

R2 Eksamens

Skrevet av André Hansen

November 7, 2025

Abstract

Dette er en template til selve eksamen

1 Oppgave 1

1.1 a)

Først modelerer jeg ballen i Geogebra

Høyden kan jeg finne ved å se se z aksen av $\vec{r}(0)$

Og posisjonen etter 0.5 kan jeg finne ved å løse $\vec{r}(0.5)$

1	$r(t) := (2t, 4t, 6 - 0.7t - 4.9t^2)$ $\rightarrow r(t) := \left(2t, 4t, 6 - \frac{7}{10}t - \frac{49}{10}t^2 \right)$
2	Text(høyden på kanten) $\rightarrow \textbf{høyden på kanten}$
3	$z(r(0))$ $\rightarrow \textbf{6}$
4	Text(posisjon etter et halvt sekund) $\rightarrow \textbf{posisjon etter et halvt sekund}$
5	$r(0.5)$ $\rightarrow \left(1, 2, \frac{177}{40} \right)$

Figure 1: Utregning i CAS

Høyden over kanten er 6m

Posisjonen etter 0.5s er (1, 2, 4.46)

1.2 b)

For å finne farten når ballen treffer bakken må jeg finne lengen av den deriverte sekundet z posisjonen er 0

9	Text(oppgave c) ≈ oppgave c
10 ●	$ r'(t) =10, t=1$ NSolve: $\{t = \mathbf{0.84}\}$

Figure 3: Utregning i CAS

Jeg kan finne sekundet ballen treffer bakken ved å løse ligningen $z(\vec{r}(t)) = 0, \quad t > 0$
 Derrefter kan jeg finne farten å bruke løsningen t ved : $|r'(t)|$

6	Text(oppgave b) ≈ oppgave b
7 ○	Solve($z(r(t))=0, t, t>0$) $\rightarrow \left\{ t = \frac{\sqrt{241} - 1}{14} \right\}$
8 ○	$ r'(\sqrt{241} - 1) / 14 $ ≈ 10.22

Figure 2: Utregning i CAS

Farten til ballen når den trefer bakken er ca $10.22 m/s$

1.3 c)

For å finne sekundet farten er $10 m/s$ kan vi gjøre det ved å sette lengden til den deriverte lik $10 m/s$:

$$|r'(t)| = 10$$

Etter ca $8.4 s$ er farten til ballen $10 m/s$

2 Oppgave 2

2.1 a)

Påstanden om at 3 punkter i et plan kan bestemme likningen til planet stemmer.

Dette stemmer fordi at normalvektoren til et plan står altid vinkelrett på alle vektorer i planet.

Dermed vil kryssproduktet av to vektorer som dannes av tre punkter i planet danne en normalvektor til planet.

Videre vet vi også et punkt i planet.

Med normalvektor og et punkt i planet definert har vi alle komponentene for likningen til planet.

2.2 b)

Vi har: $S(x) = 1 + (lnx - 1) + (lnx - 1)^2 + \dots$

$$\text{Den kan skrives om slik: } S(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (lnx - 1)^i$$

1	a:=1
	→ a := 1
2	f(x):=x^3-x^2-a x
	→ f(x) := x ³ - x ² - a x
3	g(x):=-x^2+x
	≈ g(x) := -x ² + x
4	intf(x):=Integral(f, 0, x)
	→ intf(x) := $\frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2$
5	intg(x):=Integral(g, 0, x)
	→ intg(x) := $\frac{-1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2$
6	intf(x) == intg(x)
	→ false
7	<input type="text"/> a

Figure 4: Utregning i CAS

Vi kan bruke det vi vet om summen av en uendelig geometrisk rekke for å skrive rekken om til en eksplisitt formel

$$a \sum_{i=0}^{\infty} r^i = a \frac{1}{1-r}, \quad |r| < 1 \quad (1)$$

$$S(x) = \sum_{i=0}^{\infty} (\ln x - 1)^i = \frac{1}{1 - \ln x - 1} = \frac{1}{\ln x} \text{ settet in } \frac{1}{e} \text{ for å teste } \frac{1}{\ln \frac{1}{e}} = -1 \quad (2)$$

Dermed stemmer påstanden ikke

2.3 c)

Vi kan teste påstanden med å sammenligne integralene

$$\int f(x) \equiv \int g(x), \quad a \in \mathbb{R}, a > -1$$

For å teste påstanden, testet jeg med $a = 1$

Dermed stemmer påstanden ikke

3 Oppgave 3

Jeg løser denne oppgaven med regresjonsanalyse.

Etter å ha modulert en halv sideflate kan jeg regne volumet å fine volumet til omdreingslegemet;

$$V = \pi \int_0^{3.87} f(x)^2 dx$$

Hvor f er funksjon for jorbæreret og 3.87 er bunkunktet

Antar at enhetene er cm.

jorbærer har en volum på ca 171.17 cm^3

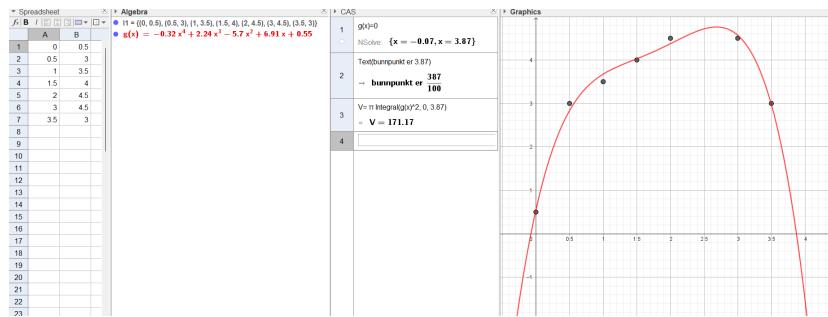


Figure 5: Utregning i CAS

4 Oppgave 4

4.1 a)

Vi har funksjonen for fart gitt ved $v(t) = -6 \sin(360t - \frac{\pi}{2}) + 54$

Dermed kan vi finne gjennomsnittsfarten for et tidspunkt med $(v(0)-v(x))/2$

4.2 b)

Vi kan finne ut av når bilen har størst akselerasjon ved å løse den deriverte av akselerasjonen lik 0 og sjekke for konkavitet

$$v''(t) = 0$$

4	Text(oppgave b)
	→ oppgave b
5	$v''(t)=0$
○	Solve: $\left\{ t = \frac{1}{360} k_1 \pi + \frac{1}{720} \pi \right\}$
6	$v(\pi / 360 + 1 / 720)$
○	≈ 48.7345
7	<input type="text"/> a

Figure 6: Utregning i CAS

Den største akselerasjonen er på 1036 m/s^2

4.3 c)

Vi kan finne hvor lang tid det tar før de har kjørt $2km$ å sjekke når distanse er lik 2. Vi kan finne distanse ved å integrere farten

Formelen blir da $\int v(t)dt = 2$ Hvor $C = 0$

7	Text(oppgave c) → oppgave c
8	Integral(v) → $\frac{1}{60} \sin(360 t) + 54 t + c_1$
9	$1 / 60 \sin(360t) + 54t = 2, t=1$ <input type="radio"/> NSolve: $\{t = 0.0368\}$
10	0.03683921061122*60 <input type="radio"/> ≈ 2.2104

Figure 7: Utregning i CAS

Det tar de ca $2.2min$ å kjøre $2.0km$

5 Oppgave 5

6 Oppgave 6

References