ALDO O. MANGIATERRA - GUSTAVO NOGUERA

Departamento Geotopocartografía Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura Universidad Nacional de Rosario

ABSTRACT

Geometric levelling method using two parallel lines, more advantageous and easy than Cholesky's one.

The main advantage is in the possibility to verify a close in tolerance (or to detect inadmissible anomalies) under the same development of the levelling.

RESUMEN

Método de nivelación geométrica utilizando dos alineaciones paralelas, más ventajoso y simple que el de Cholesky.

Su mérito principal consiste en la posibilidad de verificar el cierre dentro de tolerancia (o detectar anomalías inadmisibles) sobre la misma marcha de la nivelación.

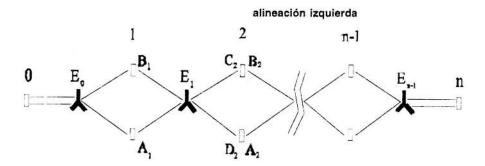
1. INTRODUCCION: DESCRIPCION DEL METODO

El método consiste básicamente en la nivelación geométrica simultánea de dos *alineaciones* paralelas, simplificando e introduciendo algunas ventajas al ideado por *Cholesky*.

Se obtienen dos valores para la diferencia de cotas ΔH entre los extremos de una línea; el cálculo se efectúa independientemente para cada alineación (izquierda y derecha); como valor de ΔH se adopta el promedio de ambos y su diferencia es el error de cierre $E = \Delta H_d - \Delta H_i$

El gráfico que se inserta a continuación, ilustra la secuencia y nomenclatura de una nivelación entre los puntos 0 y n, pasando por los puntos de paso dobles (izquierdo y derecho) desde el 1 hasta el n-1.

288 COMUNICACIONES CIENTIFICAS



alineación derecha

Alineación \ lectura	lectura atrás (desde 0 a n-1)	lectura adelante (desde 1 a n)
Alineación izquierda	В	С
Alineación derecha	A	D

Veamos el caso de un tramo típico, por ejemplo en la estación E1:

- Se lee sucesivamente A₁; B₁; C₂; D₂ (puede efectuarse un 5a. lectura B', para detectar posibles hundimientos de apoyo de mira y/o nivel)
- Se calcula $\Delta ad(2) = C_2 D_2$ es decir la diferencia entre las lecturas adelante (izquierda derecha)
- Una vez estacionado el aparato en E2 y efectuadas las lecturas A2 y B2, se calcula

$$\Delta at_{(2)} = B_2 - A_2$$
 es decir la diferencia de lecturas atrás (izquierda - derecha)

 A continuación se efectúa lo que se denomina "control transversal": que es la diferencia de diferencias
ε₍₂₎ = Δad₍₂₎ - Δat₍₂₎

la cual debe responder a las tolerancias que más adelante se estudian; de no cumplirse esta condición se presume la existencia de error o errores superiores a lo admisible, equivocación, o alteración de las condiciones de trabajo, lo que obliga a repetir la nivelación, pero solamente a partir del tramo anterior, para lo cual los apoyos de mira en el punto 1 no deben ser levantados hasta terminar los controles correspondientes al tramo 2A3.

2. CALCULO DEL ERROR DE CIERRE

 $\Delta H_d = \Sigma$ lecturas atrás (der.) - Σ lecturas adelante (der.) = Σ A - Σ D

 $\Delta H_i = \Sigma$ lecturas atrás (izq.) - Σ lecturas adelante (izq.) = Σ B - Σ C

E (error de cierre) =
$$\Delta H_d - \Delta H_i = \Sigma A - \Sigma B + \Sigma C - \Sigma D$$
 (1)

veamos ahora el control transversal para un punto "j" genérico

$$\begin{split} \Delta_{ad(j)} &= C_j - D_j \\ \Delta_{at(j)} &= B_j - A_j \\ \\ \epsilon_{(j)} &= \Delta_{ad(j)} - \Delta_{at(j)} = A_i - B_i + C_j - D_j \end{split}$$

sumando los $\varepsilon_{(i)}$ resulta:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon_{(i)} = \left[\sum A_i - \sum B_i + \sum C_j - \sum D_i \right]_1^{n-1}$$

llamando $\varepsilon_{(n)} = \Delta_{ad(n)} - \Delta_{at(0)} = C_n - D_n - (B_0 - A_0) = A_0 - B_0 + C_n - D_n$ será entonces

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{(i)} = \sum A - \sum B + \sum C - \sum D$$

por lo tanto, y según (1)

$$\sum_{l=0}^{n} \varepsilon_{l} = E$$

es decir que controlando los valores de ϵ a medida que avanzamos, podemos controlar en definitiva el valor del error de cierre E

3. TOLERANCIAS

Debe cumplirse la condición

$$|E| \le T (tolerancia) = K \sqrt{L(km)}$$

(donde L es la longitud de la nivelación) es inmediato que si fijamos un máximo admisible para cada $\epsilon_{\scriptscriptstyle (j)}$ tal que se cumpla la condición

$$|\epsilon(j)| \leq T/n$$

será

$$\sum \epsilon(j) = E \leq T$$

y habremos garantizado un cierre dentro de tolerancia.

En realidad de tal modo estamos extremando las exigencias. En efecto, los $\varepsilon_{\scriptscriptstyle (j)}$ son combinación lineal de cuatro lecturas y por tanto su comportamiento esperable es gaussiano, propio de los errores accidentales, es decir cuanto mayor sea el número de tramos más evidente será la tendencia a que haya tantos negativos como positivos, salvo, claro está, la existencia de errores sistemáticos.

De paso sea dicho, al ir controlando los valores de ɛ es bueno prestar atención a la variación de su signo, pues si ello no se produce a lo largo de un considerable número de observaciones, está delatando la presencia de algún sistematismo.

Podemos intentar una consideración más favorable de la situación. De acuerdo a la teoría de errores es de esperar que

$$\Sigma \varepsilon \leq \varepsilon_{max} . \sqrt{n}$$

si hacemos que sea

$$\varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{n} = T$$

puesto que $\Sigma \varepsilon = E$; se cumple con la condición $E \le T$

y podemos obtener el valor de $_{\mathcal{E}_{\max}}$

reemplazando T por su valor $T = K \sqrt{L(km)}$

será
$$\varepsilon_{\max} \cdot \sqrt{n} = K \sqrt{L(km)}$$

si llamamos t a la longitud de un tiro visual, resulta $n = \frac{L}{2t}$

y luego
$$\varepsilon_{\text{max}} = K \sqrt{\frac{L(km)}{n}} = K \sqrt{2t(km)}$$

en definitiva $\varepsilon_{\max} = f(K, t)$

lo que permite confeccionar una tabla de valores admisibles

Desde el punto de vista conceptual la conclusión obtenida es totalmente lógica, dado que el valor K caracteriza la precisión del trabajo y la longitud del tiro visual t determina la magnitud de los errores accidentales (a igualdad del resto de los factores: aparato, visibilidad, operador, etc.).

Si consideramos t constante entonces emáx. también lo será; en cambio si en un punto de paso "j" concurren visuales de diferente longitud, en la fórmula (2), donde dice 2t, deberá considerarse la suma de ambas longitudes de t.

Una vez calculado emáx. es inmediato el cálculo del error máximo admisible en cada tiro visual: en efecto, dado que ej surge de la combinación lineal de cuatro lecturas, el error máximo admisible en cada una de ellas será

$$e_{\text{max}} = \frac{\varepsilon_{\text{max}}}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \, \varepsilon_{\text{max}}$$

Puesto que el error que puede cometerse en cada lectura es función de la longitud del tiro visual y de las características de miras e instrumento, una vez fijado e_{max} pueden tomarse las decisiones correspondientes que garanticen las precisión requerida.

4. PROCEDIMIENTO

El equipamiento consta de: nivel óptico, dos miras y 6 apoyos para miras.

El personal está integrado por: operador de nivel, apuntador, 2 mireros y auxiliar a cargo de los apoyos de mira.

Se aplican las siguientes normas: las alineaciones (derecha e izquierda) están separadas por una corta distancia (del orden de dos metros), se utiliza la misma mira en el inicio y fin de cada línea, se gira 1201 el trípode en cada estación y se respeta la equidistancia de los tiros visuales.

La sucesión de lecturas es la siguiente:

• mira atrás, línea derecha (A)

• mira atrás, línea izquierda (B) y el mirero se mantiene en tal posición

ullet se efectúa el control transversal verificando la admisibilidad de ϵ

mira adelante, línea izquierda (C)

• mira adelante, línea derecha (D) y el mirero se mantiene en tal posición

mira atrás, línea izquierda
(B') controlando que la diferencia con (B) -en valor absoluto- no exceda el valor

$\frac{\varepsilon_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$ teniendo en cuenta que la mira no se ha movido

- terminadas las observaciones correspondientes a ese tramo y efectuado el cambio de estación, la mira que estaba ubicada en (D), con sólo girar sobre su apoyo pasa a ocupar la posición inicial del nuevo tramo.
- naturalmente es conveniente diseñar una planilla que permita efectuar rápidamente el control transversal por los medios más adecuados (papel, calculadora programable, nivel digitalizado, etc.)

5. DISCUSION DEL METODO

La ventaja del método consiste en que permite controlar la marcha de la nivelación obteniendo casi la certeza de un cierre dentro de tolerancia, o en caso contrario detectando sistematismos o anomalías inadmisibles.

Todo aquel que utilice asiduamente la nivelación geométrica puede valorar la significación de tal aporte. Sería terminar con la "angustia del cierre" que ha caracterizado esta tarea.

Por otra parte el recorrido se efectúa en un solo sentido.

En suma el método aporta seguridad y rapidez, lo que también significa economía.

Es sabido que GPS brinda un alto rendimiento también en nivelación, pero requiere precauciones especiales y brinda precisión relativamente baja, lo que mantiene la vigencia de la nivelación geométrica.

Consideramos que el método de doble alineación puede ser utilizado sin inconvenientes y con grandes ventajas para la nivelación geométrica en general.

Cuando se trata de nivelación de alta precisión se adiciona una ventaja: se puede prescindir de la mira de doble graduación; pero se incorpora un problema en los recorridos en que predominan pendientes importantes: el de la influencia desigual de la refracción atmosférica, puesto que las lecturas atrás y adelante se efectúan a diferente altura. En tales condiciones el método de ida y vuelta (realizándolas en condiciones atmosféricas disímiles), aunque no elimina tal influencia, tiene mayor posibilidad de detectar su consecuencia a través del error de cierre.

Por tanto sugerimos utilizar el método de doble alineación para alta precisión solamente en zonas de baja pendiente, donde la equidistancia resuelve la influencia de la refracción. NOTA: los antecedentes del presente artículo se remontan al año 1991, a elucubraciones bajo carpas de campaña en la precordillera sanjuanina, tratando de optimizar lo que nuestro limitado equipamiento nos permitía. La elaboración posterior fue sometida a la crítica amable, voluntariosa y certera de Parachú. Si hemos podido lograr cierta prolijidad y solidez se debe en gran parte a sus observaciones. Aún conservamos sus brevísimos e impecables comentarios manuscritos con pulcritud.

BIBLIOGRAFIA

JORDAN, W. 1944: *Tratado general de Topografía*.Tomo II. Barcelona. Edit. Gustavo Gili.565 p. DOMÍNGUEZ GARCÍA TEJERO, Francisco 1963: *Topografía General y Aplicada*. Madrid. Edit. Dossat 771 p.

ZAKATOV, P. S. 1981: Curso de Geodesia Superior. Moscú. Edit. Mir. 635 p.

CHUECA PAZOS, M.; HERRÁEZ BOQUERA, J.; BERNÉ VALERO, J.L. 1996: *Tratado de Topografía*. Tomo II. Madrid. Edit. Paraninfo, 634 p.

WOLF, Paúl y BRINKER, Russell, 1997: Topografía. Méjico. Edit. Alfaomega. 834 p.