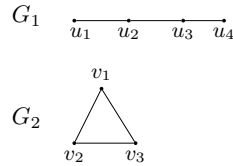
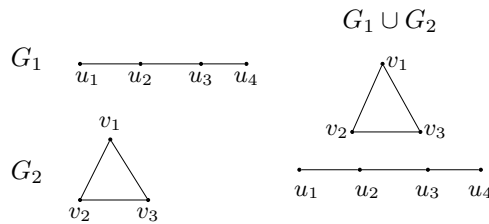


## Gráficas y Juegos: Notas 5

Entre las operaciones de gráficas se incluyen la unión, la suma, la resta y el complemento y las cuales definimos a continuación. Para ejemplificarlas nos valdremos de las siguientes gráficas:

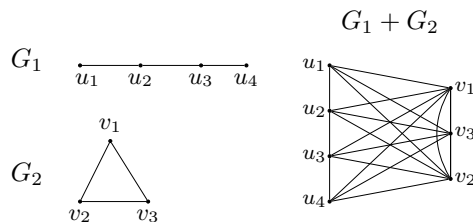


**Definición 1** Sean  $G_1 = (V_1, E_1)$  y  $G_2 = (V_2, E_2)$  gráficas. Definimos la **unión** de  $G_1$  y  $G_2$  como la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V_1 \cup V_2$  y cuyo conjunto de aristas es  $E_1 \cup E_2$ . La denotamos por  $G_1 \cup G_2$ .



Obs. Si  $G_1$  y  $G_2$  tienen ordenes  $n_1$  y  $n_2$ ; y tamaños  $m_1$  y  $m_2$ , entonces  $G_1 \cup G_2$  tiene orden  $n_1 + n_2$  y tamaño  $m_1 + m_2$ .

**Definición 2** Sean  $G_1 = (V_1, E_1)$  y  $G_2 = (V_2, E_2)$  gráficas. Definimos la **suma** de  $G_1$  y  $G_2$  como la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V_1 \cup V_2$  y cuyo conjunto de aristas es  $E_1 \cup E_2 \cup \{uv | u \in V_1, v \in V_2\}$ . La denotamos por  $G_1 + G_2$ .



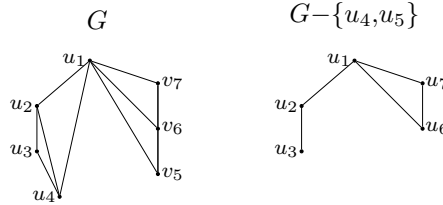
Obs. Si  $G_1$  y  $G_2$  tienen ordenes  $n_1$  y  $n_2$ ; y tamaños  $m_1$  y  $m_2$ , entonces  $G_1 + G_2$  tiene orden  $n_1 + n_2$  y tamaño  $m_1 + m_2 + n_1 n_2$ .

**Definición 3** Sean  $G = (V, E)$  una gráfica y  $U \subset V$ ,  $D \subset E$ . Definimos la **resta de vértices** de  $G$  menos  $U$  como la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V \setminus U$  y cuyo conjunto de aristas es  $E \setminus \{uv \in E | u \in U\}$ . La denotamos por  $G \setminus U$  o  $G - U$ .

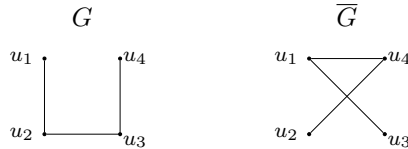
Ahora, la **resta de aristas** de  $G$  menos  $D$  es la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V$  pero cuyo conjunto de aristas es  $E \setminus D$ . La denotamos por  $G \setminus D$  o  $G - D$ .

Cuando  $U$  o  $D$  son unitarios, digamos  $U = \{v\}$  y  $D = \{e\}$ , entonces simplemente escribimos  $G - v$  y  $G - e$ .

Restando vértices:



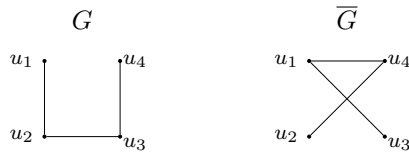
Restando aristas:



**Definición 4** Sea  $G = (V, E)$  una gráfica, definimos el **complemento** de  $G$  como la gráfica cuyo conjunto de vértices es  $V$  y conjunto de aristas es  $\{uv | u, v \in V, u \neq v\} \setminus E$ . La denotamos por  $\overline{G}$ .

Obs. Si  $G$  es una gráfica de orden  $n$  y tamaño  $m$ , entonces  $\overline{G}$  es una gráfica de orden  $n$  y tamaño  $\binom{n}{2} - m$ .

Notemos que en ejemplo mostrado se cumple que  $G$  y  $\overline{G}$  son esencialmente la misma gráfica, es decir, son isomorfas.



**Definición 5** Sean  $G_1 = (V_1, E_1)$  y  $G_2 = (V_1, E_2)$ . Un **isomorfismo** entre  $G_1$  y  $G_2$  es una función biyectiva  $\varphi : V_1 \rightarrow V_2$  tal que para todo  $u, v \in V_1$  se cumple que  $u \text{ ady}_{G_1} v$  si y sólo si  $u \text{ ady}_{G_2} v$ . En este caso decimos que  $G_1$  es isomorfa a  $G_2$  y lo denotamos por  $G_1 \cong G_2$ .

**Definición 6** Una gráfica  $G$  es **autocomplementaria** si  $G \cong \overline{G}$ .