b>2</b>
2.1	Lame mince à faces . . . . .	2
2.2	Lame mince dite en coin . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Déphasage introduit par une lame</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Franges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger</b>	<b>6</b>
4.1	Interféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Franges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau</b>	<b>10</b>
5.1	Cas général d'une lame quelconque . . . . .	10
5.2	Interphéromètre de Michelson : utilisation en coin d'air . . . . .	12

Résumé

# 1 Généralités

Pour les systèmes interférentiels à différences du front d'onde, la source primaire doit être quasi ponctuelle pour qu'il y est cohérence entre les sources émises. La conséquence est que les figures d'interférences sont peu lumineuses. Pour qu'il y est interférence entre deux ondes, il faut que le déphasage en un point  $M$  d'observation des interférences soit tel-que :

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} ([SS_1M] - [SS_2M])$$

Si la source primaire est déplacée de  $\vec{dS}$ , les chemins optique  $[SS_1M]$  et  $[SS_2M]$  varient respectivement de  $n\vec{\Delta S} \cdot \vec{u}_1$  et  $n\vec{\Delta S} \cdot \vec{u}_2$  avec  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  les vecteurs unitaires portés par les directions de propagation des ondes.

La variation de phase (du déphasage)  $\Delta\Phi$  est égale à :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n\vec{\Delta S}(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$$

Deux cas de figures se présentent pour maintenir la variation de déphasage  $\Delta\Phi = 0$  lorsque la source primaire se déplace. C'est la propriété exploitée dans les systèmes interférentiels par division du front d'onde lorsque l'on passe d'une source ponctuelle à une source fine étendue dans la direction perpendiculaire au plan des ondes interférentes.

Cela correspond à un rayon incident unique ou à des rayons parallèles, c'est le cas que nous allons considérer avec le système interférentiel par division d'amplitude. Le doublement du train d'onde issu d'un rayon incident par le biais de reflexion ou de transmission par une lame mince permet d'obtenir des interférences. Une lame mince est constitué de deux dioptrés. Nous allons considérer deux types de lames minces à l'origine de franges d'interférences : la lame mince à faces parallèle et la lame mince dites en coin dont les dioptrés forment un angle  $\alpha$  très petit.

## 2 Localisation des franges

### 2.1 Lame mince à faces

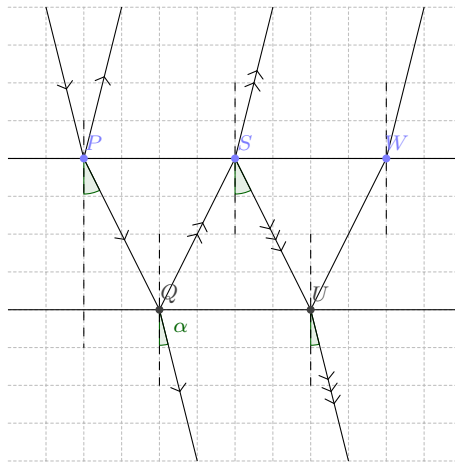
Les rayons d'une source étendue d'une même inclinaison  $i$  par rapport à lame mince sont parallèles entre eux après reflexion ou transmission par les dioptrés parallèles de la lame mince. Ces rayons incidents parallèles entre eux permettent de renforcer la figure d'interférence. Celle-ci se forment à l'infini compte tenu du parallélisme interférentes issu de la lame mince. On dit que les interférences sont localisées à l'infini.

## 2.2 lame mince dite en coin

Lorsque la lame mince est éclairée en incidence proche de la normale au dioptré, formant un angle  $\alpha$  très faible en tre eux. Le point de rencontre des rayons issus de la réflexion ou de la transmission par la lame en coin est plus ou moins proche de celle-ci. on dit que les interférences sont localisées à l'infini.

## 3 Déphasage introduit par une lame

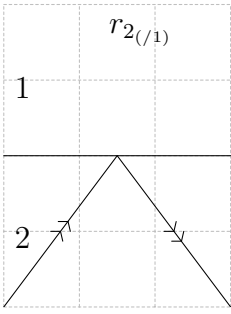
Bien que la démonstration qui suit soit illustrée par le cas de la lame à face parallèle, elle reste valable pour la lame d'épaisseur uniforme appelé "lame en coin".

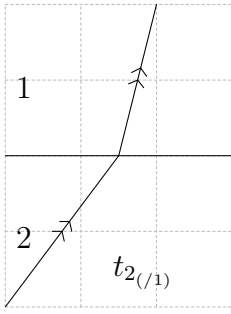


Soit une lame mince transparentes d'indice  $n$  à face parallèle d'épaisseur  $e$  plongée dans un milieu d'indice  $n_0$ . Soit une onde plane dont on considère que l'amplitude vaut 1, se propageant dans le milieu d'indice  $n_0$  avec une incidence proche de la normale au dioptré de la lame mince. Cette onde crée une infinité d'ondes réfléchies et transmises par la lame mince. Les coefficients de réflexion et de transmission ( $r, t$ ) pour une incidence proche de la normale sont :

$$r_{1(2)} = \frac{n_0 - n}{n_0 + n} \quad t_{1(2)} = \frac{2n_0}{n_0 + n}$$

Avec  $n_0$  l'indice du milieu 1 et  $n$  celui du milieu 2.

$$r_{2(/1)} = \frac{n-n_0}{n_0+n}$$


$$t_{2(/1)} = \frac{2n}{n_0+n}$$


Deux relations sont à prendre en compte entre ces coefficients. La première est immédiate :  $r_1 = -r_2$ . La deuxième est issu du théorème de conservation de l'énergie en un point du dioptre :  $r + t = 1$  avec  $r$  et  $t$  les coefficients de réflexion et de transmission en énergie.

Appliqué au dioptre A les coefficients en énergie pour une incidence proche de la normale sont :

$$R_{1(/2)} = r_1^2; T_{1(/2)} = T_{1(/2)}^2 \frac{n}{n_0}$$

On en déduit donc :

$$r_1^2 + T_{1(/2)}^2 \frac{n}{n_0} = 1$$

Considérons maintenant le cas ou  $n_0 < n$ , les deux relations précédentes donnent :

$$r_1 = r_2 = -r < 0$$

$$t_1 t_2 = 1 - r_1^2 = 1 - r^2$$

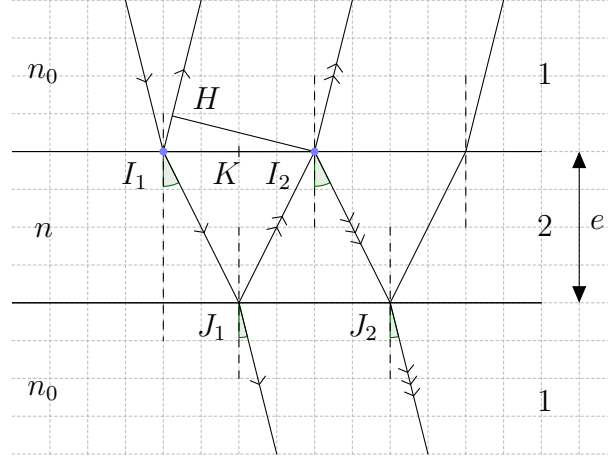
Les amplitudes des 4 premières ondes réfléchies sont :

$$\begin{aligned} r_1 &\Rightarrow -r \\ t_1 t_2 r_2 &\Rightarrow (1 - r^2)r \\ t_1 t_2 r_2^3 &\Rightarrow (1 - r^2)r^3 \\ t_1 t_2 r_2^5 &\Rightarrow (1 - r^2)r^5 \end{aligned}$$

Les amplitudes des 4 premières ondes transmises sont :

$$\begin{aligned} t_1 t_2 &\Rightarrow 1 - r^2 \\ t_1 t_2 r_2^2 &\Rightarrow (1 - r^2)r^2 \\ t_1 t_2 r_2^4 &\Rightarrow (1 - r^2)r^4 \\ t_1 t_2 r_2^6 &\Rightarrow (1 - r^2)r^6 \end{aligned}$$

Dans le cas de dioptre non traités pour augmenter leur coefficients de reflexion  $r \ll 1$  (Ex : si la lame est en verre d'indice  $n = 1,5$  baignant dans un milieu d'indice  $n_0 = 1$  alors  $r = 0,2$  ainsi seules les deux premières ondes réfléchies et transmises ont des amplitudes non négligeables) l'études peut alors se limiter à ces deux ondes.  
Par ailleurs les deux ondes réfléchies ayant des amplitudes beaucoup plus proches que les ondes transmises le contraste obtenu par reflexion est meilleur que celui par transmission.



Diférence de marche géométrique :

$$\begin{aligned}\delta_r &= [I_1 J_1 I_1] - [I_2 H] \\ \delta_r &= n \overline{I J_1} + n \overline{J_1 I_2} - n_0 \overline{I_2 H} \\ I_1 J_1 &= \frac{e}{\cos r} \\ I_1 H &= I_1 I_2 \sin r \\ I_1 I_2 &= 2 I_1 K = 2e \times \tan i \\ I_1 H &= 2e \frac{\sin i}{\cos i} \sin r\end{aligned}$$

Il vient :

$$\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} - 2n_0 e \frac{\sin i}{\cos r} \sin r$$

Or :  $n_0 \sin i = n \sin r$

$$\delta_1 = \frac{2ne}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2ne \cos r$$

Différence de marche physique :

Si  $n_0 < n$  :

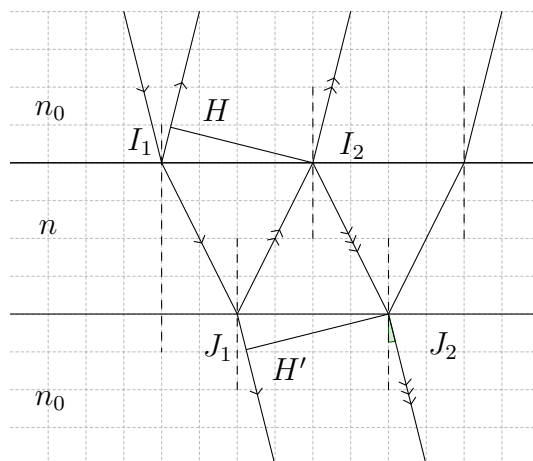
$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$

Si  $n_0 > n$  :

$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{\lambda}{2}$$

Anisi que nous l'avons vu précédemment, à la différence de marche géométrique il faut ajouter la différence de marche liée à un milieu plus réfringent. Donc :

$$\Phi_r = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos r \pm \pi$$



$$\delta_t = [J_1 I_1 J_2] - [J_1 H'] = 2ne \cos r$$

$$\delta_r = [I_1 J_1 I_2] - [I_1 H]$$

$$\Phi_t = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Si  $n_0 < n$  il n'y a aucun déphasage lié à la nature des dioptries pour les deux ondes transmises.

Si  $n_0 > n$  un premier déphasage de  $\pi$  se produit en  $J_1$  et un deuxième en  $I_2$  pour l'onde transmise en  $J_2$ . Dans les deux cas les deux ondes transmises ne présentent pas de déphasage lié à la nature des dioptries.

EN raison du déphasage de  $\pi$  entre  $\Phi_r$  et  $\Phi_t$  la figure d'interférence obtenue par reflexion est complémentaire de celle obtenue par transmission. Il y a inversion des franges sombres et des franges brillantes en passant de l'une à l'autre.

## 4 Franges d'égales inclinaison : Franges d'Haidinger

Cette figure d'interférence est obtenue à partir d'une lame mince à face parallèle éclairée par une source monochromatique étendue. Les deux ondes issues de la reflexion ou de la transmission par la lame ne sont pas de même amplitude, donc pas de même intensité. L'expression des intensités vu dans le Chapitre 3 :

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta 2 \cos \Phi$$

Avec  $\Theta$  l'angle entre les champs électrique issu des deux sources secondaires. Or ces ondes proviennent de la reflexion ou de la transmission par une lame à faces parallèles sont parallèles entre elles ;  $\Theta = 0$  et donc  $\cos \Theta = 1$ .

$$I(M) = I_1 I_2 + \sqrt{I_1 I_2} 2 \cos \Phi$$

De manière générale :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2ne \cos r + \Phi_{phi}$$

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (2ne \cos r + \delta_{phi})$$

De ces deux epressions de  $I$  et de  $\Phi$  on en déduit que les points dégaies intensité sont ceux pour lesquels le déphasage  $\Phi$  est identique, c'est à dire pour une lame d'épaisseur constante  $e$  ceux pour lesquels  $r$  est égal à une constante, donc  $i$  est égal à une constante. Cela justifie le nombre de franges à égales inclinaison puisqu'une frange est obtenue à partir de l'ensemble des ondes issus de la source étendu et présentant la même incidence sur la lame.

INSERER FIGURE.

Soit deux exemples d'observation de franges d'égales inclinaison : en transmission et en reflexion ; dans les deux cas la figure d'interférence est constitué d'anneaux concentriques localisés à l'infini puisqu'elle provient des interférences produite par des rayons parallèle entre eux.

## 4.1 Iterféromètre de Michelson : utilisation en lame d'air

L'interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ , d'une lame en verre avec une face métalisé pour être semi réfléchissante appelée lame séparatrice  $L_s$  et d'une lame transparente de même indice et de même épaisseur appelée lame compensatrice  $L_c$ . Celle-ci permet de compenser le nombre de fois ou deux rayons issu de la source et réfléchi par  $M_1$  et  $M_2$  traversent une même épaisseur de verre

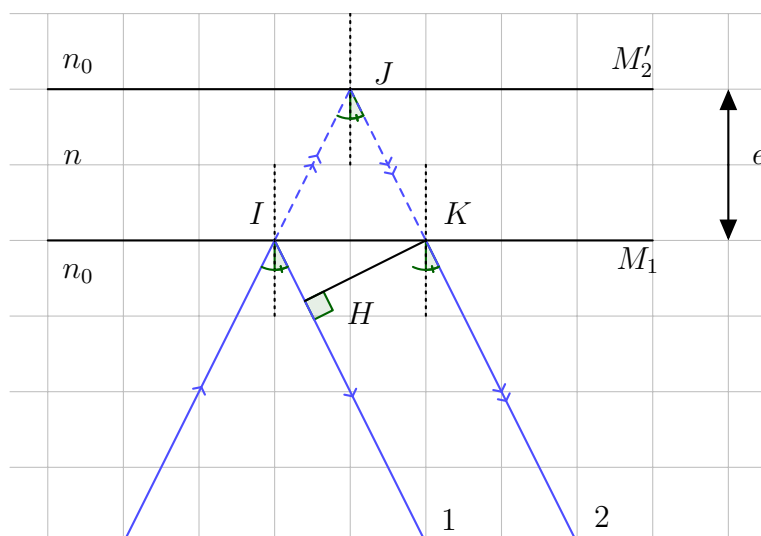
INSERER FIGURE.

Pour la compréhension des phénomènes, ont ont faire abstraction de l'épaisseu  $e$  de la séparatrice et donc de la compensatrice également.

Quand l'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est réglé en lame à faces parallèles, les interférences sont localisés à l'infini et necessite donc de placer le plan d'observation dans le plan focal d'une lentille convergente.

Si le miroir  $M_1$  est remplacé par le miroir  $M_2$  par rapport au plan de la séparatrice (soit  $M'_2$ ) la différence de marche  $\delta$  entre les deux rayons est nulle.

Ainsi tout ce passe comme si les interférences étaient produites par une lame d'air entre le miroir réel  $M_2$  et le miroir virtuel  $M'_2$ .



$$\begin{array}{l|l} \delta = [IJK] - [IH] & \rho = F'M \\ \delta = 2nIJ - [IH] & \rho = \tan if \\ \delta = 2n \frac{e}{\cos i} - e \frac{\sin^2 i}{\cos i} & \text{Or } i \text{ est faible} \\ \delta = 2ne \cos i & \Rightarrow \tan i \simeq i \Rightarrow \rho = if \end{array}$$

La différence de marche entre les deux rayons parallèles interférants dans le plan focal d'une lentille convergente et faisant un angle  $i$  faible par rapport à la normale au miroir, donc :

$$\delta = 2ne \cos i \Rightarrow \delta \simeq 2ne \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) \Rightarrow \delta \simeq 2ne \left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2}\right)$$

Lorsque l'on observe les rayons parallèles dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale  $f$ , les franges d'interférences sont des anneaux concentriques centrés sur l'axe optique de la lentille dont le rayon  $\rho$  est tel que  $\rho = if$ .

L'ordre d'interférence  $P$  est tel que :

$$P = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{\rho^2}{2f^2}\right)$$

L'ordre d'interférence est maximal au centre  $F'$  pour  $i = 0 \Rightarrow \rho = 0$  et tel que  $P_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$

$$\frac{2ne}{\lambda_0} - P = \frac{2ne}{\lambda_0} \times \frac{\rho^2}{2f^2}$$



$$\begin{aligned}\rho &= f \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} \left( \frac{2ne}{\lambda_0} - P \right)} \\ \rho &= f \sqrt{\frac{2}{P_0} \left( \frac{2ne}{\lambda_0} - P \right)} \\ \rho &= f \sqrt{\frac{2}{P_0} (P_0 - P)}\end{aligned}$$

Les anneaux brillants ont des rayons  $\rho_{mb} = f \sqrt{\frac{2}{P_0} (P_0 - m)}$  avec  $m$  entier et  $P = m$ .

Les anneaux sombres ont des rayons  $\rho_{ms} = f \sqrt{\frac{2}{P_0} \left( P_0 - \left( m + \frac{1}{2} \right) \right)}$  avec  $m$  entier et  $P = m + \frac{1}{2}$

Si le centre des anneaux est un point brillant alors  $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0$  (entier). Avec  $m_0$  la valeur maximale de  $m$  entier.

$$\Rightarrow \rho_{mb} = f \sqrt{\frac{2}{m_0} (m_0 - m)}$$

Si le centre des anneaux est un point sombre alors  $P = \frac{2ne}{\lambda_0} = m_0 + \frac{1}{2}$ .

$$\Rightarrow \rho_{ms} = f \sqrt{\frac{2}{P} \left( \left( m_0 + \frac{1}{2} \right) - \left( m + \frac{1}{2} \right) \right)}$$

Lorsque le centre des anneaux est un point brillant, le rayon des anneaux brillants varie comme la racine carrée de nombre entier successif ( $m_0 - m$ ), les anneaux se resserrent donc à mesure que l'on s'éloigne du centre.

A un anneau donné correspond un ordre d'interférence donné tel que :

$$P = \frac{2ne \cos i}{\lambda_0}$$

Ainsi lorsque  $e$  diminue,  $\cos i$  augmente, donc  $i$  diminue.

Les anneaux retrecissent donc et finissent par disparaître au centre. Lorsque  $e = 0$  il n'y a plus d'anneau ; l'intensité est uniforme, on réalise le contact optique et la peinture plate est obtenue.

Si on considère le cas général ou l'ordre d'interférence au centre,  $P_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$  n'est ni entier (brillant) ni demi-entier (sombre), on peut exprimer  $P_0$  tel que  $P_0 = m_0 + \varepsilon$  avec  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  et  $m_0$  entier. L'ordre d'interférence du premier anneau brillant :

$$\begin{aligned}
1^{\text{er}} : & \quad m_0 = p_0 \\
2^{\text{ème}} : & \quad m_0 - 1 = p_1 \\
q^{\text{ème}} : & \quad m_0 - (q - 1) = m_0 - q + 1 = p_{q-1}
\end{aligned}$$

## 5 Franges d'égales épaisseur : Franges de Fizeau

### 5.1 Cas général d'une lame quelconque

Les expressions de la difference de marche totales (difference de marche géometrique et physique pour les interferences observe en reflexion et en transmission pour les interferences observés en transmissions et en réflexion :  $\delta = 2n \cos(r) + (\lambda_0/2)$ . L'intensité des ondes interférents en un point localisé de la surface de localisation des franges  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Theta \cos \Phi$ .

Avec  $\cos \Theta = 1$  pour des rayons proche de la normal au dioptré. Les points M d'observation des interférences d'égales intensité sont donc tel que  $e = \text{cte}$ . Les franges obtenue sont donc apelées "Franges d'égales épaisseur" puisque les franges d'égale intensite sont obtenu a prtir d'ondes ondes reflechoies ou transmisise par une me épaisseur de lame.

Les franges observés d'égales intensité D'UNE LAME MINCE POur la reflexion sont telles que  $p + 1 = 2n(e + \Delta e) \Rightarrow \Delta e = \lambda_0/2n$

Et en reflexion :

$$p + 1 = \frac{2n(e + \Delta e)}{\lambda_0} + \frac{1}{2}$$

Les franges dégales intensité en reflexion observées en reflexion ou en transmission avec des plans parallèle équidistant de  $\lambda_0 / 2n$  .

Soit  $AB$  la distance entre 2 franges d'égales intensité lumineuse contigue.  $AB$  est constante, on peut donc parler de constante entre deux franges d'égales intensité lumineuse contigue avec :

$$I_f = \frac{\lambda_0}{2n\alpha}$$

$e$  est environ egal à  $\alpha X$  Avec  $X$  la distance en tre la frange et l'arrete du coin.

L'ensemble des points d'égales intensité obtenue pour  $e = \text{cte}$  sont donc tels que  $X = \text{cte}$ . Les franges sont donc des droites parallele s à l'arete du coins.

Il existe 2 méthodes pour obtenir des interférences par en coin d'air :

- Dispositif des anneaux de Newton

- Inter

La lame d'air entre une lentille plan convexe dont la face convexe est placée en regard d'une lame à face parallèle. Soit  $e$  l'épaisseur de la lame au point considéré et  $R$  le rayon de courbure de la lentille. Soit  $\rho$ . Pour une incidence proche de la normale à la lentille, les points  $m$  sont d'égale intensité. Les franges d'égale épaisseur définissent des anneaux concentriques. En incidence normale.

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(2e + \delta_p)e = e' + e_0e' = R2 = (R - e')2$$

Ainsi le déphasage  $\Phi$  ne dépend que de  $\rho$  la distance de  $m$  à l'axe optique de la lentille. Les points d'égale intensité lumineuse définissent bien des anneaux centrés sur l'axe optique de la lentille de rayon  $\rho$ .

Considérons le cas où l'on observe la figure d'interférence en réflexion : Sur l'axe de la lentille, au centre des anneaux  $\rho = 0$  et donc  $p_0 = \frac{2e_0}{\lambda_0} + 1/2$  et  $p = \sqrt{\lambda_0 R(p - p_0)}$

Cette formule reste valable pour le rayon  $\rho$  des anneaux observés en transmission.

Les anneaux brillants de Newton ont des rayons tels que  $\rho_m = \sqrt{\lambda_0 R(m - p_0)}$  Avec  $m$  entier.

Les anneaux sombres de Newton ont des rayons tels que  $\rho_m = \sqrt{\lambda_0 R(m - 1/2 - p_0)}$  Avec  $m$  entier. On peut exprimer  $p_0$  dans le cas général

Le rayon du  $Q$  ième anneau brillant est égal à  $\sqrt{\lambda_0 R(p_q - p_0)}$

Si la lentille plan convexe repose directement sur la lame de verre  $e_0 = 0$  et on en déduit  $\rho_m = \sqrt{\lambda_0 Rm}$  (point sombre au centre).

Ainsi on constate que le rayon des anneaux sombres obtenus par réflexion varie comme la racine carrée d'entier successif

De plus  $M$  est égal à 0

A un anneau donné correspond un ordre d'interférence donné ainsi lorsque  $e$  diminue c'est-à-dire si  $e_0$  alors  $\rho$  augmente.

Conclusion

Les anneaux ont un rayon qui augmente avec la diminution de  $e$ .

## 5.2 Interphéromètre de Michelson : utilisation en coin d'air

Soit une source  $S$  étendue éclairant le Michelson à partir de la position de contact optique. A partir de la position de contact optique, on incline le miroir M2 d'un angle  $\alpha$  très petit. Comme  $\alpha$  est très petit on pu considérer la figure d'interférence comme étant le plan des miroirs. Ainsi compte tenu de la localisation de la figure d'interférence, celles ci pourrons être observées soit directement à l'oeil nu en accomodant dans ce plan soit en formant l'image du plan des miroirs par un lentille mince convergente (observation dans le plan conjugué des miroirs et non dans le plan focal image de la lentille). Au voisinage des miroirs, la différence de marche entre les rayons interférents voit approximativement  $\delta = 2e$  or l'épaisseur de la lame dépend uniquement du point observé et de sa distance  $X$  par rapport à l'intersection des miroirs. En effet, on a  $e = \alpha x$  (pour  $\alpha$  très petit) et l'interfrange  $i_f = \lambda_0/\alpha$ .