Interférences d'ondes multiples

Quentin CHAUVIN

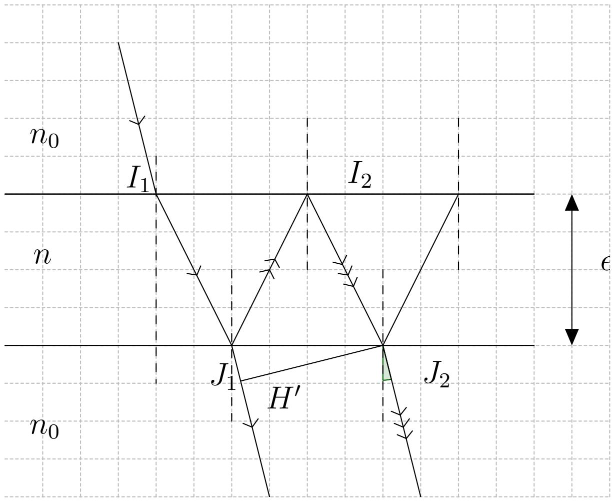
10 janvier 2018

Table des matières

1 Introduction

Les interférences d'ondes multiples peuvent être obtenues par divisions d'amplitude d'une onde incidente sur une lame à face parallèle dont le pouvoir réflécteur des dioptres à été augmenté. Cela sera obtenu en déposant soit une couche de métal d'épaisseur adaptée soit un film diélectrique constitué de couches de haut et bas indices alternés. La figure d'interférence est alors issu de la superposition des ondes engendrées par des réflexions multiples dans la lame mince pour des amplitudes similaires.

2 Étude de l'onde transmise par la lame



Soit pour une incide proche de la normale, les coeficients de réflexions en amplitude r_1 du milieu 1 d'indice n_0 sur le milieu 2 d'indice n et r_2 du milieu 2 d'indice n sur le milieu 2 d'indice n_0 et les coeficients de réflexion en amplitude t_1 du milieu 1 vers le milieu 2 t_2 du milieu 2 vers le milieu 1.

$$r_1 = \frac{n_0 - n}{n_0 + n}$$

Concernant les coefficients de réflexion en transmission et en énergie pour une incidence proche de la normale sont :

$$R_1 = r_1^2 = r_2^2 = R_2 \quad T_1 = t_1^2 \frac{n}{n_0} = t_1 t_2 || T_2 = t_2^2 \frac{n}{n_0} = t_2 t_1$$

$$\Rightarrow R_1 = R_2 = R \quad T_1 = T_2 = T$$

Compte tenu de la loi de conservation de l'enrgie, on a pour des milieux transparents (non absorbant) : $R + T = 1$.

Insirer FIGURE

Considérant une amplitude a de l'onde incidente, les amplitudes des premières ondes transmises sont at_1t_2 $at_1t_2r_2^2$, $at_1t_2r_2^4$ et $at_1t_2r_2^6$ soit AT, ATR, ATR^2 et ATR^3. Soit le champs électrique de l'onde incidente : $\overrightarrow{E_0} = e^{j\Phi_0}e^{jwt}$ avec $\Phi_0 = -\overrightarrow{k}\overrightarrow{r} + \phi_0$. Soit $\overrightarrow{E}$ le champs électrique de l'onde résultant des interférences à l'infini d'ondes multiples dont les champs sont : $\overrightarrow{E_1}$, $\overrightarrow{E_2}$,$\overrightarrow{E_3}$ etc.

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3} + ...$$

Pour une lame à face parallèle les ondes véhiculées par les rayons transmis par la lame sont parallèle entre elles. D'où les champs électriques pour les trois premières ondes transmises :

$$\overrightarrow{E_1} = aTe^{j\Phi_0}e^{jwt}\overrightarrow{u}$$

$$\overrightarrow{E_2} = aTRe^{j(\Phi_0+\Phi)}e^{jwt}\overrightarrow{u}$$
$$\overrightarrow{E_3} = aTR^2e^{j(\Phi_0+2\Phi)}e^{jwt}\overrightarrow{u}$$

avec $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}2ne\cos r$

$$I = n\overrightarrow{E}\overrightarrow{E}* = nAA*$$

Soit $A_0 = ae^{j\Phi_0}$, $A_1 = aTe^{j\Phi_0}$, $A_2 = aTRe^{j\Phi_0}$, $A_3 = aTR^2e^{j\Phi_0}$ les amplitudes complexes respectives de l'onde incidentes . L'amplitude complexe résultant des interférences des ondes multiples transmises $A = \sum_{m=1}^{\infty} A_m$ et donc : $A = A_0T[1 + Re^{j\Phi} + R^2e^{j2\Phi} + ... + R^{m-1}e^{j(m-1)\Phi}$.

Le terme S correspond à la somme des termes d'une suite géométrique de raison $\alpha = Re^{j\Phi}$ avec $R < 1$ et m termes.

$$S = \frac{1-\alpha^m}{1-\alpha}$$

Avec α_m qui tend vers 0 quand S tend vers l'infini :

$$S = \frac{1}{1-Re^{j\Phi}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{A_0T}{1-Re^{j\Phi}}$$

$$\Rightarrow A^* = \frac{A_0^*T}{1-Re^{-j\Phi}}$$

L'intensité de l'onde transmise I va être égal à :

$$I = \overrightarrow{E}\overrightarrow{E}^* = AA^* = \frac{a^2T^2}{(1-Re^{j\Phi})(1+Re^{j\Phi})}$$

$$I = \frac{a^2T^2}{1-Re^{j\Phi}-Re^{-j\Phi}+R^2}$$

$$I = \frac{a^2T^2}{1-2R\cos\Phi+R^2}$$

$$I = \frac{a^2T^2}{(1-R)^2+2R(1-\cos\Phi)}$$

Trigonométrie : $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$.

$$I = \frac{a^2T^2}{(1-R)^2+2R\times 2R\sin^2\frac{\Phi}{2}} = \frac{a^2T^2}{(1-R)^2}\frac{1}{\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\Phi}{2}}$$

$$I = \frac{I_0T^2}{(1-R)^2}\frac{1}{\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\Phi}{2}}$$

L(intensité lumineuse résultante maximun est $I_{max} = \frac{I_0T^2}{\frac{4R}{(1-R)^2}\sin^2\frac{\Phi}{2}}$. On appel la fonction suivante fonction d'Airy : $F_a(\Phi) = \frac{1}{1+M\sin^2\frac{\Phi}{2}}$

La fonction d'Airy est une fonction paire symétrique. Elle est constitué d'une succéssion de pics Lorentzien puisque pour $\Phi = 0$ à modulo 2π :

$$F_a(\Phi) = \frac{1}{1 + M\frac{\Phi^2}{4}}$$

On déduit la phase $\Phi_{\frac{1}{2}}$ pour $I = \frac{I_{max}}{2}$:

$$\Phi_{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{M}} = \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

$$\Delta_\Phi = 2\Phi_{1/2} = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

Avec $M = \frac{4R}{(1-R)^2}$ et Δ_Φ représente la largeur de pic à mi-hauteur pour laquelle I est supérieur ou égal à $\frac{I_{max}}{2}$. On défini la finesse d'un pic $F = \frac{2\pi}{\Delta_\Phi}$. Quand R augmente la largeur de pic diminue et la finesse augmente.
Exemple : Photo

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{1 - \frac{1}{1+M}}{1 + \frac{1}{1+M}} = \frac{M}{M+2} = \frac{\frac{4R}{(1-R)2}}{\frac{4R}{(1-R)^2} + 2}$$

$$\gamma = \frac{2R}{2R + (1-R)^2} = \frac{2R}{1+R^2}$$

Ainsi le contraste tend vers 1 quand R tend vers 1.

Insirer graphique 2

3 Figure d'interférence

Comme pour les interférences à deux ondes les points d'égale intensité sont ceux pour lesquels le déphasage Φ c'est à dire pour une lame d'épaisseur constante e ceux pour lesquels $R = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ est une constante donc i est une constante. Comme pour les anneaux d'Haidinger la figure d'interférence d'anneaux localisés à l'infini et peut également être observé dans le plan focal d'une lentille convergente. Les anneaux obtenus par interférence d'onde multiple se distinguent des anneaux d'Haidiger par leur plus grande finesse. Par ailleur compte tenu du traitement de surface des dioptres de la lame à face parallèle le coefficien de réflexion en amplitude r est élevé, les ondes transmises ont des amplitudes beaucoup plus proche les une des autres que les ondes réfléchies contrairement au cas des dioptres non traités. Le contraste de la figure d'interférence obtenue par transmission est bien meilleur que celui par refexion.