REEA3056 Matematikk R1 eksempelsett høst 2021

Del 1 – ingen hjelpemidler

Oppgave 1

Bestem grenseverdien:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{x^2+x-2}$$

Oppgave 2

Vi har gitt vektorene $\vec{a} = [2,-5]$, $\vec{b} = [1,-4]$, $\vec{c} = [-2,10]$ og $\vec{d} = [4,1]$.

a) Avgjør om noen av vektorene har lik lengde.

b) Avgjør om noen av vektorene står normalt på hverandre.

c) Avgjør om noen av vektorene er parallelle

Oppgave 3

```
def f(x):
    return x/(1+x**2)

h = 0.0001
x=0
while (f(x+h)-f(x))/h > 0
     x = x + 0.01
print("x=",x)
```

En elev har skrevet programkoden ovenfor.

a) Hva ønsker eleven å finne ut?

b) Forklar hva som skjer når programmet kjøres. Hva blir resultatet?

Oppgave 4

Bruk vektorregning til å bestemme koordinatene til punktet vi får når vi speiler punktet $P(6,1)$ om linjen $y = 2x + 4$.

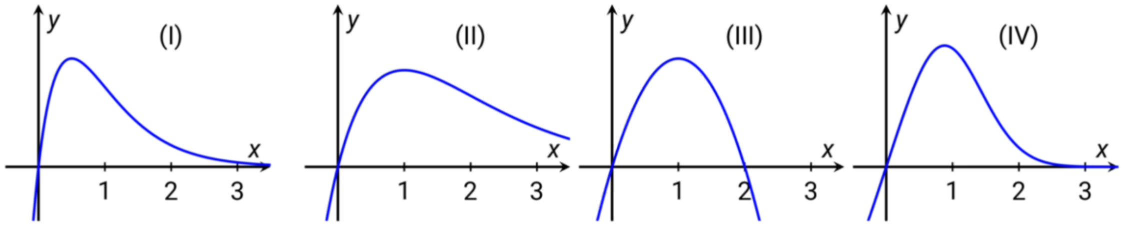
Oppgave 5

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f(x) = 4x \cdot e^{-x}$$

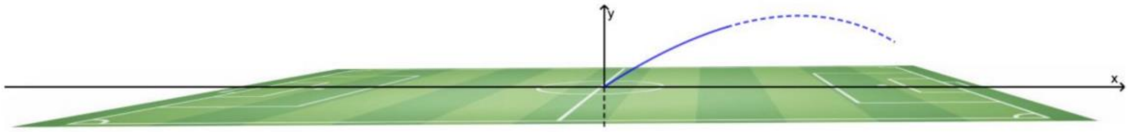
En av grafene nedenfor er grafen til *f*.

Begrunn hvilken av grafene nedenfor som er grafen til *f*.



Del 2 – med hjelpemidler

Oppgave 1



En fotballspiller tok et frispark. Han sparket ballen i retning av motstanderens mål. Ballens posisjon *t* sekunder etter at frisparket ble tatt, er gitt ved vektorfunksjonen

$$\vec{r}(t) = \left[28t - 3t^2, 10t - 5t^2\right]$$

Enheten langs aksene er meter.

a) Bestem banefarten ballen fikk da den ble sparket.

b) Hvor lang tid tok det fra ballen ble sparket til den traff bakken?

c) Bestem ballens banefart da den var i sitt høyeste punkt.

Oppgave 2

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f(x) = x^4 - b \cdot x^3 + 2, \qquad D_f = [-3, \rightarrow\rangle$$

For hvilke verdier av *b* har *f* en omvendt funksjon?

Oppgave 3

En sirkel C kan beskrives ved å oppgi sentrum $S(a,b)$ og radius r.

a) Beskriv en algoritme som du kan bruke til å avgjøre om et gitt punkt $P(s,t)$ ligger på, inni eller utenfor sirkelen C.

b) Skriv en kode basert på algoritmen fra oppgave a). Input skal være *a, b, r, s* og *t*. Output skal være en av følgende tekster:
   - Punktet ligger innenfor sirkelen.
   - Punktet ligger på sirkelen.
   - Punktet ligger utenfor sirkelen.

Oppgave 4

Temperaturen i en kopp kaffe blir målt hvert fjerde minutt. Temperaturen i rommet der koppen står, er 21,2°C. Resultatet av målingene er vist i tabellen nedenfor.

Tid (minutt)	0	4	8	12	16
Temperatur (°C)	70	53	42	35	30

En elev har brukt et digitalt verktøy og kommet fram til følgende regresjonsmodeller ut fra tallene i tabellen:

$$f(x) = -2{,}45x + 65{,}6$$

$$g(x) = 0{,}13x^2 - 4{,}45x + 70$$

$$h(x) = 21{,}2 + 49 \cdot e^{-0{,}11x}$$

a) Vis hvordan eleven kan ha kommet fram til modellen h.

b) Vurder gyldighetsområdene til de ulike modellene ut fra den praktiske situasjonen.

Oppgave 5

En funksjon *f* er gitt ved

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+3x+a, & x<1\\ -2x^2+b\cdot x, & x\geq 1\end{cases}$$

a) Bestem *a* og *b* slik at *f* blir deriverbar i $x = 1$.

b) Avgjør om grafen til *f* har vendepunkt.

Oppgave 6

Funksjonen *f* er gitt ved

$$f(x)=\frac{e^x}{e^x+C}$$

der *C* er en konstant.

a) Finnes det noen verdier for *C* som gjør at grafen til *f* har et topp- eller bunnpunkt?

b) Undersøk og bestem hvilke verdier for *C* som gjør at grafen til *f* har et vendepunkt.

c) Anta $C > 0$. Vis at $f(x+\ln C)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

d) Anta $C < 0$. Beskriv hvordan grafen til *f* påvirkes når verdien til *C* endres.

Oppgave 7

Vi har følgende resultat:

> Anta at grafen til en tredjegradsfunksjon *f* skjærer en linje *l* i tre punkter med *x*-koordinater x_1, x_2, og x_3. La $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$.
>
> Da vil tangenten til grafen til *f* i punktet $(m, f(m))$ gå gjennom punktet $(x_3, f(x_3))$.

a) Vis at resultatet stemmer for funksjonen *f* gitt ved
$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 3$
og linjen $y = 2x - 1$ når $x_1 = -2, x_2 = 1$ og $x_3 = 2$.

La *g* være en tredjegradsfunksjon. Anta at en linje $y = ax + b$ skjærer grafen til *g* i $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ og $(x_3, f(x_3))$.

b) Forklar at vi kan skrive *g* på formen
$g(x) = k(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + (ax + b),\ k \in \mathbb{R}$

c) Vis at tangenten til *g* i $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ går gjennom $(x_3, f(x_3))$.

Gitt funksjonen $h(x) = x^3 - 2x + 1$ og punktet *P*(2,5). Vi ønsker å tegne en tangent til grafen til *h* som går gjennom *P*.

d) Forklar hvordan vi kan bruke linjen $y = 2x + 1$ til å bestemme tangeringspunktet.

Kilder for bilder, tegninger osv.

Utdanningsdirektoratet