

ДЗ 1. Численные солверы.  
Visual Generative modeling 2025

## 1 Теория (2 балла)

### 1.1 Выведите DPM-solver 1-го и 2-го порядка для параметризации в общем случае (1 балл).

Подсказка: Рассмотрите следующее однородное дифференциальное уравнение и примените к нему метод экспоненциального интегратора. Используйте параметризацию скор функции через предсказание шума  $\epsilon_\theta(\mathbf{x}_t, t)$  и примените замену переменной:  $\lambda_t = \log(\alpha_t/\sigma_t)$ .

$$\begin{aligned} d\mathbf{x} &= \left[ \mathbf{x}f(t) - \frac{1}{2}g(t)^2 \nabla_{\mathbf{x}} \log p_t(\mathbf{x}) \right] dt, \\ f(t) &= \frac{d \log \alpha_t}{dt}, g^2(t) = \frac{d\sigma_t^2}{dt} - 2 \frac{d \log \alpha_t}{dt} \sigma_t^2, \\ \mathbf{x}_t &= \alpha_t \mathbf{x}_0 + \sigma_t \mathbf{z}, \mathbf{z} \sim \mathcal{N}(0, 1) \end{aligned} \tag{1}$$

Решение

Приводим вам для сравнения, но только первый порядок. Имейте в виду, что нас будет интересовать вывод формулы.

DPM-1:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_s &= \frac{\alpha_s}{\alpha_t} \mathbf{x}_t - \sigma_s (e^{h_s} - 1) \epsilon_\theta(\mathbf{x}_t, t), \\ h_s &= \lambda_s - \lambda_t, \lambda_s = \log \left( \frac{\alpha_s}{\sigma_s} \right) \end{aligned} \tag{2}$$

### 1.2 Докажите, что DPM-1 эквивалентен методу Эйлера для flow matching (1 балл).

Подсказка: Рассмотрите выведенный DPM-1 в общем случае, применив flow matching параметризацию:  $\mathbf{x}_t = (1 - t)\mathbf{x}_0 + t\mathbf{z}$ . Соотнесите  $\alpha_s, \sigma_s$  и  $1 - t, t$ .