

TP2
Traitement du signal
S5 1SN

Quentin Thuet

Décembre 2019

8.2 Etude théorique du passage sur porteuse et du retour à basse fréquence

1.

$$\begin{aligned} X(f) &= \widehat{x(t)}(f) \\ &= \widehat{m(t) \cos(2\pi f_0 t)}(f) \\ &= \widehat{m(t)} * \widehat{\cos(2\pi f_0 t)}(f) \\ &= M(f) * \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) \\ &= \frac{1}{2}(M(f - f_0) + M(f + f_0)) \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} Y(f) &= \widehat{y(t)}(f) \\ &= \widehat{x(t) * \cos(2\pi f_0 t)}(f) \\ &= \left(\frac{1}{2}(M(f - f_0) + M(f + f_0)) \right) * \left(\frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)) \right) \\ &= \frac{1}{4}(M(f - 2f_0) + M(f + 2f_0) + 2M(f)) \end{aligned}$$

3. (a) Le filtre permet de conserver uniquement une certaine bande de fréquence. Ici, il nous permettra de ne conserver que les fréquences du spectre $M(f)$ du signal $m(t)$.
- (b) Nous voulons conserver uniquement le spectre $M(f)$, centré en 0 et donc d'éliminer les termes $M(f - f_0)$ et $M(f + f_0)$ centré respectivement en f_0 et $-f_0$. Nous allons donc utiliser un filtre passe-bas qui nous permettra de ne conserver que les fréquences autour de 0.

- (c) La réponse en fréquence idéale pour réaliser l'élimination des fréquences à partir d'une certaine fréquence autour de 0 est une porte de paramètre $2f_0$, avec donc une fréquence de coupure en f_0 . La réponse impulsionnelle de ce filtre est donc un sinus cardinal : $h_I(k) = \text{sinc}(f_0 t)$.

8.3 Implantation du modulateur

- 2. (b) On voit que le signal a été modulé et donc que le pic présent en 0 est dupliqué et transposé aux fréquences voulues (-200 Hz et $+200$ Hz), ce qui correspond bien à la convolution du signal de départ avec des diracs en $\delta(f + f_0)$ et en $\delta(f - f_0)$. On peut donc maintenant imaginer ajouter un autre message à transmettre sur le même cosinus porteur mais à une fréquence différente. C'est bien le but recherché.

8.4 Implantation du retour à basse fréquence

- 2. On observe à nouveau une modulation du signal précédent et la duplication des deux pics précédents et leur transposition. Chacun a été transposé de 200 Hz à gauche et à droite, ce qui donne un premier pic en -400 Hz, un second en 400 Hz et un dernier (celui qui correspond au retour à basse fréquence du signal de départ modulé) en 0 . Cette opération correspond à nouveau à la convolution avec des diracs en $\delta(f + f_0)$ et en $\delta(f - f_0)$.
- 3. (b) On voit que la réponse en fréquence est à peu près constante de valeur 5 entre $-f_0$ et f_0 et de valeur proche de 0 (de l'ordre de 10^{-1} à 10^{-3}) à l'extérieur de cet intervalle. Cela correspond bien à un filtre passe-bas.
- (c) Pour un ordre plus important, on voit que la rupture à la fréquence de coupure est plus nette. La réponse en fréquence avant $-f_0$ et après f_0 est atténuée plus fortement (environ 10 fois plus pour l'ordre 61 par rapport à l'ordre 21). On peut considérer que plus l'ordre est grand, plus le filtre est efficace.
- (d) Le choix d'une fenêtre de troncature de Blackman semble avoir plusieurs effets en comparaison d'une fenêtre rectangulaire : la rupture à la fréquence de coupure semble moins nette, mais la réponse avant $-f_0$ et après f_0 est atténuée bien plus fortement (environ 10^4 fois plus que pour la fenêtre rectangulaire). De plus, avec la fenêtre de Blackman, on ne retrouve plus les irrégularités (phénomène de Gibbs) dans la bande passante que l'on peut observer avec la fenêtre rectangulaire.
- (g) Un changement d'ordre et un changement de fenêtre vont influencer sur la précision de la restitution du signal. Les changements de bits seront notamment plus marqués pour un ordre plus important.

Figures

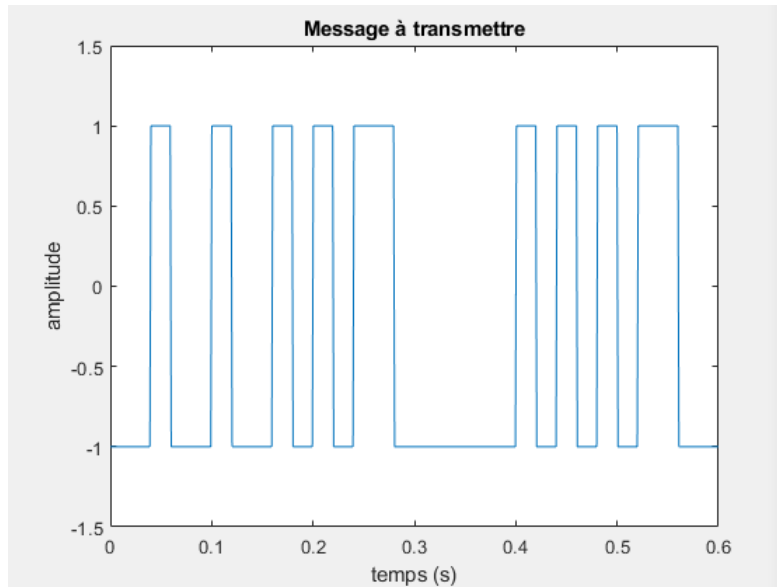


Figure 1: Message à transmettre

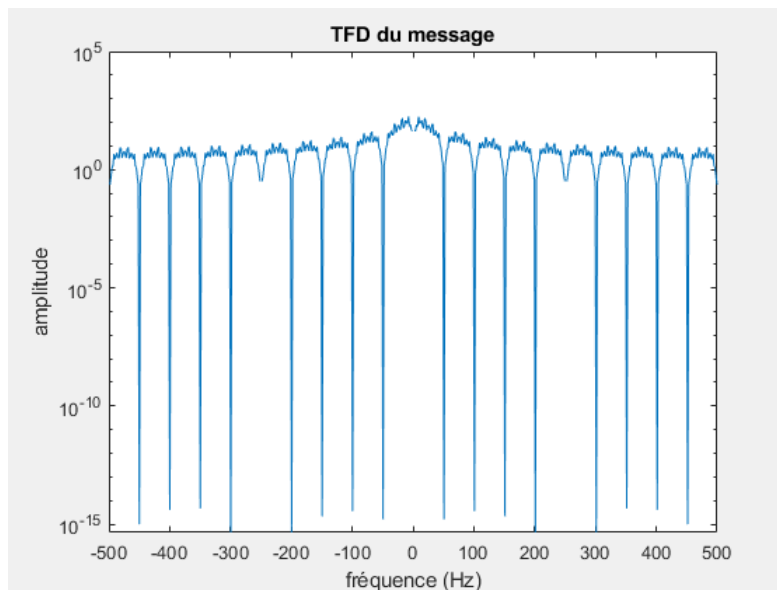


Figure 2: TFD du message

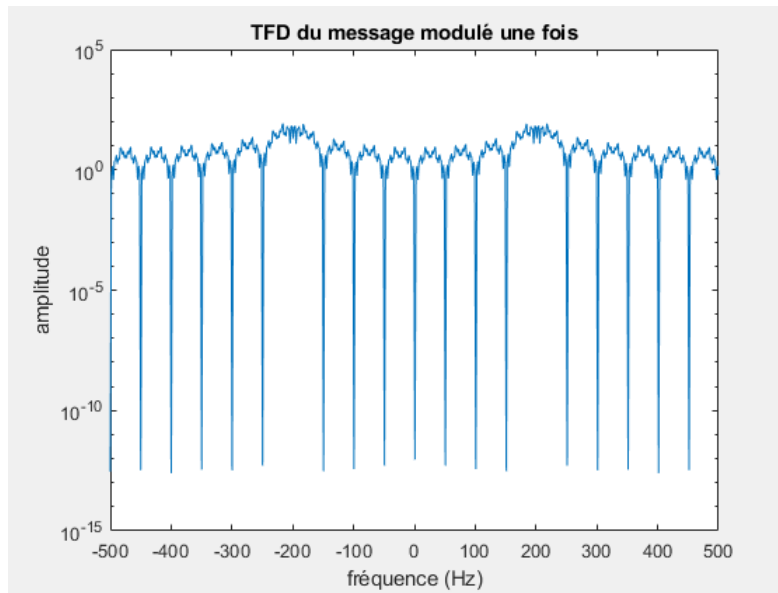


Figure 3: TFD du message modulé une fois

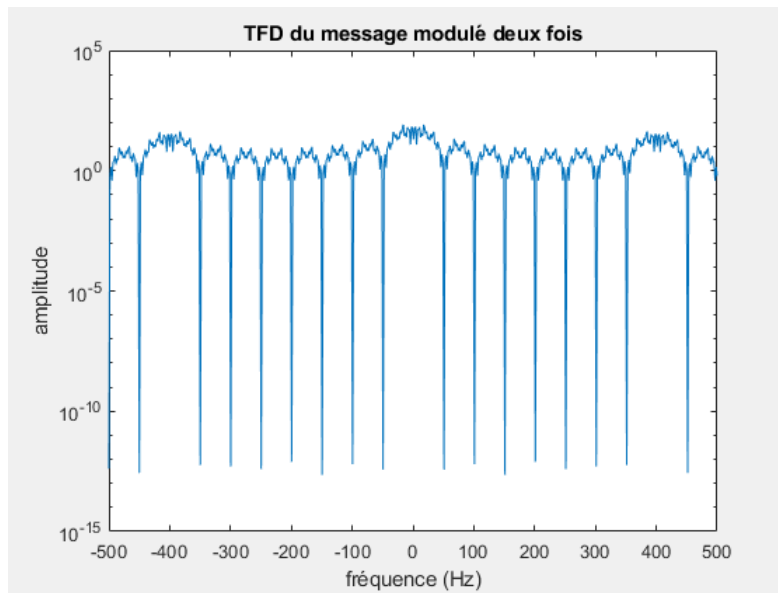


Figure 4: TFD du message modulé deux fois

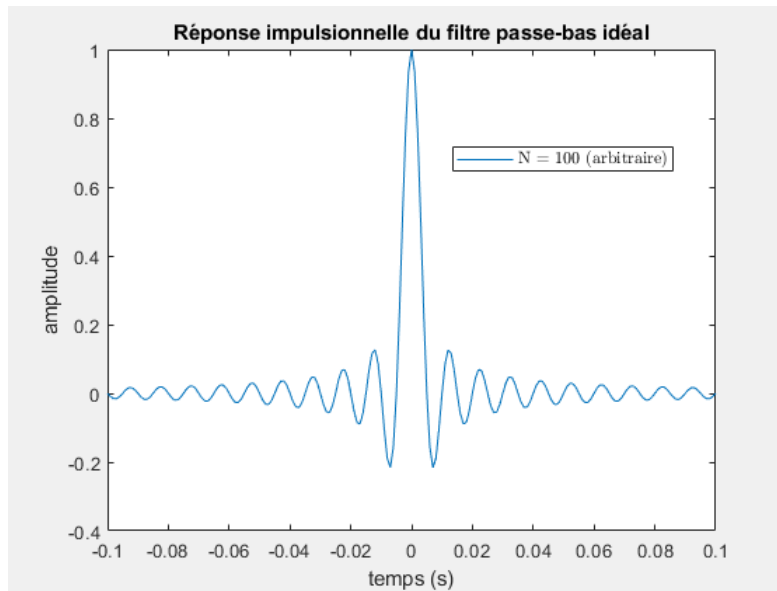


Figure 5: Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas idéal

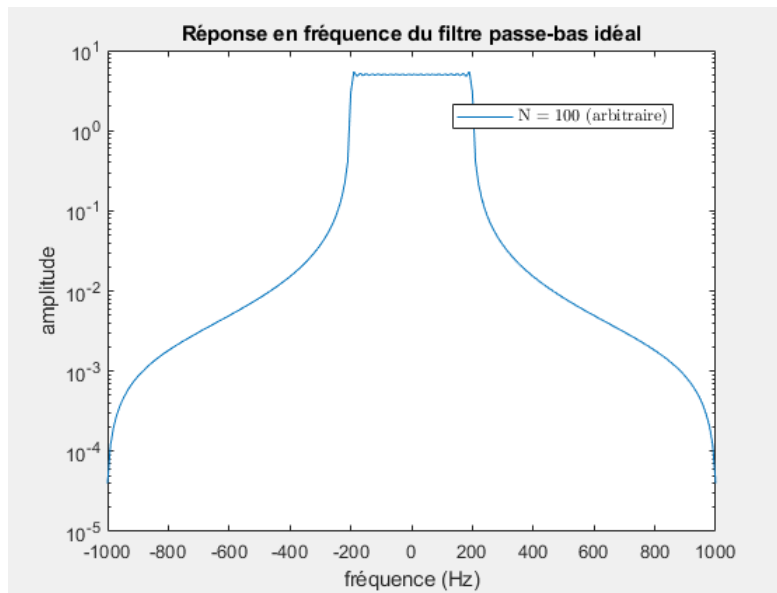


Figure 6: Réponse en fréquence du filtre passe-bas idéal

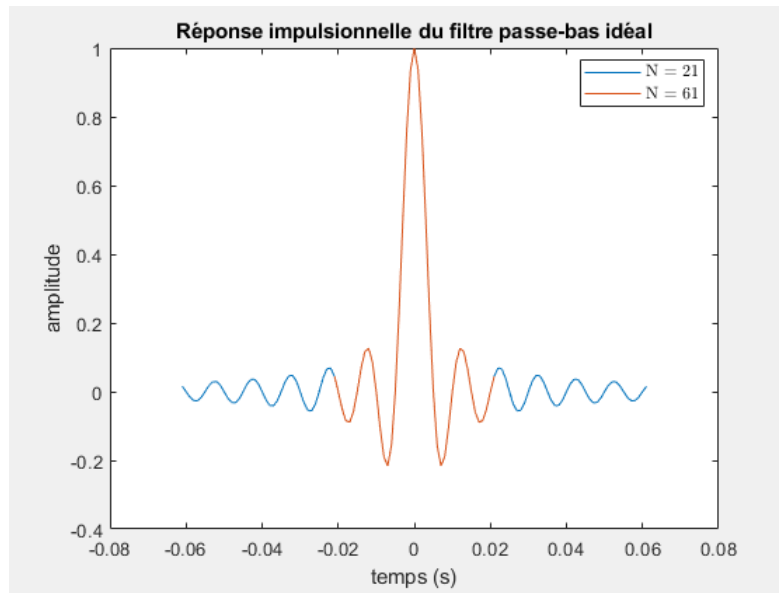


Figure 7: Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas idéal

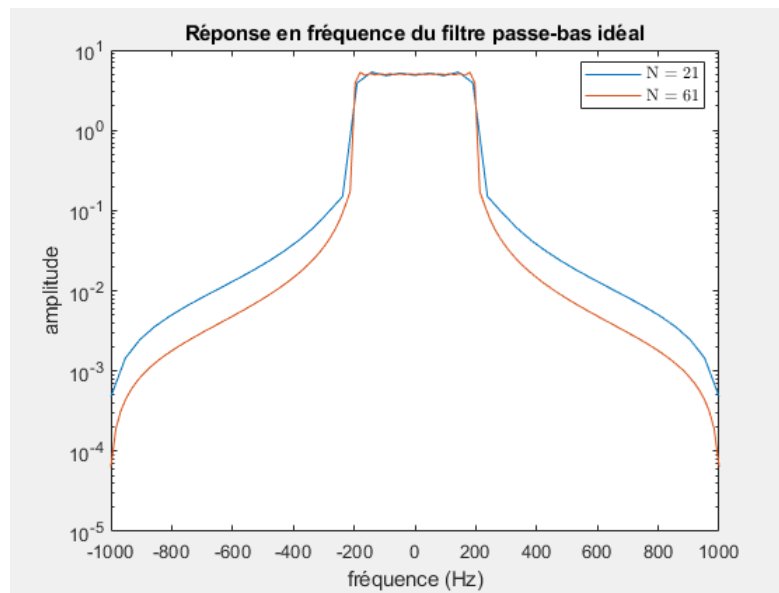


Figure 8: Réponse en fréquence du filtre passe-bas idéal

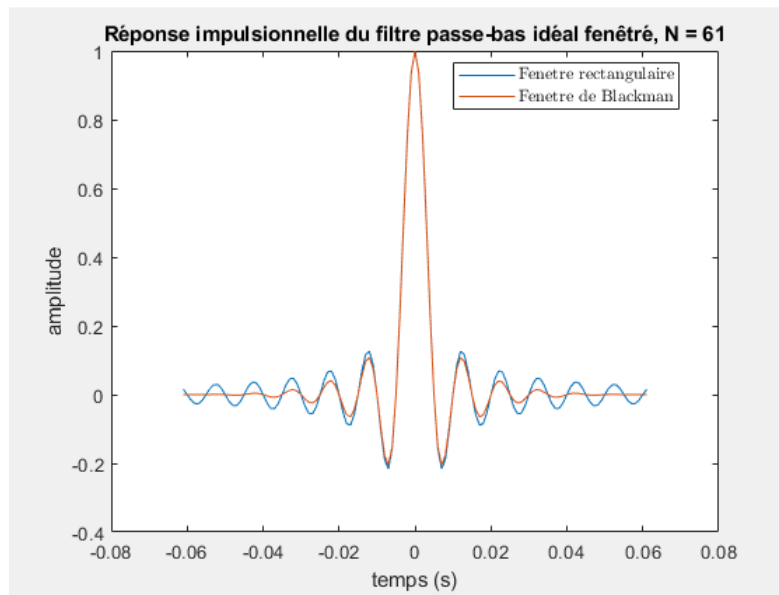


Figure 9: Réponse impulsionnelle du filtre passe-bas idéal fenêtré, $N = 61$

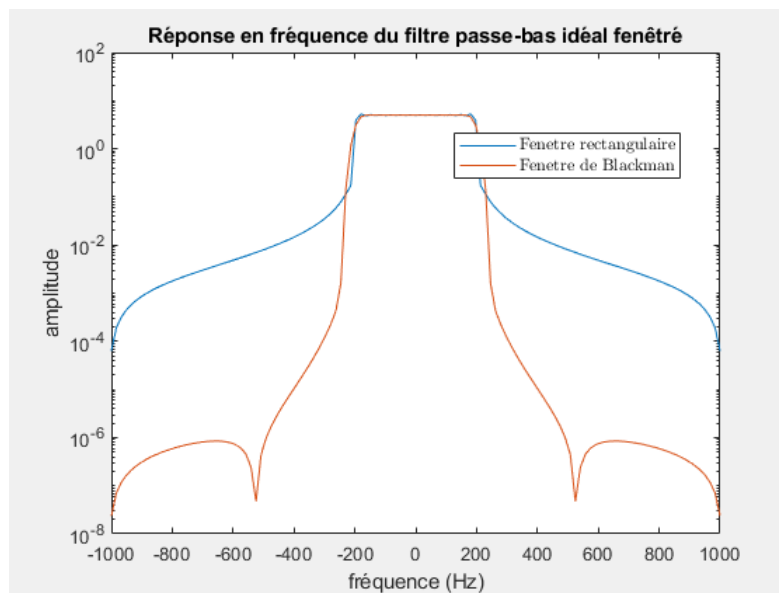


Figure 10: Réponse en fréquence du filtre passe-bas idéal fenêtré

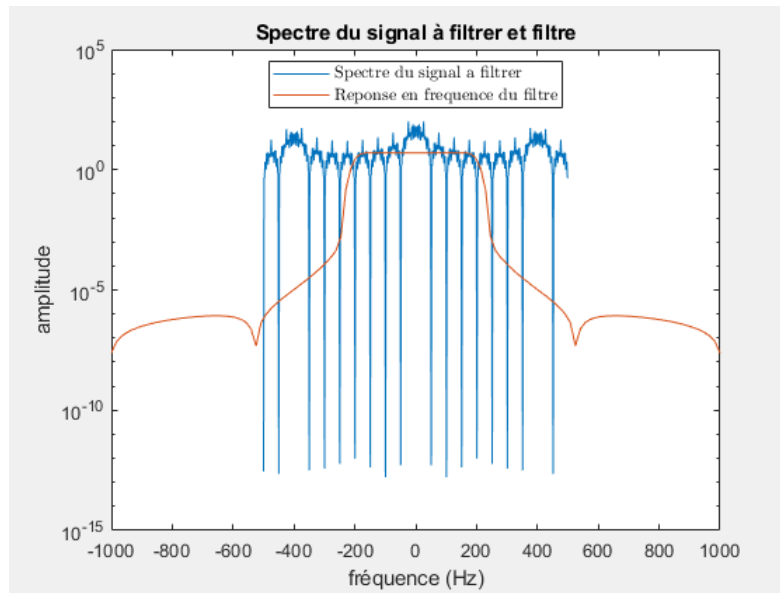


Figure 11: Spectre du signal à filtrer et réponse en fréquence du filtre

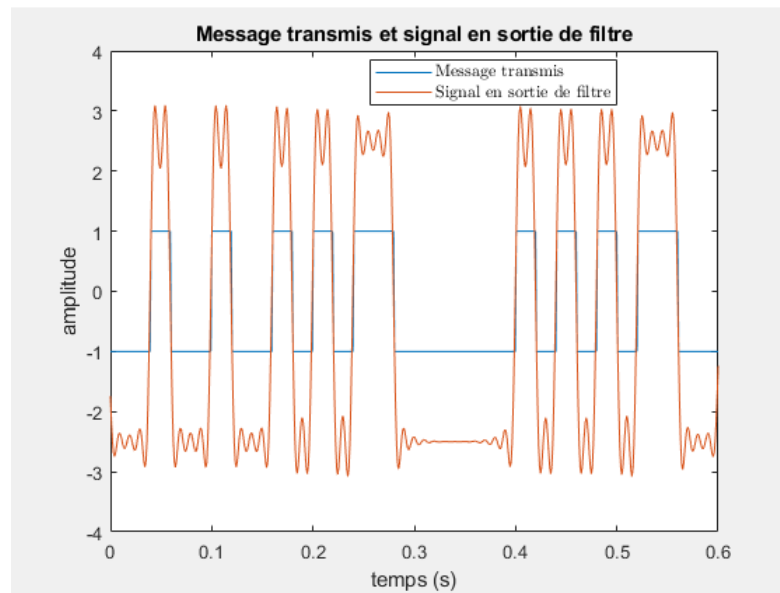


Figure 12: Message transmis et signal en sortie de filtre