

# R2 Eksamen

Skrevet av André Hansen

November 7, 2025

## Abstract

Dette er en template til selve eksamen

## 1 Oppgave 1

### 1.1 a)

Først modellerer jeg ballen i Geogebra

Høyden kan jeg finne ved å se  $z$  aksen av  $\vec{r}(0)$

Og posisjonen etter 0.5 kan jeg finne ved å løse  $\vec{r}(0.5)$

1 <input checked="" type="radio"/>	$r(t):=(2t, 4t, 6-0.7t-4.9t^2)$ $\rightarrow \mathbf{r(t) := \left( 2\,t, 4\,t, 6 - \frac{7}{10}\,t - \frac{49}{10}\,t^2 \right)}$
2 <input type="radio"/>	Text(høyden på kanten) $\rightarrow \mathbf{h\ddot{o}yden\ p\ddot{a}\ kanten}$
3 <input type="radio"/>	$z(r(0))$ $\rightarrow \mathbf{6}$
4 <input type="radio"/>	Text(posisjon etter et halvt sekund) $\rightarrow \mathbf{posisjon\ etter\ et\ halvt\ sekund}$
5 <input type="radio"/>	$r(0.5)$ $\rightarrow \mathbf{\left( 1, 2, \frac{177}{40} \right)}$

Figure 1: Utregning i CAS

Høyden over kanten er  $6m$

Posisjonen etter  $0.5s$  er  $(1, 2, 4.46)$

### 1.2 b)

For å finne farten når ballen treffer bakken må jeg finne lengen av den deriverte sekundet  $z$  posisjonen er 0

9	Text(oppgave c) $\approx$ <b>oppgave c</b>
10	$ r'(t) =10, t=1$
•	NSolve: <b>{t = 0.84}</b>

Figure 3: Utregning i CAS

Jeg kan finne sekundet ballen treffer bakken ved å løse ligningen  $z(\vec{r}(t)) = 0, \quad t > 0$   
Deretter kan jeg finne farten å bruke løsningen  $t$  ved :  $|\vec{r}'(t)|$

6	Text(oppgave b) $\approx$ <b>oppgave b</b>
7	Solve(z(r(t))=0, t, t>0) $\rightarrow \left\{ t = \frac{\sqrt{241} - 1}{14} \right\}$
8	$ r'(\sqrt{241} - 1) / 14 $ $\approx$ <b>10.22</b>

Figure 2: Utregning i CAS

Farten til ballen når den treffer bakken er ca  $10.22m/s$

### 1.3 c)

For å finne sekundet farten er  $10m/s$  kan vi gjøre det ved å sette lengden til den deriverte lik  $10m/s$ :

$$|r'(t)| = 10$$

Etter ca  $8.4s$  er farten til ballen  $10m/s$

## 2 Oppgave 2

### 2.1 a)

Påstanden om at 3 punkter i et plan kan bestemme likningen til planet stemmer.

Dette stemmer fordi at normalvektoren til et plan står alltid vinkelrett på alle vektorer i planet.

Dermed vil kryssproduktet av to vektorer som dannes av tre punkter i planet danne en normalvektor til planet.

Videre vet vi også et punkt i planet.

Med normalvektor og et punkt i planet definert har vi alle komponenter for likningen til planet.

### 2.2 b)

Vi har:  $S(x) = 1 + (\ln x - 1) + (\ln x - 1)^2 + \dots$

Den kan skrives om slik :  $S(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (\ln x - 1)^i$

1	$a:=1$ <input type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{a} := \mathbf{1}$
2	$f(x):=x^3-x^2-a x$ <input type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{f(x)} := \mathbf{x^3 - x^2 - x}$
3	$g(x):=-x^2+x$ <input checked="" type="radio"/> $\approx \mathbf{g(x)} := \mathbf{-x^2 + x}$
4	$\text{intf}(x):=\text{Integral}(f, 0, x)$ <input type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{intf(x)} := \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2$
5	$\text{intg}(x):=\text{Integral}(g, 0, x)$ <input checked="" type="radio"/> $\rightarrow \mathbf{intg(x)} := \frac{-1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2$
6	$ \text{intf}(x) = \text{intg}(x) $ $\rightarrow \mathbf{false}$
7	<input type="text"/>

Figure 4: Utregning i CAS

Vi kan bruke det vi vet om summen av en uendelig geometrisk rekke for å skrive rekken om til en eksplisitt formel

$$a \sum_{i=0}^{\infty} r^i = a \frac{1}{1-r}, \quad |r| < 1 \quad (1)$$

$$S(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (\ln x - 1)^i = \frac{1}{1 - \ln x - 1} = \frac{1}{\ln x} \text{ setter in } \frac{1}{e} \text{ for å teste } \frac{1}{\ln \frac{1}{e}} = -1 \quad (2)$$

Dermed stemmer påstanden ikke

### 2.3 c)

Vi kan teste påstanden med å sammenligne integralene

$$\int f(x) \equiv \int g(x), \quad a \in \mathbb{R}, a > -1$$

For å teste påstanden, testet jeg med  $a = 1$

Dermed stemmer påstanden ikke

## 3 Oppgave 3

Jeg løser denne oppgaven med regresjonsanalyse.

Etter å ha modulert en halv sideflate kan jeg regne volumet å fine volumet til omdreingslegemet,

$$V = \pi \int_0^{3.87} f(x)^2$$

Hvor  $f$  er funksjon for jorbæret og 3.87 er bunkunktet

Antar at enhetene er cm.

jorbæret har en volum på ca  $171.17 \text{ cm}^3$

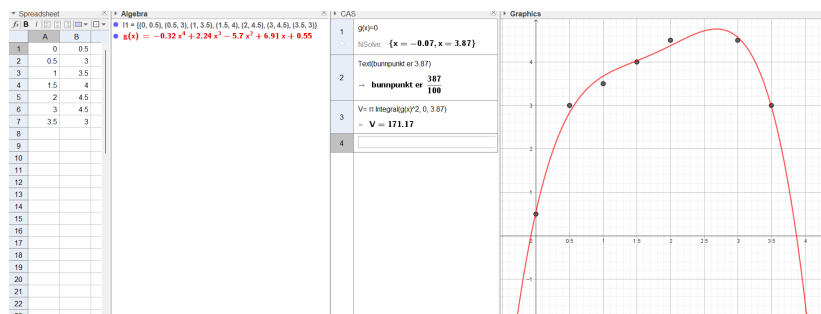


Figure 5: Utregning i CAS

## 4 Oppgave 4

### 4.1 a)

Vi har funksjonen for fart gitt ved  $v(t) = -6 \sin(360t - \frac{\pi}{2}) + 54$

Dermed kan vi finne gjennomsnittsfargen for et tidspunkt med  $(v(0)-v(x))/2$

### 4.2 b)

Vi kan finne ut av når bilen har størst akselerasjon ved å løse den deriverte av akselerasjonen lik 0 og sjekke for konkavitet

$$v''(t) = 0$$

4	Text(oppgave b)
	→ <b>oppgave b</b>
5	$v''(t)=0$
	Solve: $\left\{ t = \frac{1}{360} k_1 \pi + \frac{1}{720} \pi \right\}$
6	$v(\pi / 360 + 1 / 720)$
	$\approx$ <b>48.7345</b>
7	<input type="text"/>

Figure 6: Utregning i CAS

Den største akselerasjonen er på  $1036 \text{ m/s}^2$

### 4.3 c)

Vi kan finne hvor lang tid det tar før de har kjørt  $2\text{km}$  å sjekke når distanse er lik 2. Vi kan finne distanse ved å integrere farten

Formelen blir da  $\int v(t)dt = 2$  Hvor  $C = 0$

7	Text(oppgave c) → <b>oppgave c</b>
8	Integral(v) → $\frac{1}{60} \sin(360 t) + 54 t + c_1$
9	$1 / 60 \sin(360t) + 54t=2, t=1$ ○ NSolve: <b>{t = 0.0368}</b>
10	$0.03683921061122*60$ ○ $\approx$ <b>2.2104</b>

Figure 7: Utregning i CAS

Det tar de ca  $2.2\text{min}$  å kjøre  $2.0\text{km}$

## 5 Oppgave 5

## 6 Oppgave 6

## References