
Rapport intermédiaire

Membres

Jonas CHANSON

Tim DEFRANNE

Natan GHYOOT

Reza JAVADIAN

Quentin PRIEELS

Groupe

71

Table des matières

1	Introduction	2
2	Cahier des charges	3
2.1	Fonctionnement	3
2.2	Tableau des performances	4
3	Le circuit électrique	5
3.1	La bobine - Détection	6
3.2	L'amplificateur	8
3.3	Le filtre passe-bas	10
3.4	Le comparateur	12
3.5	L'interrupteur	14
3.6	La bobine - Répulsion	16
4	Conclusion	17
5	Annexes	18
5.1	Tension induite par l'aimant	18
5.2	Le champ magnétique \vec{B}	19

1 Introduction

En cette année scolaire jouxtant les ans de grâce 2020 et 2021, années terribles réputées pour avoir été sous le joug d'une crise sanitaire despotique, année qui est parvenue, en usant d'un simple virus microscopique dont le nom terrifiant résonne encore aujourd'hui dans toutes les têtes, s'est déroulé un événement d'une importance capitale que nulle guerre, nulle découverte, nulle invention n'avait encore ne serait-ce qu'effleuré la gravité. Évènement qui, en plus de changer de manière inéluctable le futur, fut capable de réécrire le passé et de transcender le présent, un événement qui eut lieu dans la petite ville de Louvain-la-Neuve, haut lieu du folklore étudiantin wallon, auprès d'un petit groupe d'ingénieurs néophytes numéroté 71 ; la création d'une machine à coudre d'un nouveau genre, qui pour sûr changera la face du monde.

Vous l'aurez compris, dans le cadre du projet WeeMove visant à développer une large palette d'idées de mécanismes et d'objets du quotidien usant d'un mouvement oscillatoire entretenu, nous avons décidé de nous fixer comme objectif la construction d'une machine à coudre. L'aiguille de celle-ci possédant ce fameux mouvement recherché et cette machine à coudre étant capable de fabriquer des masques en tissus, denrée précieuse et ô combien utile en cette période de crise sanitaire, cette idée convenait tout à fait au canevas du projet tout en apportant une utilité d'intérêt général à celui-ci.

Dans ce rapport, sera expliqué plus en profondeur l'utilité d'une telle machine ainsi que les performances attendues par celle-ci, mais il sera également explicité point par point chacune des composantes du circuit électrique interne à la base du fonctionnement de la machine ainsi que l'utilité de chacune de ces parties.

2 Cahier des charges

2.1 Fonctionnement

Regardons le fonctionnement potentiel de notre machine à coudre :

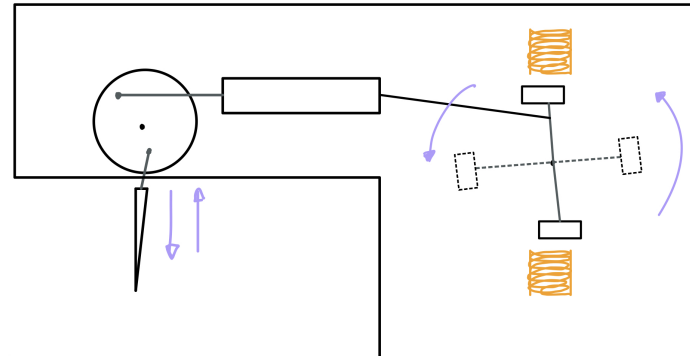


FIGURE 1 – Potentielle modélisation physique

Pour pouvoir fonctionner, notre machine à coudre sera assistée par un circuit électrique proposé dans le cadre du projet WeeMove. C'est celui-ci qui sera à la source des différents mouvements qui constituent notre application.

Mouvements mécaniques

Notre machine à coudre disposera de trois mouvements principaux pour optimiser son fonctionnement.

Le mouvement circulaire est celui à la base de notre mécanisme. En utilisant la répulsion produite par notre circuit et la bobine sur l'aimant et en dupliquant ce système, une fois orienté vers le haut, une fois vers le bas comme indiqué sur le schéma, l'aimant va parvenir à effectuer un mouvement circulaire complet et entretenu à une vitesse constante.

Le mouvement suivant est un mouvement horizontal de transition qui aura pour simple but de faciliter le passage du mouvement circulaire au mouvement vertical nécessaire pour l'aiguille en décalant sur le côté, et donc juste au-dessus de l'aiguille, le mouvement circulaire. Afin d'y parvenir, un câble rigide est attaché depuis une de ses extrémités à la première bielle en mouvement et va, à son autre extrémité, être relié à un disque pour prolonger le mouvement circulaire initial.

Le dernier mouvement est le mouvement vertical et donc final qui, par conséquent, sera également le plus important de notre système. C'est celui de l'aiguille qui permettra à notre projet d'être une réussite. Ce mouvement est, comme les anciens mouvements qui ont permis *de fil en aiguille*¹ de générer celui-ci, est un mouvement entretenu et oscillatoire. Ce mouvement est simplement réalisé en reliant un câble rigide au mouvement circulaire situé au dessus de l'aiguille.

1. Pas mal celle là !)

2.2 Tableau des performances

Catégorie	Caractéristiques	Minimum	Typique	Maximum
Contraintes d'utilisation	Alimentation pour le mouvement oscillatoire	4V	10V	20V
	Type de tissu	-	coton $90g/m^2$	-
Contraintes physiques	Masse de la machine	-	5kg	10kg
	Dimension de la machine	-	420x300x150mm	-
	Épaisseur de l'aiguille	0,6mm	-	1mm
Performances propres	Autonomie	5min	15min	30min
	Temps de confection d'un masque	30s	120s	300s
	Fréquence de l'aiguille	1Hz	10Hz	14Hz

3 Le circuit électrique

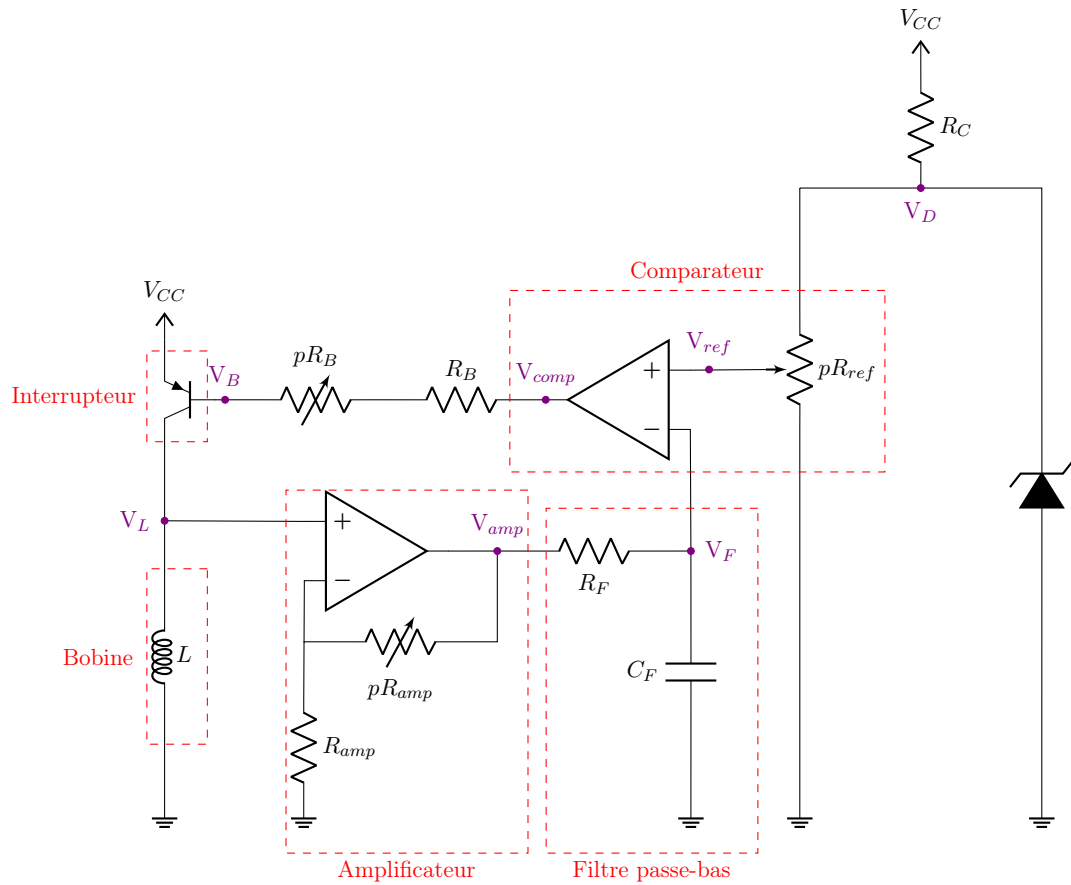


FIGURE 2 – Schéma du circuit WeeMove

Bloc	Type	Nom	Valeur
Bobine	Inductance	L	Typique 1mH
Amplificateur	Résistance	R_{amp}	5.6k Ω
	Potentiomètre	pR_{amp}	100k Ω
	Ampli-op	MPC6292	N/A
Filtre	Résistance	R_F	1.2k Ω
	Condensateur	C_F	1 μ F
Comparateur	Résistance	R_C	560 Ω
	Potentiomètre	pR_{ref}	100k Ω
	Diode Zener	1N746A	3.3V
	Ampli-op	MPC6292	N/A
Interrupteur	Résistance	R_B	10k Ω
	Potentiomètre	pR_B	50k Ω
	Transistor	BC327	N/A

TABLE 1 – Valeurs des composants

3.1 La bobine - Détection

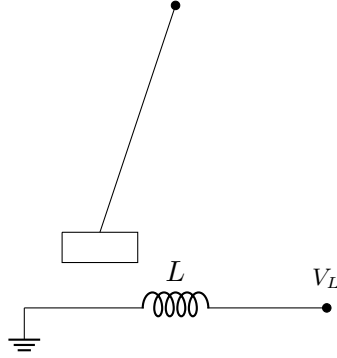


FIGURE 3 – Circuit détection de l'aimant

Explication

La clé de voûte de notre circuit réside en la détection du mouvement oscillatoire de l'aimant par la bobine et ce, afin de transformer celui-ci en un courant alternatif AC. Lors de chaque passage de l'aimant, des lignes de champs magnétiques vont entrer en contact avec la bobine et, de part leur mouvement et donc leur variation, vont engendrer une variation de flux magnétique. En vertu de la loi de Lenz-Faraday, cette variation de flux va donc occasionner une force électromotrice et par extension un courant qui va pouvoir parcourir le reste du circuit.

Mise en équation

En émettant l'hypothèse que le champ magnétique généré par l'aimant \vec{B} est exclusivement aligné avec la bobine (verticale dans le schéma ci-dessus), on peut en déduire la tension induite par le passage de l'aimant au dessus de la bobine. On trouve alors que cette tension dépend de la variation du flux magnétique. On écrit donc :

$$V_L = -N \frac{\partial \phi_B}{\partial t} = -N \frac{\partial}{\partial t} \int_{A(t)} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

Pour simplifier un peu, on pourrait supposer que le champ \vec{B} est constant. On pourrait alors le sortir de l'intégrale et la tension V_L ne dépendrait que de la position de l'aimant. Le détail de cette intégrale est expliqué à la section 5.1.

Cependant, les deux hypothèses faites précédemment sur \vec{B} sont incorrectes. En effet, celui-ci n'est ni constant, ni unidimensionnel. Il faudrait donc calculer la valeur de ce champ en chaque point du plan. Ce calcul long et complexe est détaillé dans ses grandes lignes à la section 5.2.

Analyse des résultats

Lorsqu'on fait passer notre aimant au-dessus de la bobine, nous observons une tension V_L . Nous avons remarqué lors de nos tests que :

- Au plus la vitesse de l'aimant augmente, au plus l'amplitude de la tension V_L augmente, et inversement.
- Au plus la distance entre l'aimant et la bobine augmente, au plus l'amplitude de la tension V_L diminue et inversement.
- La dérivée du flux maximum est égale à la tension maximale. Cela se traduit par une valeur nulle lorsque le centre de l'aimant se situe parfaitement à la verticale du centre de la bobine.

La valeur maximale obtenue, 500 mV, correspond bien à nos attentes car avec notre système, avant le bloc amplificateur, il est normal d'obtenir une valeur en millivolts.

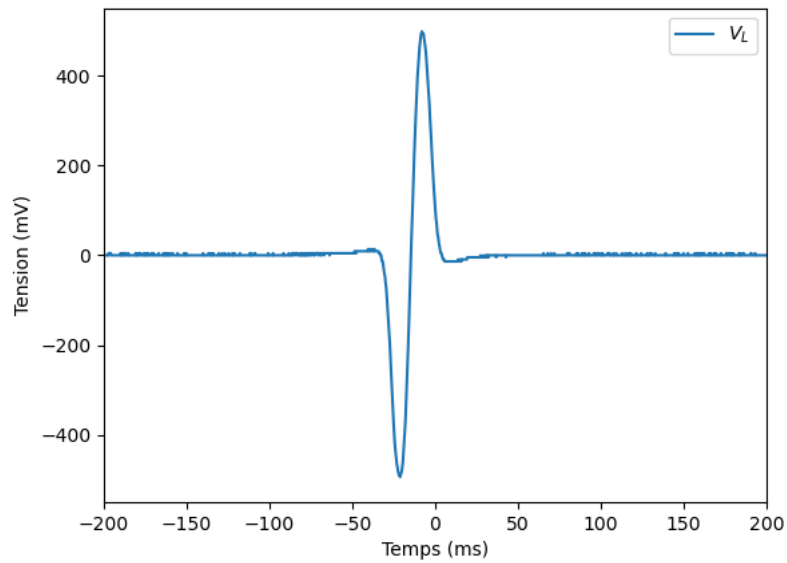


FIGURE 4 – Tension V_L au cours du temps

3.2 L'amplificateur

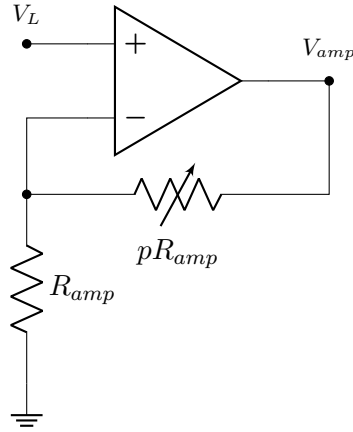


FIGURE 5 – Circuit amplificateur

Explication

L'amplificateur a un rôle important dans la détection du signal provenant de la bobine. En effet, comme son nom l'indique, l'intérêt d'un tel montage est d'amplifier la tension induite de la bobine pour qu'elle puisse être traitée par le bloc comparateur.

Mise en équation

La tension de sortie de ce montage amplificateur est donné par :

$$V_{amp} = V_L \left(1 + \frac{pR_{amp}}{R_{amp}} \right) \quad (2)$$

Il faut néanmoins tenir compte des bornes inférieure et supérieure de l'ampli-op que ne peut délivrer une tension inférieure à celle de la masse et supérieure à celle de sa tension d'alimentation (5V). La tension en sortie de l'ampli-op est donc bornée par :

$$0V \leq V_{amp} \leq 5V \quad (3)$$

Justification de la valeur des composants

Regardons la valeur de la tension induite avec la valeurs des composants de la table 1 : ($pR_{amp} \in [0\Omega, 100k\Omega]$, $R_{amp} = 5.6k\Omega$ et $V_L = 400mV$). On peut dès lors borner le signal V_{amp} en fonction de la valeur du potentiomètre. Au minimum ($pR_{amp} = 0\Omega$), la tension de sortie sera égale à celle en entrée (c'est à dire $0.4V$), tandis qu'au maximum ($pR_{amp} \in [64k, 100k]$) l'ampli-op délivrera sa tension maximale (c'est à dire $5V$).

Lors de l'expérience, nous avons choisit arbitrairement $V_{amp} \simeq 4V$ de façon à ne pas écraser le signal. En reprenant cette valeur, nous obtenons :

$$pR_{amp} = R_{amp} \left(\frac{V_{amp}}{V_L} - 1 \right) = 5.6k \left(\frac{4V}{0.4V} - 1 \right) = 50.4k\Omega \quad (4)$$

Analyse des résultats

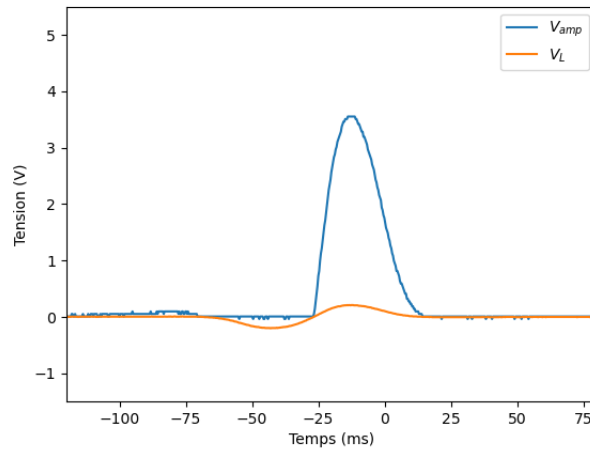


FIGURE 6 – Tension en sortie de l’amplificateur en fonction de la tension V_L au cours du temps

La tension V_L passe ensuite dans l’amplificateur de tension. On remarque que, lorsque la tension V_L est positive, elle est amplifiée, tandis que lorsqu’elle est négative l’ampli-op sature et bloque à 0V (voir les bornes de l’ampli-op).

On remarque également que la partie descendante de la courbe V_{amp} est très raide. Cela est dû au fait que la tension chute rapidement lorsque l’aimant est au niveau du centre de la bobine. La variation du champ magnétique $\Delta \vec{B}$ se faisant de plus en plus faible, la tension induite est moindre.

Puisque la tension est amplifiée, la chute paraît donc quasi instantanée.

Le montage amplificateur servira donc à amplifier le signal sortant de notre bobine pour le rendre détectable par notre montage comparateur et nous permettra par conséquent de sélectionner avec plus de précision le moment où l’on enverra du courant dans la bobine.

3.3 Le filtre passe-bas

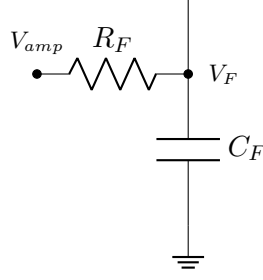


FIGURE 7 – Circuit filtre passe-bas

Explication

Le filtre passe-bas retire, comme son nom l'indique, les tensions trop élevées (à l'opposé de l'ampli-op). En effet, au delà d'une certaine fréquence (appelée fréquence de coupure et notée f_c), les tensions supérieures à ce seuil seront atténuées tandis que celles inférieures seront libres de passer.

L'intérêt d'un tel montage est d'abord d'éviter le bruit électronique, mais ensuite (et cela nous intéresse particulièrement) d'éviter l'enclenchement involontaire du courant V_{comp} (voir la section suivante). En effet, puisque le circuit est fermé sur lui-même, il ne faudrait pas que le courant envoyé lors d'un passage de l'aimant ne re-déclenche le système, le filtre fait office de barrière.

Mise en équation

En première approximation, nous pouvons faire l'hypothèse que le filtre est parfait. Dans ce cas, si la fréquence de la tension d'entrée est inférieure à la fréquence de coupure ($f_{V_{amp}} < f_c$), alors le filtre agira comme un court-circuit. Dans l'autre cas ($f_{V_{amp}} > f_c$), le filtre sera considéré comme un circuit ouvert. Avec comme valeur de la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_F C_F} \quad (5)$$

Pour aller plus loin, nous pourrions revoir notre hypothèse précédente et considérer cette fois-ci que la tension d'entrée est de forme $V_{amp} = A \sin(\omega t)$. La tension de sortie sera donc de la forme $V_F = B \sin(\omega t + \phi)$. Dans ce cas, nous devons résoudre l'équation différentielle suivante :

$$V_{amp} = V_F + R_F C_F \frac{dV_F}{dt} \quad (6)$$

En résolvant l'équation ci-dessus, on trouve les valeurs de ϕ et de B suivantes :

$$\phi = \arctan(-R * C * \omega) \quad (7)$$

$$B = \frac{A}{\cos(\arctan(-R * C * \omega)) - R * C * \omega * \sin(\arctan(-R * C * \omega))} \quad (8)$$

On remarque que, lorsque la fréquence ω augmente, la valeur du déphasage ϕ augmente elle aussi. Quant à B , il diminue lorsque la valeur de la fréquence ω augmente, ce qui caractérise bien le comportement d'un filtre passe-bas.

Justification de la valeur des composants

Regardons la valeur de la fréquence de coupure avec la valeurs des composants de la table 1 (R_F vaut $1.2k\Omega$ et C_F vaut $1\mu F$). On trouve donc la valeur de la fréquence de coupure qui vaut :

$$f_c = \frac{1}{2\pi * 1200 * 10^{-6}} \simeq 132.629\text{Hz} \quad (9)$$

Les valeurs qui nous ont été proposées nous permettent d'obtenir cette valeur d'environ 130Hz, cohérente avec notre application. En effet, cela permet de réaliser un grand nombre de passage de l'aimant par seconde tout en évitant le déclenchement accidentel du courant dans la bobine à cause de la boucle dans notre circuit.

Analyse des résultats

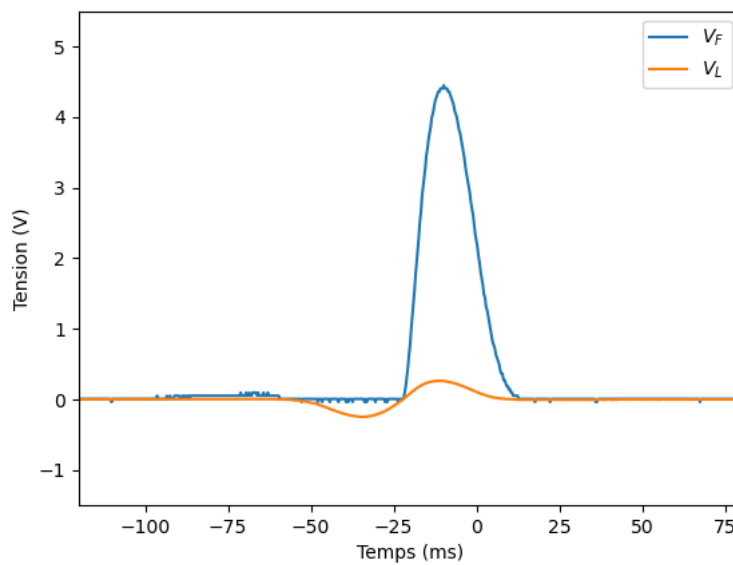


FIGURE 8 – Tension en sortie du filtre en fonction de la tension V_L au cours du temps

Après avoir été amplifiée, la tension V_L passe dans le filtre passe-bas. On remarque alors que la courbe est plus allongée, mais ses valeurs extrêmes ne changent pas. Lorsque les bornes de la bobine sont inversées, on remarque exactement le même phénomène.

Attention, puisque la tension a été amplifiée, là où V_L était négative, l'ampli-op a fait passer cette valeur à 0V.

3.4 Le comparateur

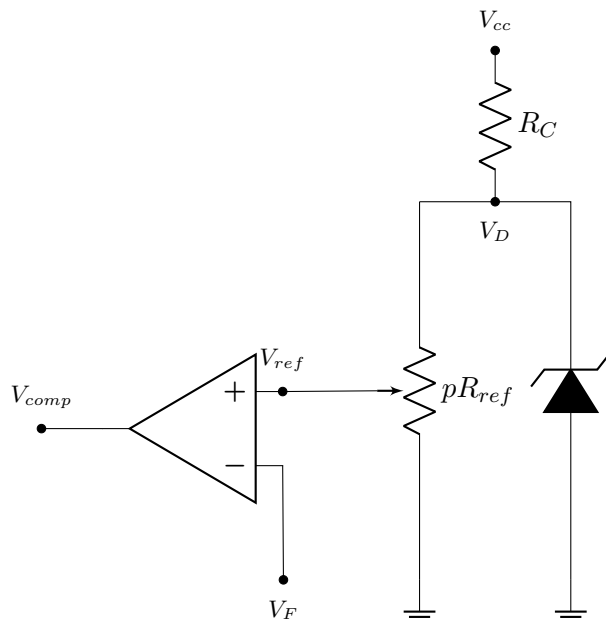


FIGURE 9 – Circuit comparateur

Explications

Dans le circuit ci-dessus, la tension V_{cc} vaut $5V$. C'est cette même tension qui alimente l'ampli-op. Ainsi, on sait que la tension V_{comp} sera soit à $0V$, soit à $5V$. On se demande donc quand et comment variera cette tension en sortie de l'ampli-op en fonction de V_F ou V_{ref} .

Mise en équation

Trouvons d'abord la tension que la diode impacte, c'est à dire V_D :

$$V_D = V_{cc} - V_{zk} \quad (10)$$

Avec V_{zk} la tension de claquage de la diode.

Ensuite, trouvons l'équation de la tension qui sera comparée à V_F . Il s'agit de la tension de référence utilisée par le comparateur pour 'savoir' si oui ou non, il doit envoyer une certaine tension. On trouve :

$$V_{ref} = V_D - pR_{ref} \frac{V_{zk}}{100k} \quad (11)$$

Finalement, on trouve l'équation de sortie de l'ampli-op :

$$\begin{cases} V_{comp} = V_{cc} & \text{si } V_{\epsilon} < 0 \\ V_{comp} = V_{ss} & \text{si } V_{\epsilon} > 0 \end{cases} \quad (12)$$

avec $V_{\epsilon} = V_{ref} - V_F$

Justification de la valeur des composants

La diode va nous servir à conserver une tension bien constante. En effet, selon la source que l'on utilise, V_{cc} peut légèrement varier. La diode va donc permettre de garder une tension d'environ $3,3V$ avant pR_{ref} et elle va claquer pour les tensions plus élevées.

Pour avoir la tension V_{ref} la plus basse possible et donc pouvoir détecter les plus faibles tensions induites, nous devons prendre une grande valeur pour pR_{ref} . Celle-ci sera fixée autour des $100k\Omega$.

Analyse des résultats

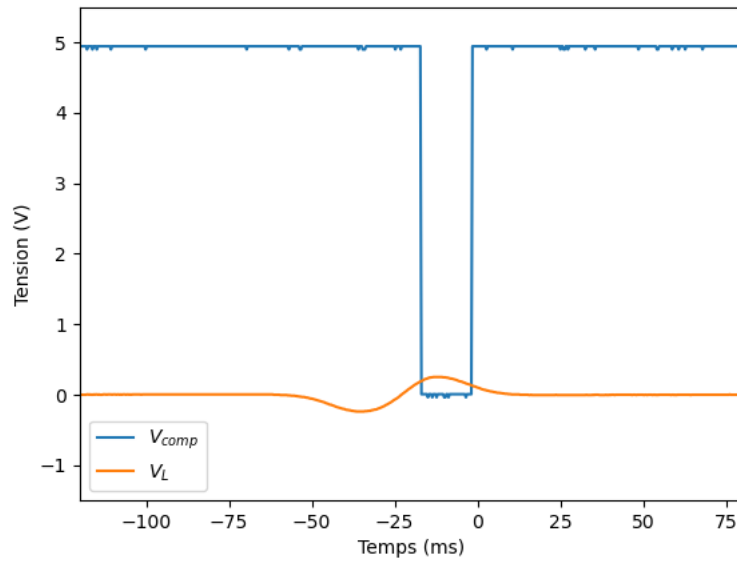


FIGURE 10 – Tension en sortie du comparateur en fonction de la tension V_L au cours du temps

Le graphe ci-joint correspond très bien aux hypothèses formulées l'aide des équations. En effet, on observe sur ce dernier la tension V_{comp} pratiquement tout le temps constante et égale à 5 volts sauf sur un intervalle relativement court durant lequel la tension chute à 0 volt. Ceci est un résultat cohérent, effectivement cette chute de tension correspond parfaitement au pic de la tension V_L et ne va s'arrêter que lorsque que cette-dite tension V_L descendra suffisamment. Dans les faits, cette chute de tension advient car la tension V_L , amplifiée par l'ampli-op et devenant alors V_F , devient plus grande que la tension V_{ref} , ce faisant, compte tenu des formules calculées, la tension V_{comp} devient donc égale à V_{ss} * soit 0 volt.

3.5 L'interrupteur

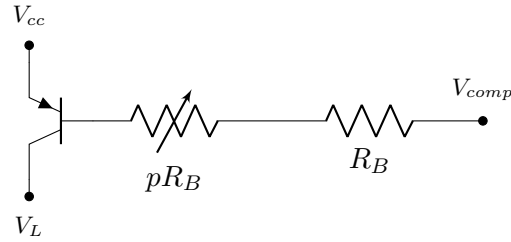


FIGURE 11 – Circuit interrupteur

Explications

Ce bloc du circuit va permettre de laisser passer du courant, ou non, au bon moment dans la bobine afin de repousser l'aimant. Le principal composant de ce bloc est le transistor. Celui-ci possède différents 'modes' de fonctionnement, chacun dépendant des courants qui le traversent ainsi que des différences de tensions entre la base (B) et l'émetteur (E) ou entre la base (B) et le collecteur (C). Ces différents modes sont :

1. Le mode *bloqué* : lorsque la tension $V_{EB} < 0.7V$. Le transistor se comporte alors comme un circuit ouvert et le courant ne circule pas dans la bobine.
2. Le régime *saturé* : lorsque la tension $V_{EB} = 0.7V$. Il y a apparition du courant I_B . Comme la différence de tension ne monte pas significativement au dessus de $0.7V$, La branche émetteur-base est modélisée par une source de tension (de $0.7V$). Le courant I_C apparaît lui aussi car la branche collecteur-émetteur peut est un quasi court-circuit. On quitte le mode saturé si :
 - (a) $V_{EB} < 0.7V$: le transistor passe en mode *bloqué*
 - (b) $I_c \geq \beta I_B$: le transistor passe en mode *linéaire*
3. Le mode *linéaire* : le courant de collecteur $I_C = \beta I_B$ et la tension $V_{EC} > 0V$
 - (a) $V_{EB} < 0.7V$: le transistor passe en mode *bloqué*
 - (b) V_{EC} devient très faible : le transistor passe en mode *saturé*

β est appelé le gain en courant. Il s'agit d'un paramètre constitutif valant approximativement 375.

Notre transistor ne passera donc que par les modes bloqué et linéaire. En effet, la tension V_C sera bien plus faible que la tension V_E et ce à cause de la faible résistance de la bobine (environ 3.6Ω). Donc le transistor ne passera pas en mode saturé et se mettra directement en mode linéaire.

Mise en équation

Nous connaissons déjà la tension dans la base du transistor en fonction de V_{comp} :

$$\begin{cases} V_B = 5V & \text{si } V_{comp} = 5V, \text{ mode bloqué} \\ V_B = 4,3V & \text{si } V_{comp} = 0V, \text{ mode linéaire} \end{cases} \quad (13)$$

Trouvons ensuite le courant qui passe dans la branche de la base du transistor. En mode bloqué, le circuit est ouvert et le courant I_B vaut 0A. En mode linéaire par contre, celui-ci vaut :

$$I_B = \frac{4,3}{pRb + Rb} \quad (14)$$

On trouve donc un courant dans le collecteur qui vaut :

$$I_C = \frac{4,3\beta}{pRb + Rb} \quad (15)$$

Justification de la valeur des composants

R_b a une valeur fixe de $10k\Omega$. Puisque notre bobine a besoin d'un courant maximal pour avoir une grande force de répulsion, nous devons choisir une valeur basse pour pR_b . Par exemple, pour $pR_b = 5k\Omega$, on obtient $I_C = 107,5mA$.

Analyse des résultats

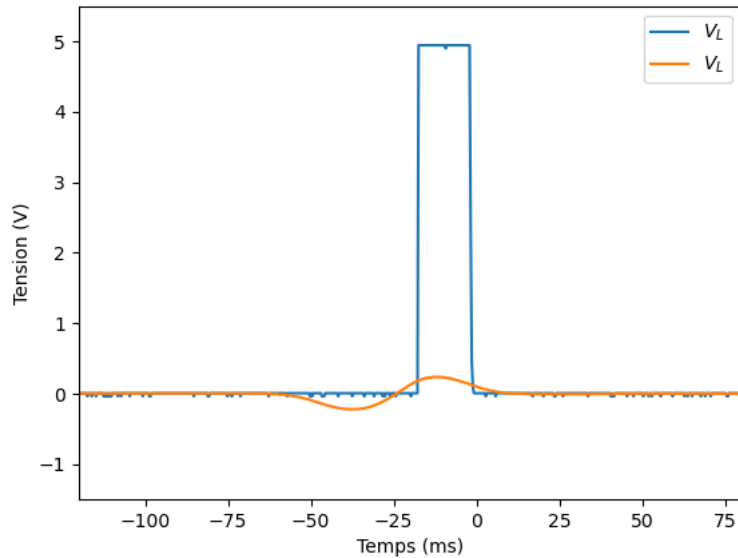


FIGURE 12 – Tension en sortie du transistor en fonction de la tension V_L au cours du temps

Les résultats observés sur le graphe ne sont pas cohérents avec notre prédiction. Effectivement, la tension V_L envoyée dans la bobine depuis l'interrupteur ne peut pas valoir $5V$ car cela voudrait dire que le transistor n'est pas en mode linéaire. La tension devrait donc être bien moindre et en sachant que la bobine possède une résistance d'environ $3,6\Omega$, on peut en déduire que V_L est égale à $387mV$ pour la valeur de I_C calculée précédemment. Nos résultats sont donc sûrement dûs à des erreurs de mesures.

3.6 La bobine - Répulsion

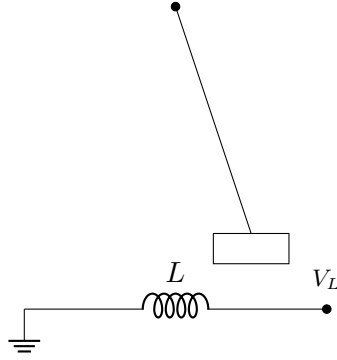


FIGURE 13 – Circuit répulsion de l'aimant

Explications

Pour obtenir un mouvement entretenu, nous voulons créer une force de répulsion. Cette force doit agir lorsque l'aimant commence à s'éloigner de la bobine. Dans le cas contraire, il serait attiré par la bobine et par conséquent, freiné, ce que nous voulons éviter. Pour réaliser cette répulsion, comme vu pour l'interrupteur, nous envoyons un courant lorsque la tension V_L est positive.

Mise en équation

Lorsque l'aimant passe au dessus de la bobine dans laquelle circule un courant I , celui-ci va subir une force de répulsion notée \vec{F} calculée à partir de la force de Laplace :

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (16)$$

Avec $d\vec{l}$ un petit élément de longueur de fil et \vec{B} le champ magnétique de l'aimant. On passe ensuite dans un repère cylindrique dans lequel notre équation peut se ré-exprimer comme :

$$d\vec{F} = IB d\theta r (\sin(\theta)\hat{x} + \cos(\theta)\hat{y}) \quad (17)$$

Pour obtenir l'expression de la force globale agissant sur tout l'aimant, il nous suffit d'intégrer sur l'angle formé par l'intersection de la projection de l'aimant sur la bobine et de la bobine.

$$\vec{F} = IB r \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos(\theta) d\theta = 2IB r \sin(\alpha) \quad (18)$$

Analyse des résultats

Lors du dernier laboratoire, nous avons réussi à obtenir une répulsion. Celle-ci n'est pas négligeable mais n'est pas encore suffisante pour notre application car les forces de frottements restent plus élevées que la force de répulsions. Nos prochains laboratoires seront donc consacrés à amplifier cette force qui nous donne encore du *fil à retordre*² pour mener à bien notre projet.

2. ;-)

4 Conclusion

En conclusion, sous ses apparences faciles d'appareil électronique présent dans de nombreux foyers et dont le fonctionnement pourrait paraître extrêmement simple pour les non-initiés, la machine à coudre cache de nombreux éléments et circuits intrinsèques à son bon fonctionnement qui ne sont pas si aisés que cela à réaliser.

Notre objectif premier sera donc de parvenir à concevoir parfaitement l'entièreté du circuit décrit dans le rapport pour assurer les trois mouvements vus supra et donc d'assurer par la même occasion le mouvement de l'aiguille. Par la suite, si cette première étape est réussie, viendront se greffer en agréments, les moteurs et autres roulements de fils, qui permettront l'accomplissement d'une véritable machine à coudre fonctionnelle. Le chemin est donc encore long et connaîtra encore probablement de nombreuses difficultés mais nous sommes convaincus qu'avec de la patience et de la détermination et en nous accrochant à notre *fil rouge*, notre projet s'avèrera être une vraie réussite.

5 Annexes

5.1 Tension induite par l'aimant

Le champ \vec{B} étant uniforme, il devient donc une constante que l'on peut sortir de l'intégrale. on obtient donc l'équation suivante :

$$V_L = -N \frac{\partial \phi_B}{\partial t} = -N \vec{B} \frac{\partial}{\partial t} \int_{A(t)} d\vec{S} \quad (19)$$

La valeur de l'intégrale devient dans ce cas l'aire d'intersection entre deux cercles, le premier étant la bobine et le second l'aimant. L'expression de cette aire d'intersection est :

$$A = \arcsin\left(\frac{h}{a}\right) a^2 - h\sqrt{a^2 - h^2} + \arcsin\left(\frac{h}{b}\right) b^2 - h\sqrt{b^2 - h^2} \quad (20)$$

avec a qui est le rayon de l'aimant, b celui de la bobine, $h(t) = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a^2 - b^2 + d(t)^2}{2d(t)}\right)^2}$ et $d(t)$ la distance entre les deux centres de la bobine et de l'aimant, simplifiée en $|vt|$.

En dérivant ensuite l'expression 20 par rapport au temps, on obtient l'expression pour l'aire suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} = & \frac{h(t)^2 h'(t)}{\sqrt{a^2 - h(t)^2}} - h'(t) \sqrt{a^2 - h(t)^2} + \frac{a h'(t)}{\sqrt{1 - \frac{h(t)^2}{a^2}}} \\ & + \frac{h(t)^2 h'(t)}{\sqrt{b^2 - h(t)^2}} - h'(t) \sqrt{b^2 - h(t)^2} + \frac{b h'(t)}{\sqrt{1 - \frac{h(t)^2}{b^2}}} \end{aligned} \quad (21)$$

avec $h'(t) = \frac{d'(t)((a^2 - b^2)^2 - d(t)^4)}{2d(t)^3 \sqrt{2(a^2 + b^2) - \frac{(a^2 - b^2)^2 + d(t)^4}{d(t)^2}}}$ et $d'(t)$ la dérivée de la distance entre la bobine et l'aimant, c'est à dire la vitesse relative.

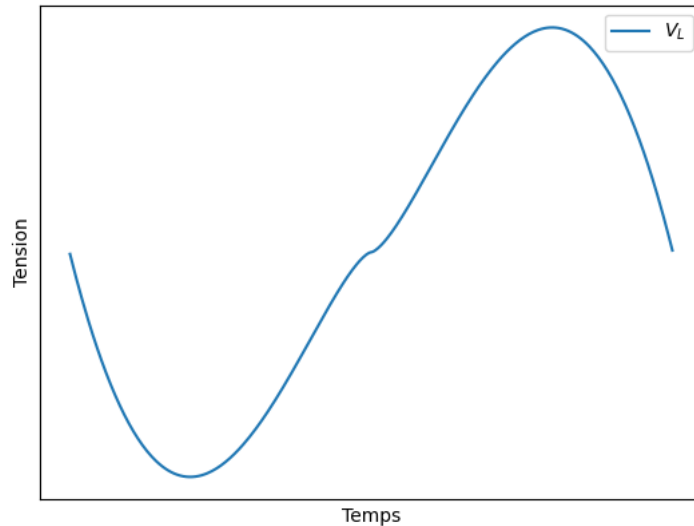


FIGURE 14 – Approximation mathématique de V_L avec un champ \vec{B} constant

Cette courbe ressemble donc bien au graphique de la tension V_L mesurée lors des laboratoires et représenté à la figure 4.

5.2 Le champ magnétique \vec{B}

Le champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace, possède une expression très complexe. Afin de ne pas alourdir ce rapport, seul le résultat final est explicité ici.

$$B(x, y, z) = \mu_B \eta \int_{\rho=0}^R \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{z_m=-h/2}^{h/2} B_m dz_m d\phi d\rho \quad (22)$$

où

$$B_m(x, y, z) \Big|_{\rho, \phi, z_m} = \frac{\mu_0 \mu_B}{2\pi(x - \rho \cos \phi)^2 + (y - \rho \sin \phi)^2 + (z - z_m)^2} \left(\left(\frac{3(z - z_m)}{\sqrt{(x - \rho \cos \phi)^2 + (y - \rho \sin \phi)^2 + (z - z_m)^2}} \right) \left(\frac{(x - \rho \cos \phi)\hat{x} + (y - \rho \sin \phi)\hat{y} + (z - z_m)\hat{z}}{\sqrt{(x - \rho \cos \phi)^2 + (y - \rho \sin \phi)^2 + (z - z_m)^2}} \right) - \hat{z} \right) \quad (23)$$

Pour information, voilà les étapes par lesquelles nous sommes passés pour déterminer la valeur de ce champ :

1. Considérer le champ magnétique d'un simple dipôle rectangulaire.
2. Trouver la valeur du champ selon l'axe de ce dipôle via la loi de Biot et Savat.
3. Appliquer Biot et Savat en 3 dimensions pour se placer dans l'espace.
4. Mettre le dipôle au centre de l'aimant et trouver la valeur du champ pour un point P quelconque.
5. Ajouter tout les autres dipôles constituant l'aimant.
6. Passer dans un repère circulaire pour appliquer nos formules à un aimant circulaire.