

# R2 Eksamen Høst 2025

November 17, 2025

## 1 Oppgave 1

### 1.1 a)

Jeg løser denne oppgaven ved å derivere funksjonen for posisjon:

$$|\vec{r}'(2)'| = \text{fart etter 2 sekunder}$$

1	Text(oppgave a) $\approx$ <b>oppgave a</b>
2	$r(t) := \text{Curve}(6t, 7t, -250 - 5t + 0.1t^2, t, 0, 60)$ <input checked="" type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{r} := (6\mathbf{t}, 7\mathbf{t}, -250 - 5\mathbf{t} + 0.1\mathbf{t}^2)$
3	$v(t) := \text{Derivative}(r(t))$ <input type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{v(t)} := \left(6, 7, \frac{1}{5}\mathbf{t} - 5\right)$
4	$v(2)$ <input type="radio"/> $\rightarrow \left(6, 7, \frac{-23}{5}\right)$
5	$\text{abs}(\$4)$ <input type="radio"/> $\rightarrow \frac{1}{5} \sqrt{2654}$
6	$\$5$ <input type="radio"/> $\approx$ <b>10.3</b>

Figure 1: Utregning i CAS

Farten til ubåten etter 2 sekunder er ca  $10.3m/s$

## 1.2 b)

Jeg løser denne oppgaven ved å finne et globalt minimum for  $t \in [0, 60]$

Dette gjør jeg ved å finne nullpunktene til z-aksen til den deriverte.

$$Z(\vec{r}(2)') = 0$$

Dette gir meg tiden ubåten er på dypeste.

Derreter setter jeg tiden på det dypeste i posisjonsformelen og ser på z-aksen

7	Text(oppgave b) → <b>oppgave b</b>
8	$v(t)$ → $\left(6, 7, \frac{1}{5}t - 5\right)$
9	$z(v(t))=0$ ○ Solve: <b>{t = 25}</b>
10	$z(r(25))$ ○ → $\frac{-625}{2}$
11	\$10 ○ ≈ <b>-312.5</b>

Figure 2: Utregning i CAS

Ubåten befinner seg 312.5m under havet på det dypeste.

## 1.3 c)

Kan kan finne ut om fiskestimen kolliderer med ubåten ved å se på avstanden mellom ubåten og fiskestimen på det nærmeste.

Jeg velger å lage en model for avstanden mellom ubåten og fiskestimen, jeg kaller denne for  $d$  for distance

$$\vec{d}(t) = |\vec{r}(t) - \vec{s}(t)|$$

Dersom jeg deriverer denne funksjonen kan jeg se hvordan avstand endrer seg over tid.

Dette betyr at dersom jeg løser likningen:

$$\vec{d}(t)' = 0$$

Kan jeg finne tidspunktet for den nærmeste avstanden.

Derreter setter jeg resultatet fra likningen i funksjonen for avstand.

Til slutt sammenligner jeg avstanden med størrelsene til ubåten og fiskestimen.

12	Text(Oppgave c) ≈ <b>Oppgave c</b>
13	s(t):=Curve(40+2t, 60+2t, -250, t, 0, 60) ≈ <b>s := (40 + 2 t, 60 + 2 t, -250)</b>
14	d(t):=abs(r(t)-s(t)) ≈ <b>d(t) := 0.1 <math>\sqrt{t^4 - 100 t^3 + 6600 t^2 - 92000 t + 520000}</math></b>
15	d'(t)=0 Solve: <b>{t = 8.39}</b>
16	d(RightSide(\$15)) ≈ <b>{39.83}</b>

Figure 3: Utregning i CAS

Dermed er vi at den minste avstanden mellom fiskestimen og ubåten er ca  $40m$   
Fiskestimen og ubåten ikke store nokk for at de skal kolidere.

## 2 Oppgave 2)

### 2.1 a)

For å løse denne oppgaven utførere jeg regresjonsanalyse i Geogebra og velger en egnet modell.

▼ Spreadsheet			
$f_x$	B	/	<div> <div></div> <div></div> <div></div> <div></div> </div>
	A	B	
1	0.00200	189	
2	0.00500	323	
3	0.00700	259	
4	0.0100	-2.12	
5	0.0130	-261	
6	0.0150	-327	
7	0.0180	-189	
8	0.0200	3.52	
9			

Figure 4: Legger til datapunkt i Geogebra

Jeg valgte sin, det ga best tilnærming fordi punktene danner en harmoniske svigninger.

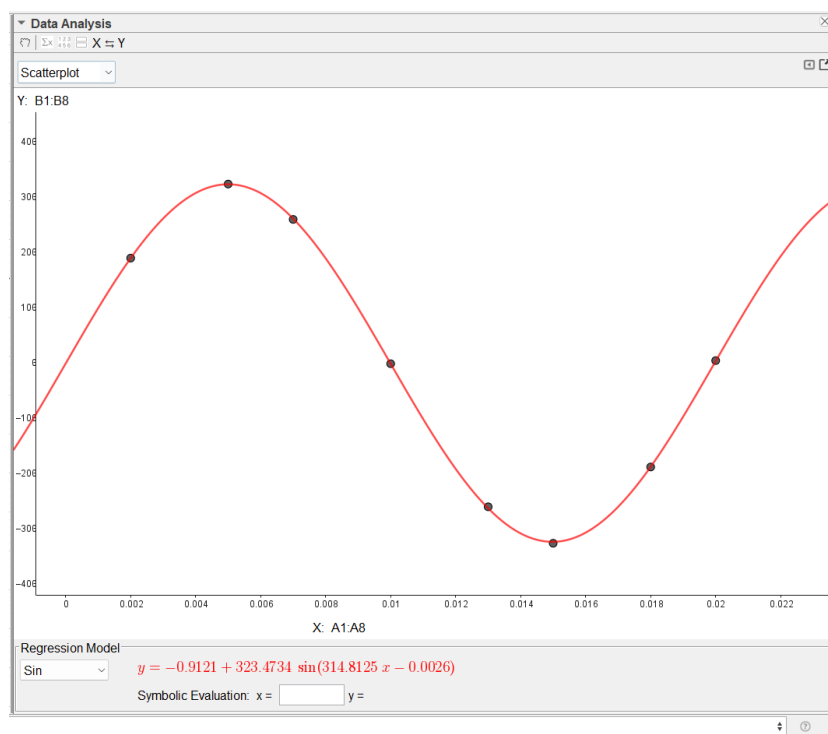


Figure 5: regresjonsanalyse

Dermed la jeg modellen i grafikkfeltet.

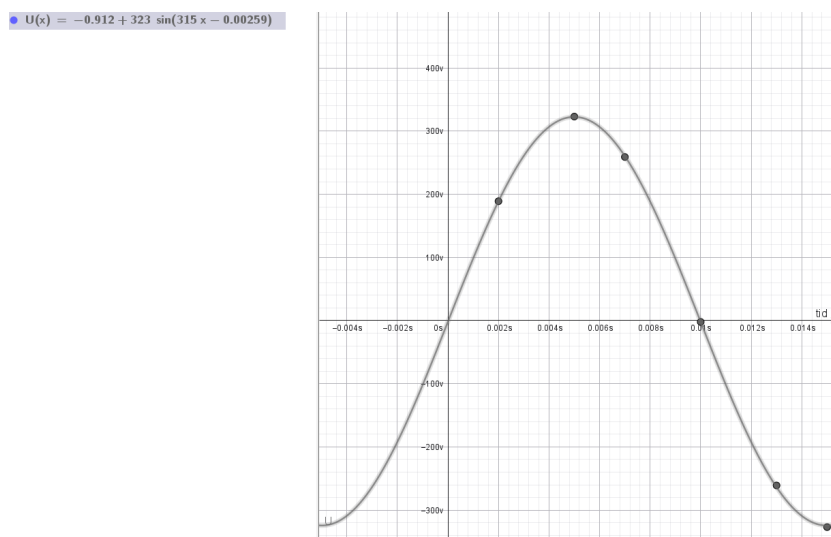


Figure 6: Modell for tid(x) og volt(y)

## 2.2 b)

Jeg kan finne tidspunktene spenningen er 230V ifølge modellen ved å løse likningen:

$$U(t) = 230, \quad t \in (0, 0.02)$$

CAS	
1	Solve(U(x)=230, 0<=x<0.020)
	$\approx \{x = 0.00253, x = 0.00746\}$
2	<input type="text"/>

Figure 7: Utregning i CAS

Dermed ser vi at modellen sier at spenningen er på 230V etter ca 0.00254s og 0.00746s

## 2.3 c)

Jeg starter med å finne  $T$

$$T = P = \frac{2\pi}{c} = \frac{2\pi}{314}$$

5	P:=2π/315
	$\approx P := 0.02$
6	U_{effekt} = sqrt(1 / P Integral((U(x))², 0, P))
	$\rightarrow U_{effekt} = \sqrt{\frac{1}{855938165684419643706118868441243232781551350}} (-80432$
7	\$6
	$\approx U_{effekt} = 228.8$

Figure 8: Utregning i CAS

Målingene er veldig nære men ikke matematisk riktig. Truls ville nok ha avrundet opp til 230V, men dette kommer ann på hvor mye nøyaktighet an aksepterer.

## 3 Oppgave 3

### 3.1 a)

Jeg kan løse denne oppgaven med å definere  $CCL_4$  i kroppen som en funksjon av dager:

$$CCL_4 = f(x) = 2 \cdot \sum_{i=0}^x (0.82)^i = 2 \cdot \frac{0.82^x - 1}{0.82 - 1}$$

Dermed kan jeg løse likningen :

$$f(x) = 10$$

for å finne ut av hvor mange netter Sofie må sove på soverommet før konsentrasjonen av  $CCL_4$  begynner å bli farlig.

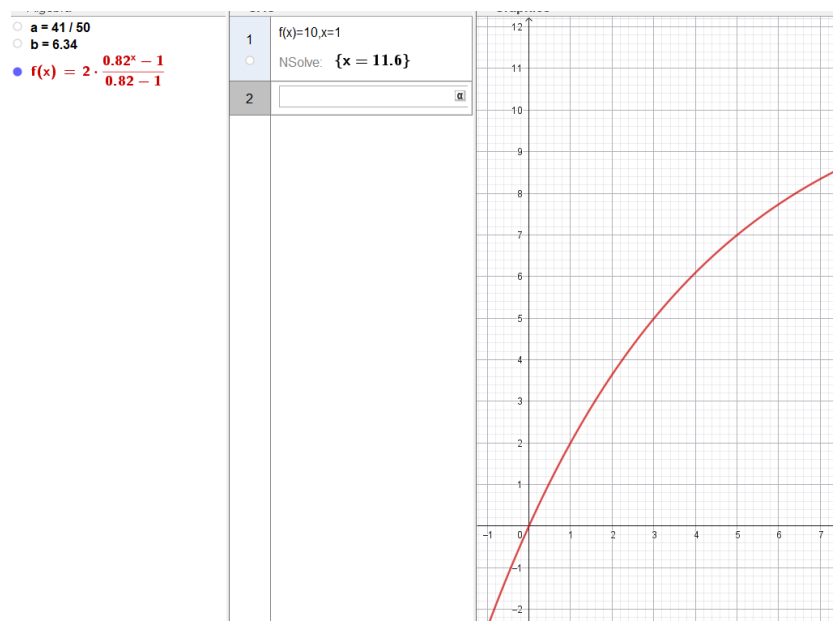


Figure 9: Utregning i CAS

### 3.2 b)

For å løse denne oppgaven definerer jeg en funksjon for summen av en konvergerende uendelig rekke:

$$f(x) = 2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n (x)^i = \frac{2}{1-x}, \quad |x| < 1$$

Dermed kan jeg løse likningen:

$$f(x) = 10$$

2	Text(Oppgave b) → <b>Oppgave b</b>
3	$g(x) := 2/(1-x)$ → $\mathbf{g(x) := \frac{-2}{x-1}}$
4	$g(x)=10$ Solve: $\left\{ \mathbf{x = \frac{4}{5}} \right\}$
5	\$4 $\approx \{ \mathbf{x = 0.8} \}$
6	<input type="text"/>

Figure 10: Utregning i CAS

Her ser vi at artikkelen antar at en voksen person skiller ut 20 prosent  $CCI_4$  hver dag

## 4 Oppgave 4

### 4.1 a)

Grunnen til at den ene metoden vil gi litt for høy verdi og den andre metoden litt for lav verdi er på grunn av hvordan høyre og venstre tilnærming fungerer.

Høyresum vil alltid starte rektangelene på høyreside dermed blir summen høyre

Vensteside vil alltid starte på venstre dermed komme litt under grafen, som betyr at summen blir litt lavere.

Her en en illustrasjon på hvordan tilnærmingene fungerer:



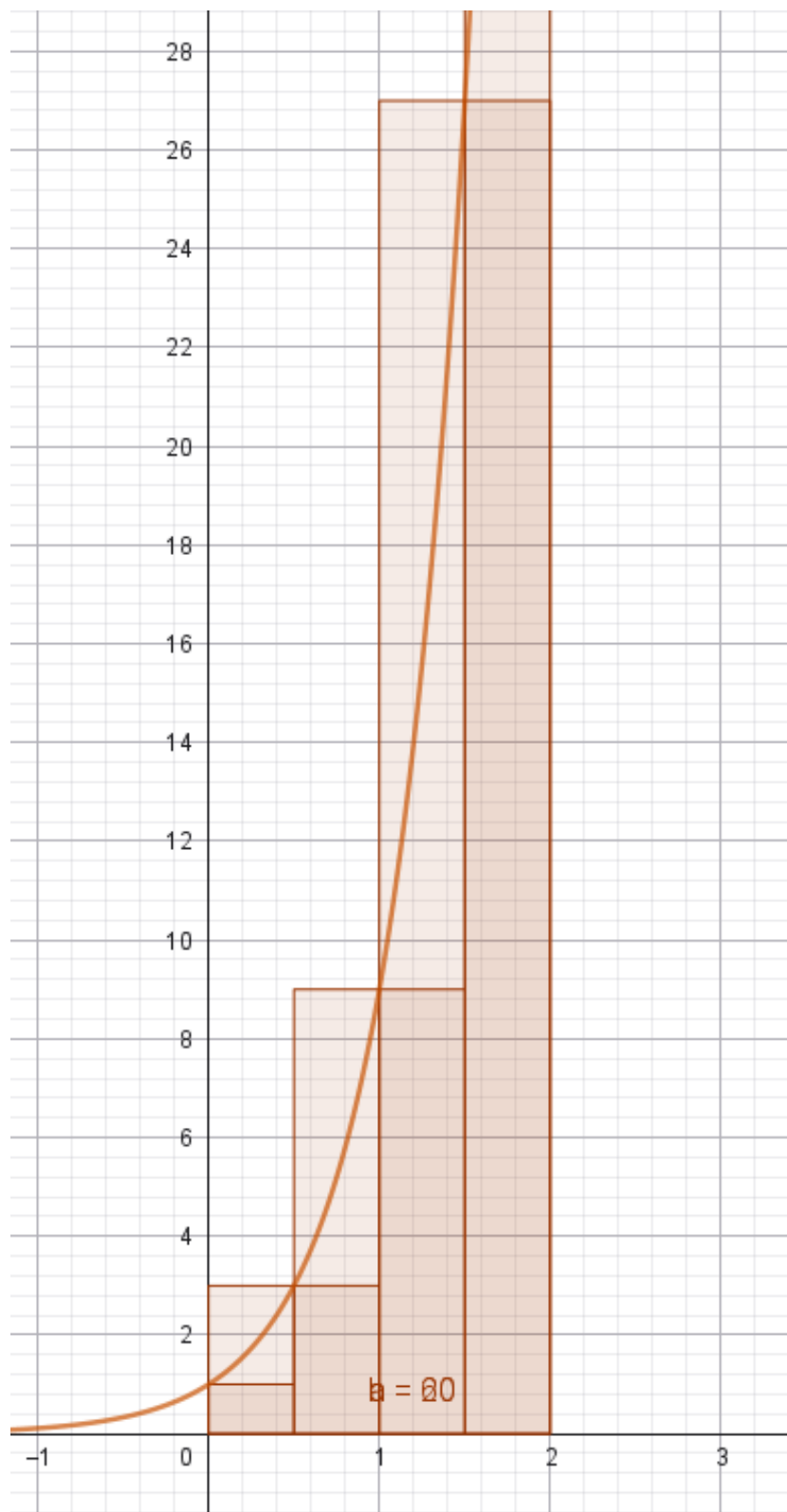


Figure 11: Her ser du hvordan rekgangelsummene er unøyaktige

#### 4.2 b)

Jeg valgte å skrive om funksjonen til en funksjon som regner med midtpunkttilnærming:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n f(m_i) \cdot \Delta x, \text{ der } m_i = a + (i - \frac{1}{2}) \cdot \Delta x$$

#### Oppgave 4.b)

Dette programmet regner summen med midpunkttilnærming/rektangelmetoden



```

start = 0
slutt = 2
n = 100

dx = (slutt - start)/n

def f(x):
    return 3**(2*x)

def bedre_metode():
    areal = 0

    for i in range(1, n+1):
        areal += f(start + (i - 1/2) * dx) * dx

    return areal

print(f"arealet er: {bedre_metode()}")

```

arealet er: 36.40663959730479

Figure 12: Resultatet av å kjøre koden

Integralet blir ca 36.4 ved midpunkttilnærming med 100 rektangler

## References