

R2 Eksamens

Skrevet av André Hansen

November 16, 2025

1 Oppgave 1)

HELLO WORLD

1.1 a)

Jeg kan løse denne oppgaven ved å se på x aksejn til posisjonen etter 5 sekunder

$$høyde = z(r(5))$$

1	$r(t) := \text{Curve}(4 * \cos(t * \pi / 5), 4 * \sin(\pi * t / 5), 5 + 1 * t / 3, t, 0, 20)$ $\approx r := (4 \cos\left(t \frac{\pi}{5}\right), 4 \sin\left(\pi \frac{t}{5}\right), 5 + 1 \cdot \frac{t}{3})$
2	$z(r(5))$ ≈ 6.67

Figure 1: Utregning i CAS

Høyden over bakken er ca 6.67m etter 5s

1.2 b)

For å finne fartsvektoren etter 10 sekunder ser jeg den deriverte av $r(t)$ etter 10 sekunder.

For å finne farten tar jeg absolutverdien til fartsvektoren

$$\text{fartsvektor} = r'(10)$$

$$\text{fart} = |r'(10)|$$

1	$r(t) := \text{Curve}(4*\cos(t * \pi / 5), 4*\sin(\pi*t/5), 5 + 1*t/3, t, 0, 20)$
2	$\approx \mathbf{r} := (4 \cos\left(t \frac{\pi}{5}\right), 4 \sin\left(\pi \frac{t}{5}\right), 5 + 1 \cdot \frac{t}{3})$
3	$r'(10)$ $\rightarrow \left(0, \frac{4}{5}\pi, \frac{1}{3}\right)$
4	$ r'(10) $ ≈ 2.54

Figure 2: Utregning i CAS

Fartsvektoren er $[0, \frac{4\pi}{5}, \frac{1}{3}]$
Faten er ca $2.54m/s$

1.3 c)

For å finne mulig avstand mellom hver etasje finner jeg et punkt på r hvor x og y er likningen
Derreteret sammenligner jeg avstanden på z aksjen for å finne avstanden

$$4 \cos \frac{\pi}{5} t = x(\vec{r}(t)) \quad 4 \sin \frac{\pi}{5} t + 2 = y(\vec{r}(t))$$

Ved å løse de likningene kan jeg se når to punkt et oppå hverandre.
Derreter kan jeg ta to punkter og regen avstanden mellom de for å få høyden.

6	$4 * \cos(t^*(\pi)/5) = 4$
○	Solve: $\{t = 10 \text{ k}_1\}$
7	$4 * \sin(\pi * t / 5) + 2 = 2$
○	Solve: $\{t = 5 \text{ k}_1\}$
8	$A := r(10)$
●	$\rightarrow A := \left(4, 2, \frac{25}{3}\right)$
9	$B := r(0)$
●	$\rightarrow B := (4, 2, 5)$
10	$\text{abs}(\text{Vector}(A, B))$
○	≈ 3.33

Figure 3: Utregning i CAS

her fant jeg to punkter som lå oppå hverandre og regnet absoulverdien til vektoren de punktene lagde.

En mulig høyde mellom hver etasje er $\frac{3}{4}m$

2 Oppgave 2)

2.1 a)

Jeg kan finne ut av hvor mye hun må sette inn årlig ved å løse likningen

$$x \cdot 1.025 \cdot \sum_{i=0}^{29} 1.025^i = 3750000$$

Hvor x er antal kr hun må sette in årlig

2	$x * 1.025 * \text{Sum}(1.025^i, i, 0, 29) = 3750000$
○	NSolve: $\{x = 83332.83\}$

Figure 4: Utregning i CAS

Hun må sette inn ca $83332.93kr$ årlig for å oppnå $3750000kr$ i 2055

2.2 b)

3 Oppgave 3)

3.1 a)

Jeg kan finne ut an når akselerasjonen til haren er null ved å sjekke når den deriverte til farten blir null

$$v'(t) = 0$$

Dette forteller meg hvor lang tid haren bruker på å oppnå toppfarten.

1	$v(t) := 8.3 - 17.4e^{-5t} + 9.1e^{-(0.08t)}$
•	✓ $v(t) := 8.3 - 17.4 e^{-5t} + 9.1 e^{-(0.08t)}$
2	$v(t)=0, t=1$
○	NSolve: $\{t = 0.97\}$

Figure 5: Utregning i CAS

Det tar ca 0.94s før akselerasjonen til haren er null

3.2 b)

Jeg kan funne ut av hvor langt haren løper de første 7 sekundene med å integrere farten fra 0 til 7.

$$Distanse = \int_0^7 v(t) dt$$

1	$v(t) := 8.3 - 17.4e^{-5t} + 9.1e^{-(0.08t)}$
•	✓ $v(t) := 8.3 - 17.4 e^{-5t} + 9.1 e^{-(0.08t)}$
2	$v(t)=0, t=1$
○	NSolve: $\{t = 0.97\}$
3	$\text{Integral}(v, 0, 7)$
○	≈ 103.39

Figure 6: Utregning i CAS

Haren løper 103.39m de første 7 sekundene

3.3 c)

Jeg kan finne gjennomsnitsfarten ved å sette tiden haren bruker på 200 meter funksjonen for gjennomsnitsfarten

$$\int_0^x v(t) dt = 200$$

Bruker resultatet fra likningen og setter det i $v_g(x)$

4	$v_g(x) := 1/x * \text{Integral}(v, 0, x)$
○	$\approx v_g(x) := \frac{3.48 e^{-5x} - 113.75 e^{-0.08x} + 8.3 x + 110.27}{x}$
5	$\text{Integral}(8.3 - 17.4 * e^{(-5t)} + 9.1 * e^{-(0.08t)}, 0, t) = 200, t=1$
○	$\text{NSolve: } \{t = 14.9539\}$
6	$v_g(14.9539)$
○	≈ 13.3744

Figure 7: Utregning i CAS

Gjennomsnitsfarten etter haren har løpt 200m er ca 13.37m/s

3.4 Opgave 4

For å løse denne oppgaven lagde jeg den uendelige rekken i Geogebra for å bevise:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{i 2^i} \right) = \ln(2)$$

2	$\text{Sum}(1/(i*2^i), i, 1, \infty)$
○	$\checkmark \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i \cdot 2^i}$
3	$\text{Sum}(1 / (i * 2^i), i, 1, \infty)$
○	$\rightarrow \ln(2)$

Figure 8: Utregning i CAS

Jeg vet at dette ikke svarer 100 på oppgaven men det var det beste jeg kunne gjøre

References