

# DECODIFICANDO RUNAS CON MATRICES

Cuando comencé a leer El Hobbit de Tolkien, en la primera página se muestra el título de libro junto con un subtítulo en runas germánicas:

Þ M HƿBBIT  
ƿR  
ÞMRM ƿtW Bƿk h ƿXƿit

Luego nos cuentan como las runas se escribían mediante cortes o incisiones en madera, para después decirnos que en el Mapa de Thrór hay una mano que apunta a la puerta secreta y debajo hay una inscripción:

ƿINM ƿXt HIXH ÞM WƿR ƿtW ÞRX WƿM ƿƿth ƿBRMht :þ. þ.

Donde las últimas dos runas son las iniciales de Thrór y Thrain. Al sureste del mapa también se lee:

htƿtW Bk ÞM XRMk htƿtM ƿHM R ÞM ÞRn h htf h h ƿtW ÞM hMt tIX  
hnt ƿib ÞM ƿƿht ƿIXht ƿƿ WnRit h WƿM ƿit h hItM nƿt ÞM hMkHƿtM.

Notemos que aunque no estemos familiarizados con las runas, es posible determinar el significado de los dos enunciados anteriores, apoyados únicamente en la similitud de estas con nuestro alfabeto y al contexto que se envuelve con el lenguaje inglés usual.

Se podría decir que la traducción de un lenguaje a otro es un ejercicio de decodificación.

Lo anterior puede ser motivación para el estudio de la criptología, la cual es el arte de codificar mensajes para ocultar su significado y este pueda ser decodificado una vez recibido el mensaje. Existen muchas formas de hacer esto. Por ejemplo, si recorremos el abecedario ciclicamente 2 letras:

$A \rightarrow C$	$E \rightarrow G$	$I \rightarrow K$	$M \rightarrow O$	$Q \rightarrow S$	$U \rightarrow W$	$Y \rightarrow A$
$B \rightarrow D$	$F \rightarrow H$	$J \rightarrow L$	$N \rightarrow P$	$R \rightarrow T$	$V \rightarrow X$	$Z \rightarrow B$
$C \rightarrow E$	$G \rightarrow I$	$K \rightarrow M$	$O \rightarrow Q$	$S \rightarrow U$	$W \rightarrow Y$	
$D \rightarrow F$	$H \rightarrow J$	$L \rightarrow N$	$P \rightarrow R$	$T \rightarrow V$	$X \rightarrow Z$	

Por ejemplo, con esta codificación, la palabra LEY se codifica como NGA.

Ahora, quisieramos utilizar matrices numéricas para codificar un mensaje, para poder hacerlo, hay que asignar valores numéricos a nuestro alfabeto. La asignación más obvia sería asignar los valores del 1 al 26 para nuestros 26 caracteres posibles.

$A \rightarrow 1$	$E \rightarrow 5$	$I \rightarrow 9$	$M \rightarrow 13$	$Q \rightarrow 17$	$U \rightarrow 21$	$Y \rightarrow 25$
$B \rightarrow 2$	$F \rightarrow 6$	$J \rightarrow 10$	$N \rightarrow 14$	$R \rightarrow 18$	$V \rightarrow 22$	$Z \rightarrow 26$
$C \rightarrow 3$	$G \rightarrow 7$	$K \rightarrow 11$	$O \rightarrow 15$	$S \rightarrow 19$	$W \rightarrow 23$	
$D \rightarrow 4$	$H \rightarrow 8$	$L \rightarrow 12$	$P \rightarrow 16$	$T \rightarrow 20$	$X \rightarrow 24$	

Supongamos que queremos codificar el mensaje HELLO WORLD. Para esto vamos a dividir el mensaje en partes de dos caracteres, es decir:

HE LL OW OR LD

Ahora, vamos a asignar un vector columna de dos entradas a cada parte del mensaje, la entradas son los valores numéricos asignados a cada letra. Los vectores resultantes son:

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Finalmente, hay que elegir una llave para decodificar el mensaje, esta llave solo debe conocerla el receptor del mensaje. Como ya lo mencionamos, nuestra llave será una matriz de  $2 \times 2$ . Hay que elegirla invertible, esto es fundamental como veremos a la hora de decodificar el mensaje. Supongamos que es:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Para codificar el mensaje basta con multiplicar por la izquierda a cada vector por la matriz llave. Entonces, el mensaje codificado serán los vectores:

$$\begin{pmatrix} 31 \\ 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 60 \\ 24 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 99 \\ 38 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 84 \\ 33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 36 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Cuando el receptor reciba este mensaje, lo único que tendrá que hacer para decodificarlo será multiplicar por la izquierda a cada vector por la inversa de la matriz llave, de la cual es poseedor. Finalmente, al reasignar los valores alfabéticos a los valores numéricos el mensaje se revelará al receptor.

Es importante observar que para esta codificación no hubo ambigüedad en la asignación de los valores numéricos a los caracteres, pues fue una correspondencia biunívoca entre ellos. Además, al ser la matriz llave invertible, la recuperación de los vectores originales también pudo ocurrir sin errores. Es bien sabido que cuando es posible que haya interferencia en la transmisión de un mensaje, existen códigos (los cuales no son más que un subconjunto apropiado de palabras) para corregir errores en la transmisión. Por supuesto que esto reduce la variedad de mensajes que pueden ser transmitidos.

Como ejercicio final, utilizaremos una matriz llave de  $3 \times 3$  para codificar el mensaje con runas inscrito al comienzo del texto:

𐀀𐀁𐀂 𐀃𐀄𐀅 𐀆𐀇𐀈 𐀉𐀊𐀋 𐀌𐀍 𐀎𐀏𐀐 𐀑𐀒𐀓 𐀔𐀕𐀖 𐀗𐀘𐀙 𐀚𐀛𐀜 𐀝𐀞𐀟𐀠𐀡𐀢𐀣𐀤𐀥𐀦𐀧𐀨𐀩𐀪𐀫𐀬𐀭𐀮𐀯𐀰𐀱𐀲𐀳𐀴𐀵𐀶𐀷𐀸𐀹𐀺𐀻𐀼𐀽𐀾𐀿𐁀𐁁𐁂𐁃𐁄𐁅𐁆𐁇𐁈𐁉𐁊𐁋𐁌𐁍𐁎𐁏𐁐𐁑𐁒𐁓𐁔𐁕𐁖𐁗𐁘𐁙𐁚𐁛𐁜𐁝𐁞𐁟𐁠𐁡𐁢𐁣𐁤𐁥𐁦𐁧𐁨𐁩𐁪𐁫𐁬𐁭𐁮𐁯𐁰𐁱𐁲𐁳𐁴𐁵𐁶𐁷𐁸𐁹𐁺𐁻𐁼𐁽𐁾𐁿𐂀𐂁𐂂𐂃𐂄𐂅𐂆𐂇𐂈𐂉𐂊𐂋𐂌𐂍𐂎𐂏𐂐𐂑𐂒𐂓𐂔𐂕𐂖𐂗𐂘𐂙𐂚𐂛𐂜𐂝𐂞𐂟𐂠𐂡𐂢𐂣𐂤𐂥𐂦𐂧𐂨𐂩𐂪𐂫𐂬𐂭𐂮𐂯𐂰𐂱𐂲𐂳𐂴𐂵𐂶𐂷𐂸𐂹𐂺𐂻𐂼𐂽𐂾𐂿𐃀𐃁𐃂𐃃𐃄𐃅𐃆𐃇𐃈𐃉𐃊𐃋𐃌𐃍𐃎𐃏𐃐𐃑𐃒𐃓𐃔𐃕𐃖𐃗𐃘𐃙𐃚𐃛𐃜𐃝𐃞𐃟𐃠𐃡𐃢𐃣𐃤𐃥𐃦𐃧𐃨𐃩𐃪𐃫𐃬𐃭𐃮𐃯𐃰𐃱𐃲𐃳𐃴𐃵𐃶𐃷𐃸𐃹𐃺𐃻𐃼𐃽𐃾𐃿𐄀𐄁𐄂𐄃𐄄𐄅𐄆𐄇𐄈𐄉𐄊𐄋𐄌𐄍𐄎𐄏𐄐𐄑𐄒𐄓𐄔𐄕𐄖𐄗𐄘𐄙𐄚𐄛𐄜𐄝𐄞𐄟𐄠𐄡𐄢𐄣𐄤𐄥𐄦𐄧𐄨𐄩𐄪𐄫𐄬𐄭𐄮𐄯𐄰𐄱𐄲𐄳𐄴𐄵𐄶𐄷𐄸𐄹𐄺𐄻𐄼𐄽𐄾𐄿𐅀𐅁𐅂𐅃𐅄𐅅𐅆𐅇𐅈𐅉𐅊𐅋𐅌𐅍𐅎𐅏𐅐𐅑𐅒𐅓𐅔𐅕𐅖𐅗𐅘𐅙𐅚𐅛𐅜𐅝𐅞𐅟𐅠𐅡𐅢𐅣𐅤𐅥𐅦𐅧𐅨𐅩𐅪𐅫𐅬𐅭𐅮𐅯𐅰𐅱𐅲𐅳𐅴𐅵𐅶𐅷𐅸𐅹𐅺𐅻𐅼𐅽𐅾𐅿𐆀𐆁𐆂𐆃𐆄𐆅𐆆𐆇𐆈𐆉𐆊𐆋𐆌𐆍𐆎𐆏𐆐𐆑𐆒𐆓𐆔𐆕𐆖𐆗𐆘𐆙𐆚𐆛𐆜𐆝𐆞𐆟𐆠𐆡𐆢𐆣𐆤𐆥𐆦𐆧𐆨𐆩𐆪𐆫𐆬𐆭𐆮𐆯𐆰𐆱𐆲𐆳𐆴𐆵𐆶𐆷𐆸𐆹𐆺𐆻𐆼𐆽𐆾𐆿𐇀𐇁𐇂𐇃𐇄𐇅𐇆𐇇𐇈𐇉𐇊𐇋𐇌𐇍𐇎𐇏𐇐𐇑𐇒𐇓𐇔𐇕𐇖𐇗𐇘𐇙𐇚𐇛𐇜𐇝𐇞𐇟𐇠𐇡𐇢𐇣𐇤𐇥𐇦𐇧𐇨𐇩𐇪𐇫𐇬𐇭𐇮𐇯𐇰𐇱𐇲𐇳𐇴𐇵𐇶𐇷𐇸𐇹𐇺𐇻𐇼𐇽𐇾𐇿𐈀𐈁𐈂𐈃𐈄𐈅𐈆𐈇𐈈𐈉𐈊𐈋𐈌𐈍𐈎𐈏𐈐𐈑𐈒𐈓𐈔𐈕𐈖𐈗𐈘𐈙𐈚𐈛𐈜𐈝𐈞𐈟𐈠𐈡𐈢𐈣𐈤𐈥𐈦𐈧𐈨𐈩𐈪𐈫𐈬𐈭𐈮𐈯𐈰𐈱𐈲𐈳𐈴𐈵𐈶𐈷𐈸𐈹𐈺𐈻𐈼𐈽𐈾𐈿𐉀𐉁𐉂𐉃𐉄𐉅𐉆𐉇𐉈𐉉𐉊𐉋𐉌𐉍𐉎𐉏𐉐𐉑𐉒𐉓𐉔𐉕𐉖𐉗𐉘𐉙𐉚𐉛𐉜𐉝𐉞𐉟𐉠𐉡𐉢𐉣𐉤𐉥𐉦𐉧𐉨𐉩𐉪𐉫𐉬𐉭𐉮𐉯𐉰𐉱𐉲𐉳𐉴𐉵𐉶𐉷𐉸𐉹𐉺𐉻𐉼𐉽𐉾𐉿𐊀𐊁𐊂𐊃𐊄𐊅𐊆𐊇𐊈𐊉𐊊𐊋𐊌𐊍𐊎𐊏𐊐𐊑𐊒𐊓𐊔𐊕𐊖𐊗𐊘𐊙𐊚𐊛𐊜𐊝𐊞𐊟𐊠𐊡𐊢𐊣𐊤𐊥𐊦𐊧𐊨𐊩𐊪𐊫𐊬𐊭𐊮𐊯𐊰𐊱𐊲𐊳𐊴𐊵𐊶𐊷𐊸𐊹𐊺𐊻𐊼𐊽𐊾𐊿𐋀𐋁𐋂𐋃𐋄𐋅𐋆𐋇𐋈𐋉𐋊𐋋𐋌𐋍𐋎𐋏𐋐𐋑𐋒𐋓𐋔𐋕𐋖𐋗𐋘𐋙𐋚𐋛𐋜𐋝𐋞𐋟𐋠𐋡𐋢𐋣𐋤𐋥𐋦𐋧𐋨𐋩𐋪𐋫𐋬𐋭𐋮𐋯𐋰𐋱𐋲𐋳𐋴𐋵𐋶𐋷𐋸𐋹𐋺𐋻𐋼𐋽𐋾𐋿𐌀𐌁𐌂𐌃𐌄𐌅𐌆𐌇𐌈𐌉𐌊𐌋𐌌𐌍𐌎𐌏𐌐𐌑𐌒𐌓𐌔𐌕𐌖𐌗𐌘𐌙𐌚𐌛𐌜𐌝𐌞𐌟𐌠𐌡𐌢𐌣𐌤𐌥𐌦𐌧𐌨𐌩𐌪𐌫𐌬𐌭𐌮𐌯𐌰𐌱𐌲𐌳𐌴𐌵𐌶𐌷𐌸𐌹𐌺𐌻𐌼𐌽𐌾𐌿𐍀𐍁𐍂𐍃𐍄𐍅𐍆𐍇𐍈𐍉𐍊𐍋𐍌𐍍𐍎𐍏𐍐𐍑𐍒𐍓𐍔𐍕𐍖𐍗𐍘𐍙𐍚𐍛𐍜𐍝𐍞𐍟𐍠𐍡𐍢𐍣𐍤𐍥𐍦𐍧𐍨𐍩𐍪𐍫𐍬𐍭𐍮𐍯𐍰𐍱𐍲𐍳𐍴𐍵𐍶𐍷𐍸𐍹𐍺𐍻𐍼𐍽𐍾𐍿𐎀𐎁𐎂𐎃𐎄𐎅𐎆𐎇𐎈𐎉𐎊𐎋𐎌𐎍𐎎𐎏𐎐𐎑𐎒𐎓𐎔𐎕𐎖𐎗𐎘𐎙𐎚𐎛𐎜𐎝𐎞𐎟𐎠𐎡𐎢𐎣𐎤𐎥𐎦𐎧𐎨𐎩𐎪𐎫𐎬𐎭𐎮𐎯𐎰𐎱𐎲𐎳𐎴𐎵𐎶𐎷𐎸𐎹𐎺𐎻𐎼𐎽𐎾𐎿𐏀𐏁𐏂𐏃𐏄𐏅𐏆𐏇𐏈𐏉𐏊𐏋𐏌𐏍𐏎𐏏𐏐𐏑𐏒𐏓𐏔𐏕𐏖𐏗𐏘𐏙𐏚𐏛𐏜𐏝𐏞𐏟𐏠𐏡𐏢𐏣𐏤𐏥𐏦𐏧𐏨𐏩𐏪𐏫𐏬𐏭𐏮𐏯𐏰𐏱𐏲𐏳𐏴𐏵𐏶𐏷𐏸𐏹𐏺𐏻𐏼𐏽𐏾𐏿𐐀𐐁𐐂𐐃𐐄𐐅𐐆𐐇𐐈𐐉𐐊𐐋𐐌𐐍𐐎𐐏𐐐𐐑𐐒𐐓𐐔𐐕𐐖𐐗𐐘𐐙𐐚𐐛𐐜𐐝𐐞𐐟𐐠𐐡𐐢𐐣𐐤𐐥𐐦𐐧𐐨𐐩𐐪𐐫𐐬𐐭𐐮𐐯𐐰𐐱𐐲𐐳𐐴𐐵𐐶𐐷𐐸𐐹𐐺𐐻𐐼𐐽𐐾𐐿𐑀𐑁𐑂𐑃𐑄𐑅𐑆𐑇𐑈𐑉𐑊𐑋𐑌𐑍𐑎𐑏𐑐𐑑𐑒𐑓𐑔𐑕𐑖𐑗𐑘𐑙𐑚𐑛𐑜𐑝𐑞𐑟𐑠𐑡𐑢𐑣𐑤𐑥𐑦𐑧𐑨𐑩𐑪𐑫𐑬𐑭𐑮𐑯𐑰𐑱𐑲𐑳𐑴𐑵𐑶𐑷𐑸𐑹𐑺𐑻𐑼𐑽𐑾𐑿𐒀𐒁𐒂𐒃𐒄𐒅𐒆𐒇𐒈𐒉𐒊𐒋𐒌𐒍𐒎𐒏𐒐𐒑𐒒𐒓𐒔𐒕𐒖𐒗𐒘𐒙𐒚𐒛𐒜𐒝𐒞𐒟𐒠𐒡𐒢𐒣𐒤𐒥𐒦𐒧𐒨𐒩𐒪𐒫𐒬𐒭𐒮𐒯𐒰𐒱𐒲𐒳𐒴𐒵𐒶𐒷𐒸𐒹𐒺𐒻𐒼𐒽𐒾𐒿𐓀𐓁𐓂𐓃𐓄𐓅𐓆𐓇𐓈𐓉𐓊𐓋𐓌𐓍𐓎𐓏𐓐𐓑𐓒𐓓𐓔𐓕𐓖𐓗𐓘𐓙𐓚𐓛𐓜𐓝𐓞𐓟𐓠𐓡𐓢𐓣𐓤𐓥𐓦𐓧𐓨𐓩𐓪𐓫𐓬𐓭𐓮𐓯𐓰𐓱𐓲𐓳𐓴𐓵𐓶𐓷𐓸𐓹𐓺𐓻𐓼𐓽𐓾𐓿𐔀𐔁𐔂𐔃𐔄𐔅𐔆𐔇𐔈𐔉𐔊𐔋𐔌𐔍𐔎𐔏𐔐𐔑𐔒𐔓𐔔𐔕𐔖𐔗𐔘𐔙𐔚𐔛𐔜𐔝𐔞𐔟𐔠𐔡𐔢𐔣𐔤𐔥𐔦𐔧𐔨𐔩𐔪𐔫𐔬𐔭𐔮𐔯𐔰𐔱𐔲𐔳𐔴𐔵𐔶𐔷𐔸𐔹𐔺𐔻𐔼𐔽𐔾𐔿𐕀𐕁𐕂𐕃𐕄𐕅𐕆𐕇𐕈𐕉𐕊𐕋𐕌𐕍𐕎𐕏𐕐𐕑𐕒𐕓𐕔𐕕𐕖𐕗𐕘𐕙𐕚𐕛𐕜𐕝𐕞𐕟𐕠𐕡𐕢𐕣𐕤𐕥𐕦𐕧𐕨𐕩𐕪𐕫𐕬𐕭𐕮𐕯𐕰𐕱𐕲𐕳𐕴𐕵𐕶𐕷𐕸𐕹𐕺𐕻𐕼𐕽𐕾𐕿𐖀𐖁𐖂𐖃𐖄𐖅𐖆𐖇𐖈𐖉𐖊𐖋𐖌𐖍𐖎𐖏𐖐𐖑𐖒𐖓𐖔𐖕𐖖𐖗𐖘𐖙𐖚𐖛𐖜𐖝𐖞𐖟𐖠𐖡𐖢𐖣𐖤𐖥𐖦𐖧𐖨𐖩𐖪𐖫𐖬𐖭𐖮𐖯𐖰𐖱𐖲𐖳𐖴𐖵𐖶𐖷𐖸𐖹𐖺𐖻𐖼𐖽𐖾𐖿𐗀𐗁𐗂𐗃𐗄𐗅𐗆𐗇𐗈𐗉𐗊𐗋𐗌𐗍𐗎𐗏𐗐𐗑𐗒𐗓𐗔𐗕𐗖𐗗𐗘𐗙𐗚𐗛𐗜𐗝𐗞𐗟𐗠𐗡𐗢𐗣𐗤𐗥𐗦𐗧𐗨𐗩𐗪𐗫𐗬𐗭𐗮𐗯𐗰𐗱𐗲𐗳𐗴𐗵𐗶𐗷𐗸𐗹𐗺𐗻𐗼𐗽𐗾𐗿𐘀𐘁𐘂𐘃𐘄𐘅𐘆𐘇𐘈𐘉𐘊𐘋𐘌𐘍𐘎𐘏𐘐𐘑𐘒𐘓𐘔𐘕𐘖𐘗𐘘𐘙𐘚𐘛𐘜𐘝𐘞𐘟𐘠𐘡𐘢𐘣𐘤𐘥𐘦𐘧𐘨𐘩𐘪𐘫𐘬𐘭𐘮𐘯𐘰𐘱𐘲𐘳𐘴𐘵𐘶𐘷𐘸𐘹𐘺𐘻𐘼𐘽𐘾𐘿𐙀𐙁𐙂𐙃𐙄𐙅𐙆𐙇𐙈𐙉𐙊𐙋𐙌𐙍𐙎𐙏𐙐𐙑𐙒𐙓𐙔𐙕𐙖𐙗𐙘𐙙𐙚𐙛𐙜𐙝𐙞𐙟𐙠𐙡𐙢𐙣𐙤𐙥𐙦𐙧𐙨𐙩𐙪𐙫𐙬𐙭𐙮𐙯𐙰𐙱𐙲𐙳𐙴𐙵𐙶𐙷𐙸𐙹𐙺𐙻𐙼𐙽𐙾𐙿𐚀𐚁𐚂𐚃𐚄𐚅𐚆𐚇𐚈𐚉𐚊𐚋𐚌𐚍𐚎𐚏𐚐𐚑𐚒𐚓𐚔𐚕𐚖𐚗𐚘𐚙𐚚𐚛𐚜𐚝𐚞𐚟𐚠𐚡𐚢𐚣𐚤𐚥𐚦𐚧𐚨𐚩𐚪𐚫𐚬𐚭𐚮𐚯𐚰𐚱𐚲𐚳𐚴𐚵𐚶𐚷𐚸𐚹𐚺𐚻𐚼𐚽𐚾𐚿𐛀𐛁𐛂𐛃𐛄𐛅𐛆𐛇𐛈𐛉𐛊𐛋𐛌𐛍𐛎𐛏𐛐𐛑𐛒𐛓𐛔𐛕𐛖𐛗𐛘𐛙𐛚𐛛𐛜𐛝𐛞𐛟𐛠𐛡𐛢𐛣𐛤𐛥𐛦𐛧𐛨𐛩𐛪𐛫𐛬𐛭𐛮𐛯𐛰𐛱𐛲𐛳𐛴𐛵𐛶𐛷𐛸𐛹𐛺𐛻𐛼𐛽𐛾𐛿𐜀𐜁𐜂𐜃𐜄𐜅𐜆𐜇𐜈𐜉𐜊𐜋𐜌𐜍𐜎𐜏𐜐𐜑𐜒𐜓𐜔𐜕𐜖𐜗𐜘𐜙𐜚𐜛𐜜𐜝𐜞𐜟𐜠𐜡𐜢𐜣𐜤𐜥𐜦𐜧𐜨𐜩𐜪𐜫𐜬𐜭𐜮𐜯𐜰𐜱𐜲𐜳𐜴𐜵𐜶𐜷𐜸𐜹𐜺𐜻𐜼𐜽𐜾𐜿𐝀𐝁𐝂𐝃𐝄𐝅𐝆𐝇𐝈𐝉𐝊𐝋𐝌𐝍𐝎𐝏𐝐𐝑𐝒𐝓𐝔𐝕𐝖𐝗𐝘𐝙𐝚𐝛𐝜𐝝𐝞𐝟𐝠𐝡𐝢𐝣𐝤𐝥𐝦𐝧𐝨𐝩𐝪𐝫𐝬𐝭𐝮𐝯𐝰𐝱𐝲𐝳𐝴𐝵𐝶𐝷𐝸𐝹𐝺𐝻𐝼𐝽𐝾𐝿𐞀𐞁𐞂𐞃𐞄𐞅𐞆𐞇𐞈𐞉𐞊𐞋𐞌𐞍𐞎𐞏𐞐𐞑𐞒𐞓𐞔𐞕𐞖𐞗𐞘𐞙𐞚𐞛𐞜𐞝𐞞𐞟𐞠𐞡𐞢𐞣𐞤𐞥𐞦𐞧𐞨𐞩𐞪𐞫𐞬𐞭𐞮𐞯𐞰𐞱𐞲𐞳𐞴𐞵𐞶𐞷𐞸𐞹𐞺𐞻𐞼𐞽𐞾𐞿𐟀𐟁𐟂𐟃𐟄𐟅𐟆𐟇𐟈𐟉𐟊𐟋𐟌𐟍𐟎𐟏𐟐𐟑𐟒𐟓𐟔𐟕𐟖𐟗𐟘𐟙𐟚𐟛𐟜𐟝𐟞𐟟𐟠𐟡𐟢𐟣𐟤𐟥𐟦𐟧𐟨𐟩𐟪𐟫𐟬𐟭𐟮𐟯𐟰𐟱𐟲𐟳𐟴𐟵𐟶𐟷𐟸𐟹𐟺𐟻𐟼𐟽𐟾𐟿𐠀𐠁𐠂𐠃𐠄𐠅𐠆𐠇𐠈𐠉𐠊𐠋𐠌𐠍𐠎𐠏𐠐𐠑𐠒𐠓𐠔𐠕𐠖𐠗𐠘𐠙𐠚𐠛𐠜𐠝𐠞𐠟𐠠𐠡𐠢𐠣𐠤𐠥𐠦𐠧𐠨𐠩𐠪𐠫𐠬𐠭𐠮𐠯𐠰𐠱𐠲𐠳𐠴𐠵𐠶𐠷𐠸𐠹𐠺𐠻𐠼𐠽𐠾𐠿𐡀𐡁𐡂𐡃𐡄𐡅𐡆𐡇𐡈𐡉𐡊𐡋𐡌𐡍𐡎𐡏𐡐𐡑𐡒𐡓𐡔𐡕𐡖𐡗𐡘𐡙𐡚𐡛𐡜𐡝𐡞𐡟𐡠𐡡𐡢𐡣𐡤𐡥𐡦𐡧𐡨𐡩𐡪𐡫𐡬𐡭𐡮𐡯𐡰𐡱𐡲𐡳𐡴𐡵𐡶𐡷𐡸𐡹𐡺𐡻𐡼𐡽𐡾𐡿𐢀𐢁𐢂𐢃𐢄𐢅𐢆𐢇𐢈𐢉𐢊𐢋𐢌𐢍𐢎𐢏𐢐𐢑𐢒𐢓𐢔𐢕𐢖𐢗𐢘𐢙𐢚𐢛𐢜𐢝𐢞𐢟𐢠𐢡𐢢𐢣𐢤𐢥𐢦𐢧𐢨𐢩𐢪𐢫𐢬𐢭𐢮𐢯𐢰𐢱𐢲𐢳𐢴𐢵𐢶𐢷𐢸𐢹𐢺𐢻𐢼𐢽𐢾𐢿𐣀𐣁𐣂𐣃𐣄𐣅𐣆𐣇𐣈𐣉𐣊𐣋𐣌𐣍𐣎𐣏𐣐𐣑𐣒𐣓𐣔𐣕𐣖𐣗𐣘𐣙𐣚𐣛𐣜𐣝𐣞𐣟𐣠𐣡𐣢𐣣𐣤𐣥𐣦𐣧𐣨𐣩𐣪𐣫𐣬𐣭𐣮𐣯𐣰𐣱𐣲𐣳𐣴𐣵𐣶𐣷𐣸𐣹𐣺𐣻𐣼𐣽𐣾𐣿𐤀𐤁𐤂𐤃𐤄𐤅𐤆𐤇𐤈𐤉𐤊𐤋𐤌𐤍𐤎𐤏𐤐𐤑𐤒𐤓𐤔𐤕𐤖𐤗𐤘𐤙𐤚𐤛𐤜𐤝𐤞𐤟𐤠𐤡𐤢𐤣𐤤𐤥𐤦𐤧𐤨𐤩𐤪𐤫𐤬𐤭𐤮𐤯𐤰𐤱𐤲𐤳𐤴𐤵𐤶𐤷𐤸𐤹𐤺𐤻𐤼𐤽𐤾𐤿𐥀𐥁𐥂𐥃𐥄𐥅𐥆𐥇𐥈𐥉𐥊𐥋𐥌𐥍𐥎𐥏𐥐𐥑𐥒𐥓𐥔𐥕𐥖𐥗𐥘𐥙𐥚𐥛𐥜𐥝𐥞𐥟𐥠𐥡𐥢𐥣𐥤𐥥𐥦𐥧𐥨𐥩𐥪𐥫𐥬𐥭𐥮𐥯𐥰𐥱𐥲𐥳𐥴𐥵𐥶𐥷𐥸𐥹𐥺𐥻𐥼𐥽𐥾𐥿𐦀𐦁𐦂𐦃𐦄𐦅𐦆𐦇𐦈𐦉𐦊𐦋𐦌𐦍𐦎𐦏𐦐𐦑𐦒𐦓𐦔𐦕𐦖𐦗𐦘𐦙𐦚𐦛𐦜𐦝𐦞𐦟𐦠𐦡𐦢𐦣𐦤𐦥𐦦𐦧𐦨𐦩𐦪𐦫𐦬𐦭𐦮𐦯𐦰𐦱𐦲𐦳𐦴𐦵𐦶𐦷𐦸𐦹𐦺𐦻𐦼𐦽𐦾𐦿𐧀𐧁𐧂𐧃𐧄𐧅𐧆𐧇𐧈𐧉𐧊𐧋𐧌𐧍𐧎𐧏𐧐𐧑𐧒𐧓𐧔𐧕𐧖𐧗𐧘𐧙𐧚𐧛𐧜𐧝𐧞𐧟𐧠𐧡𐧢𐧣𐧤𐧥𐧦𐧧𐧨𐧩𐧪𐧫𐧬𐧭𐧮𐧯𐧰𐧱𐧲𐧳𐧴𐧵𐧶𐧷𐧸𐧹𐧺𐧻𐧼𐧽𐧾𐧿𐨀𐨁𐨂𐨃𐨄𐨅𐨆𐨇𐨈𐨉𐨊𐨋𐨌𐨍𐨎𐨏𐨐𐨑𐨒𐨓𐨔𐨕𐨖𐨗𐨘𐨙𐨚𐨛𐨜𐨝𐨞𐨟𐨠𐨡𐨢𐨣𐨤𐨥𐨦𐨧𐨨𐨩𐨪𐨫𐨬𐨭𐨮𐨯𐨰𐨱𐨲𐨳𐨴𐨵𐨶𐨷𐨹𐨺𐨸𐨻𐨼𐨽𐨾𐨿𐩀𐩁𐩂𐩃𐩄𐩅𐩆𐩇𐩈𐩉𐩊𐩋𐩌𐩍𐩎𐩏𐩐𐩑𐩒𐩓𐩔𐩕𐩖𐩗𐩘𐩙𐩚𐩛𐩜𐩝𐩞𐩟𐩠𐩡𐩢𐩣𐩤𐩥𐩦𐩧𐩨𐩩𐩪𐩫𐩬𐩭𐩮𐩯𐩰𐩱𐩲𐩳𐩴𐩵𐩶𐩷𐩸𐩹𐩺𐩻𐩼𐩽𐩾𐩿𐪀𐪁𐪂𐪃𐪄𐪅𐪆𐪇𐪈𐪉𐪊𐪋𐪌𐪍𐪎𐪏𐪐𐪑𐪒𐪓𐪔𐪕𐪖𐪗𐪘𐪙𐪚𐪛𐪜𐪝𐪞𐪟𐪠𐪡𐪢𐪣𐪤𐪥𐪦𐪧𐪨𐪩𐪪𐪫𐪬𐪭𐪮𐪯𐪰𐪱𐪲𐪳𐪴𐪵𐪶𐪷𐪸𐪹𐪺𐪻𐪼𐪽𐪾𐪿𐫀𐫁𐫂𐫃𐫄𐫅𐫆𐫇𐫈𐫉𐫊𐫋𐫌𐫍𐫎𐫏𐫐𐫑𐫒𐫓𐫔𐫕𐫖𐫗𐫘𐫙𐫚𐫛𐫜𐫝𐫞𐫟𐫠𐫡𐫢𐫣𐫤𐫦𐫥𐫧𐫨𐫩𐫪𐫫𐫬𐫭𐫮𐫯𐫰𐫱𐫲𐫳𐫴𐫵𐫶𐫷𐫸𐫹𐫺𐫻𐫼𐫽𐫾𐫿𐬀𐬁𐬂𐬃𐬄𐬅𐬆𐬇𐬈𐬉𐬊𐬋𐬌𐬍𐬎𐬏𐬐𐬑𐬒𐬓𐬔𐬕𐬖𐬗𐬘𐬙𐬚𐬛𐬜𐬝𐬞𐬟𐬠𐬡𐬢𐬣𐬤𐬥𐬦𐬧𐬨𐬩𐬪𐬫𐬬𐬭𐬮𐬯𐬰𐬱𐬲𐬳𐬴𐬵𐬶𐬷𐬸𐬹𐬺𐬻𐬼𐬽𐬾𐬿𐭀𐭁𐭂𐭃𐭄𐭅𐭆𐭇𐭈𐭉𐭊𐭋𐭌𐭍𐭎𐭏𐭐𐭑𐭒𐭓𐭔𐭕𐭖𐭗𐭘𐭙𐭚𐭛𐭜𐭝𐭞𐭟𐭠𐭡𐭢𐭣𐭤𐭥𐭦𐭧𐭨𐭩𐭪𐭫𐭬𐭭𐭮𐭯𐭰𐭱𐭲𐭳𐭴𐭵𐭶𐭷𐭸𐭹𐭺𐭻𐭼𐭽𐭾𐭿𐮀𐮁𐮂𐮃𐮄