Gráficas y Juegos: Notas 4

Utilizaremos el teorema anterior para determinar cuáles de las siguientes sucesiones de números enteros son las sucesiones de grados de una gráfica.

(a) $S_1 : 4, 4, 3, 2, 1$

De suponer que S_1 es la sucesión de grados de una gráfica tendríamos que $S_2 : 3, 2, 1, 0$ también lo es y por lo tanto $S_3 : 1, 0, -1$ también. Sin embargo, al haber números enteros en esta última sucesión, esto no es posible. Por lo tanto $S_1 : 4, 4, 3, 2, 1$ no es la sucesión de grados de una gráfica.

(b) $S_1 : 3, 3, 2, 2, 2, 2, 1, 1$

Procediendo de la misma forma que en inciso anterior, si S_1 es de una gráfica, entonces $S_2 : 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1$ también lo es. Después de ordenar la sucesión obtendríamos que $S_3 : 1, 1, 1, 1, 1, 1$, $S_4 : 1, 1, 1, 1, 0$, $S_5 : 1, 1, 0, 0$ y finalmente que $S_6 : 0, 0, 0$ es de una gráfica, lo cuál es cierto. Por lo tanto S_1 sí lo es.

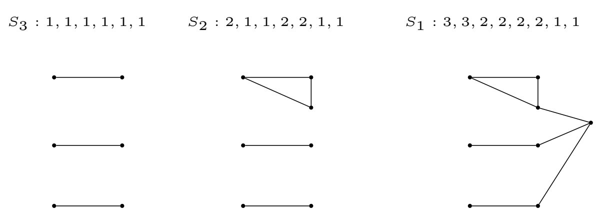
Nota. Notemos que desde que obtuvimos $S_3 : 1, 1, 1, 1, 1, 1$ pudimos haber determinado que sí es la sucesión de grados de una gráfica.

(c) $S_1 : 7, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2$

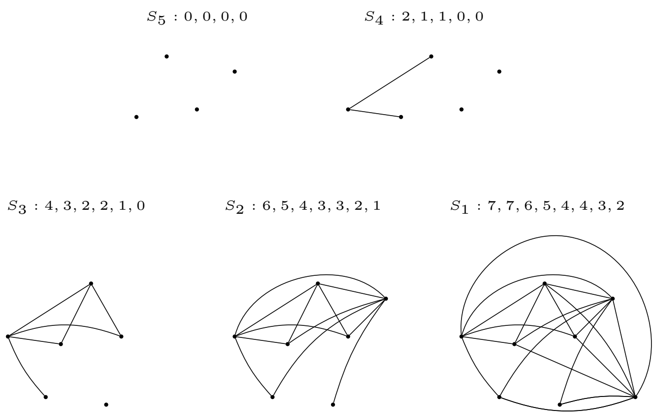
En este caso obtenemos la sucesiones $S_2 : 6, 5, 4, 3, 3, 2, 1$, $S_3 : 4, 3, 2, 2, 1, 0$, $S_4 : 2, 1, 1, 0$ y $S_5 : 0, 0, 0$. Por lo tanto sí lo es.

Además de determinar cuando una sucesión es o no de una gráfica, podemos utilizar el algoritmo anterior para dibujar una gráfica con la sucesión de grados deseada, agregando secuencialmente vértices de acuerdo a las sucesiones obtenidas por el algoritmo.

Para el inciso (b) obtenemos las siguientes gráficas:



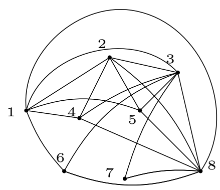
Y para el inciso (c) las siguientes:



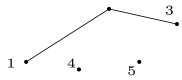
Utilizaremos la gráfica obtenida en el inciso anterior para ejemplificar los tipos de subgráficas que pueden haber.

Definición 1 *Sea G una gráfica. Una **subgráfica** H de G es una gráfica en si misma, pero tal que $V(H) \subseteq V(G)$ y $E(H) \subseteq E(G)$. Decimos que H es **generadora** cuando $V(H) = V(G)$. Finalmente, dado un subconjunto $V \subseteq V(G)$, decimos que H es la subgráfica de G inducida por V cuando $V(H) = V$ y donde para todo par $u, v \in V(H)$ se cumple que u ady_H v si y sólo si u ady_G v.*

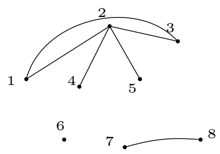
Por ejemplo, consideremos la gráfica:



Un ejemplo de una subgráfica podría ser:



Un ejemplo de una subgráfica generadora es:



Finalmente, un ejemplo de una subgráfica inducida: