# Diseño, implementación y control de sistema de balance ball on plate

Design, implementation and control system on balance ball plate

#### Edna Carolina Moriones Polanía

MSc (c) Ing. de Control Industrial Ing. Electrónica. Gestora Senior tipo II Tecnoparque Neiva emorionesp@sena.edu.co

Servicio Nacional de Aprendizaje SENA Regional Huila Centro de la Industria, la Empresa y los Servicios

#### Resumen

El presente estudio se realiza con fines académicos al construir una plataforma mecatrónica a bajo costo que permita experimentar controladores que se encuentran actualmente en el campo industrial. El montaje físico cuenta con variables de entrada y salida: posición de la bola con respecto a la placa (xb, yb), las variables de entrada ángulos de la placa (q1,q2), ángulos de los motores ( $\theta$ m1 ,  $\theta$ m2) y variables que se pueden considerar como posibles disturbios del sistema, son: Inercia de la bola en el centro del platoIo, Inercia de la placa en el eje X (I x x) e Inercia de la placa en el eje Y (I y y). El software implementado, el cual está conectado a una cámara que permite la ubicación de la bola sobre la placa. Experimentar y ver la respuesta de los controladores que actualmente se implementan en procesos industriales reúne modelamiento, análisis y control en tiempo real obteniendo una validación de los controladores y hace más didáctico el aprendizaje.

#### Palabras clave:

Ballonplate, control, mecatrónica, plataforma, PID, visión por computador.

## **Abstract**

This study is conducted for academic purposes; mechatronics platform to build a low cost enabling drivers experience that are currently in the industrial field and those found in the experimental field. The assembly has a physical input and output variables, which must be controlled to the research process variables selected were the following: Ball position with respect to the plate (x b,y b), the input variables angles plate (q 1,q 2), angles of the motors ( $\theta$  m1, $\theta$  m2) and variables that can be considered as possible disturbances of the system are: Inertia of the ball in the middle of the plate Io, inertia plate in the x axis (Ixx) and inertia plate in the axis (Iyy). The software implemented, which is connected to a camera that allows the location of ball over the plate. Experiment and see the response of the drivers that are currently being implemented in industrial processes gathers modeling, analysis and control in real time obtaining a validation of the drivers and makes learning more didactic.

## **Keywords:**

Ball on plate, control, mechatronics, platform, PID, computer vision.

### Introducción

Los equipos implementados en ambientes de formación son bastante costosos por lo que su uso es restringido para evitar su deterioro. La idea de realizar una plataforma mecatrónica nace de la necesidad de visualizar físicamente la respuesta de los controladores diseñados en otro tipo de herramientas de laboratorio usadas para control diferente a las que comúnmente se implementan, como son los tanques, además de permitir acceso libre, con el objetivo de hacer el aprendizaje más didáctico.

El hardware de la plataforma fue diseñado en un software CAD y construido con materiales como aluminio, acero, fibra de vidrio y piezas de plástico ABS en impresora 3D. El modelamiento de la planta se realizó con base a las ecuaciones de Euler - Lagrange para sistemas dinámicos de N grados de libertad (DOF) con el

fin de obtener la descripción del comportamiento de la bola sobre la placa.

#### 1. Marco Teórico

El sistema de balance ball on plate es una forma extendida del sistema ball on beam en la que una bola se desplaza por una viga como se observa en la Figura 1, por tanto, el sistema tiene la libertad en la dirección que se desplaza la bola (un eje de coordenada), el movimiento es controlado por medio de un actuador que recibe las señales para el control del movimiento en la bola. El sistema ball on plate es un sistema no - lineal multivariable (MIMO). Está compuesto por una bola sobre una placa que rota alrededor de los ejes perpendiculares X y Y, de esta forma la bola se mueve bajo la influencia de la fuerza de gravedad sobre la superficie del plano.

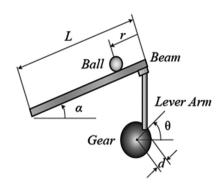


Figura 1. Configuración física de un sistema ball on beam [1]

El objetivo es llevar la esfera de una posición inicial a una posición final dentro del plano y estabilizarla, donde la posición de la esfera es controlada por la inclinación del plano [2].

## 1.1 Etapa mecánica

La estructura física de un sistema ball on plate, en un sistema de balance, se enfrenta al desafío de control multivariable, se trabaja consimulacionescomputarizadas al llevarla a prototipos pero reales se encuentran un sin número de opciones como se describen a continuación:

## 1.1.1 Plataforma con 6 DOF

La Imagen 1 muestra un prototipo universitario en sistemas de control mecatrónicos de la Universidad Estatal de San José en California. desarrolladores plantearon el provecto con el obietivo de crear un simulador de movimiento a partir del sistema ball on plate, los detalles de los materiales usados para el prototipo expresan en la cuenta de Full Motion Dynamic, 2012.

"La plataforma de 6 DOF es un prototipo de prueba de concepto hemos creado para proyecto senior (simulador de movimiento). Aquí, estamos utilizando 2 ejes de la plataforma como la salida de un controlador PID utiliza panel aue un táctil resistivo montado en la plataforma como entrada. Todo el proceso se está haciendo en un Arduino Uno que está controlando 6 R / C ser vomotores", [3].

implementados y el objetivo del prototipo físico en la que resaltan el uso de una placa táctil tipo resistiva, seis servomotores conectados y controlados con un Arduino uno. En el video se pueden observar el buen desplazamiento de la bola sobre la placa en la que controlan no solo la posición en un punto fijo sino también unos recorridos.

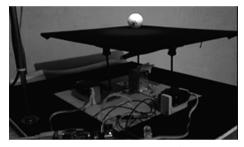
## 1.1.2 Plataforma con sensor óptico

En la Imagen 2, se observa una estructura con cámara fija en la que el autor utiliza dos servomotores, una placa de madera y una plataforma Arduino Mega.

1.1.3 Para el siguiente montaje en el que permiten visualizar el punto de apoyo de la plataforma como se muestra en la Imagen 3, se muestra la característica tipo rotula de quien sostiene la placa.



**Imagen 1.** Plataforma con 6 grados de libertad [3]



**Imagen 2.** Estructura física con webcam [4]

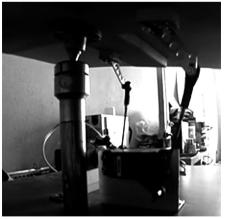


Imagen 3. Estructura tipo
rotula [5]

#### 1.2 Etapa de control

Un controlador automático compara el valor real de la salida de una planta con la entrada de referencia (el valor deseado), determina la desviación y produce una señal de control que desviará a cero o a un valor pequeño. La manera en la cual el control automático produce la señal de control se denomina acción de control [6].

A nivel industrial se tienen varios sistemas de control con los que trabajan las máquinas para ser su sistema autónomo. El controlador más implementado para el sistema ball on plate es el PID.

#### 1.2.1 Control PID

Los parámetros básicos a tener en cuenta sobre el control proporcional, integral, derivativo (PID), se explican en la Figura 2.

**P:** es el control proporcional que consiste en el producto

entre la señal de error y la constante proporcional, quedando un error en el estado estacionario casi nulo.

**I:** es el control integral que tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario, provocado por el control proporcional.

**D:** es el control derivativo que considera la tendencia del errory permite una repercusión rápida de la variable después de presentarse una perturbación en el proceso.

La estructura del controlador tiene suficiente flexibilidad para alcanzar los resultados de minimizar el error de posición de la bola y rechazar las perturbaciones que se presenten.

Otras técnicas de control implementadas son el control difuso con redes neuronales, en donde se entrenan las redes y el Regulador Lineal Cuadrático LQR, los cuales mejoran el tiempo de

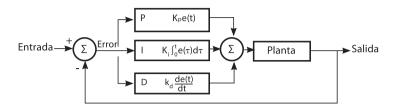


Figura 2. Diagrama básico control PID

respuesta ante perturbaciones del sistema, logrando llevar al setpoint deseado.

## 1.3. Sensores y actuadores

Los sensores permiten medir la ubicación de la bola para enviar señales de control a los actuadores aue generan el movimiento sobre la placa. Los sensores que fueron encontrados diferentes prototipos en los estudiados son: pantallas táctiles tipo resistivas, UMI (Unidad de Medición Inercial) que se compone principalmente de un acelerómetro, giroscopio y una brújula magnética y cámaras de video.

## 2. Materiales y Métodos

La estructura física que se eligió para implementar fue en base a la Figura 3, que está compuesta por dos servomotores y una webcam que indica la posición de la bola sobre la placa.

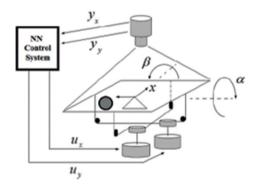


Figura 3. Sistema ball on plate a diseñar

Mediante Solidworks, software Tecnoparque Neiva, cada una diseño asistido para computador (CAD por sus siglas en inglés), se diseñaron y ensamblaron en las instalaciones de la Red

por de las piezas que se utilizaron para la construcción del prototipo final, tal y como se observa en la Figura 4 y Figura 5.



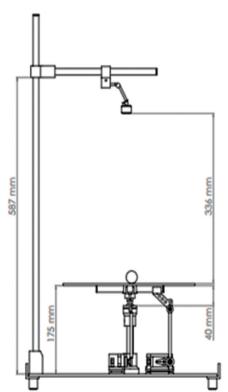
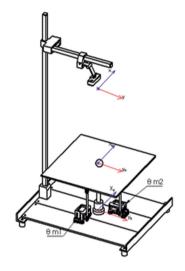


Figura 4. Diseño de la plataforma Figura 5. Descripción de la plataforma

## 2.1 Modelamiento Matemático



*Figura 6.* Sistema con coordenadas cartesianas

El sistema de la Figura 6, cuenta con cuatro variables, los ángulos de inclinación de la placa y los ángulos de los servomotores respectivamente  $(q_1, q_2, \theta_{m1}, \theta_{m2})$ . Se asumen coordenadas generalizadas del sistema para la posición de la bola sobre la placa (xb, yb); en el centro de la placa se toma como punto de coordenada de origen  $(x_0, y_0)$ .

El modelo matemático del sistema fue basado en el modelo calculado por S. Awtar [7]. La energía cinética de la bola consiste en su rotación tanto con respecto a su centro de masa como a su energía traslacional.

Las variables se simplifican porque los ángulos de la placa están relacionados con los ángulos de los servomotores ya que solo dos de ellas son independientes, lo que hace que el sistema tenga dos grados de libertad. La relación lineal está dada así:

$$q_1 = \theta m_1 (1)$$

$$q_2 = \simeq \theta m_2$$
 (2)

Las ecuaciones dinámicas para sistemas congrados de libertad se obtienen usando las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{q}_i} - \frac{\delta T}{\delta q_i} + \frac{\delta V}{\delta q_i} = Q_i \quad (3)$$

 q<sub>i</sub> es la posición en la direccion de i - coordenada

cinética Т la energía es del sistema

la potencial es energía del sistema

es la fuerza compuesta. Q

Εl conjunto acoplado ecuaciones completa del sistema no lineal está dado por las siguientes ecuaciones: dirección en el eje x:

$$\mathsf{m}_b \ \mathsf{gr}_b \ \mathsf{sinq}_2 \ \mathsf{cosq}_1 - \mathsf{m}_b \ \mathsf{r}_b \ [(\mathsf{h} + \mathsf{r}_b) \ddot{\mathbf{q}}_2 \ - \ \mathsf{y}_b \ \ddot{\mathbf{q}}_1 \ \mathsf{sinq}_2 \ - \ \mathsf{x}_b \ \dot{\mathbf{q}}_1^2 \ - \ \mathsf{x}_b \ \dot{\mathbf{q}}_1^2 \ \mathsf{sin}^2 \ \mathsf{q}_2 +$$

$$(h+r_b) \dot{q}_1^2 \sin q_2 \cos q_2 - 2\dot{y}_b \dot{q}_1 \sin q_2 + \ddot{x}_b] - I_b ((\ddot{x}_b/r_b) + \ddot{q}_2) = 0$$
 (4)

dirección en el eje y:

$$(m_b gr_b sinq_1) + m_b r_b [x_b (\ddot{q}_1 sinq_2 + \dot{q}_2 \dot{q}_1 cosq_2) - (h + r_b) (\ddot{q}_1 cosq_2 - \dot{q}_2 \dot{q}_1 sinq_2) +$$

$$\dot{q}_{2}\dot{q}_{1}\left(h+r_{b}\right)\sin q_{2}-y_{b}\dot{q}_{1}^{2}+x_{b}\dot{q}_{2}\dot{q}_{1}\cos q_{2}+2\dot{x}_{b}q_{1}\sin q_{2}+\ddot{y}_{b}]+I_{b}\left(\left(\frac{\ddot{y}_{b}}{r_{b}}\right)-\ddot{q}_{1}\cos q_{2}+\dot{q}_{2}\dot{q}_{1}\sin q_{2}\right)=0 \tag{5}$$

Las ecuaciones no lineales son determinado conjunto de valores poco usadas para el diseño de controladores basada en la teoría de control lineal, por tanto, estas ecuaciones deben ser lineal en un punto de operación, el cual se da cuando existe un equilibrio.

$$q_1 = q_2 = x_b = y_b = 0$$
 (6)

Esto llevó siguientes las funciones de transferencia para

y parámetros.

$$\frac{x_b}{q_2} = \frac{-0.035s^2 + 7}{s^2} \qquad (7)$$

$$\frac{y_b}{q_1} = \frac{-0.035s^2 - 7}{s^2}$$
 (8)

Como se observa se puede trabajar con funciones transferencias desacopladas, por tanto, aplica control para cada coordenada de movimiento (x, y).

### 3. Resultados

**3.1** La plataforma se diseñó con visión de cámara fija como se observa en la Figura 7, la cámara captura las coordenadas en el espacio de la placa donde se desplaza (coordenadas x\_b,y\_b); para suspender la webcam se utilizaron perfiles de aluminio cuadrado y se ensamblaron con piezas diseñadas con el software CAD y construidas con la impresora 3D.

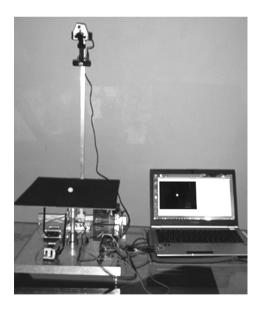


Figura 7. Plataforma real

**Tabla 1.** Datos y nomenclatura de la plataforma real

Variable	Nomenclatura	Medida
Distancia de la placa al punto de apoyo	h	0,04m
Radio de la bola	r <sub>b</sub>	0,02m
Masa de la bola	mb	0.0028Kg
Masa de la placa	m <sub>p</sub>	0.445Kg
Inercia de la placa	$I_p$	3,33e <sup>-3</sup> kg.m <sup>2</sup>
Inercia de la bola	Ib	449e <sup>-9</sup> kg.m <sup>2</sup>

En la Tabla 1, se muestran datos adicionales de la plataforma real, la inercia de la bola y la placa fueron calculadas con ayuda de la página web [11]

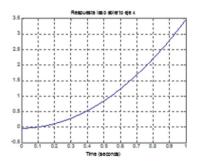
Inercia<sub>placa</sub> = 
$$\frac{m_p + L_p^2}{12} = 3.33e^{-3} \text{kg.m}^2$$
 [11]

Inercia<sub>bola</sub> = 
$$\frac{2}{5}$$
 m<sub>b</sub> r  $\frac{2}{b}$  = 449e <sup>-9</sup> kg.m<sup>2</sup> [11]

**3.2.** Respuesta en lazo abierto de los modelos matemáticos mediante Matlab®,

una vez obtenida la planta que Los controladores PD en tiempo modelara el prototipo físico, se analizó su comportamiento ante un paso.

La Figura 8 muestra claramente que la planta es inestable mostrando la dificultad trabajar con servomotores que por su misma estructura interna tienen holguras y retardos que retrasan respuesta la ante cambios.



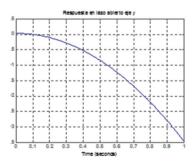


Figura 8. Respuesta en lazo abierto

discreto para cada coordenada son:

$$C1_{PDx} = \frac{0.3828 + 0.007975}{0.24s + 1}$$

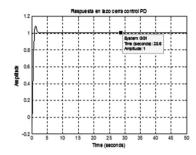
$$C2_{PDx} = \frac{-0.38s -0.007975}{0.24s + 1}$$

La Figura 9 muestra el tiempo que tarda en estabilizarse el sistema ante un paso (Amplitud: 1), obteniendo un tiempo de 28.6 segundos, esto quiere decir que los motores que controla el desplazamiento sobre los eies de coordenada (X, Y) todo ese tiempo tardarían en responder ante una señal de control. Por tal motivo, se diseñaron los controladores con control proporcional, integral y derivativo para mejorar la respuesta del sistema ante una señal de control.

#### **Controladores PID**

$$C1_{PIDX} = \frac{0.0013671 * (1+5.6s) (1+48s)}{s(1+0.2)}$$

$$C2_{PIDY} = \frac{-0.0013671 * (1+5.6s) (1+48s)}{s(1+0.2)}$$



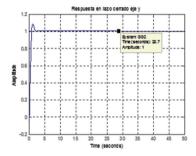


Figura 9. Respuesta controlador en lazo cerrado eje YOs aut evelluptat. Nullam

# 4. Discusión y Recomendaciones

Al revisar la Figura 7 se observa la respuesta de la planta en lazo abierto, permite ver claramente la inestabilidad del sistema ball on plate para cada una de las coordenadas.

Al aplicar lazo cerrado con los controladores PD observados en las Figura 8-9, se deduce que la estabilidad del sistema es lento, haciendo necesario aplicar el bloque de control integral con el fin de mejorar el tiempo de establecimiento.

Los controladores PID mejoran el tiempo de establecimiento en un porcentaje del 100%. Las plantas están simuladas en tiempo continuo, para ser aplicadas sobre el prototipo se discretizaron fueron llevadas con seguimiento de las coordenadas por una webcam, el tiempo de retardo de la recepción y envío de la señal es la tarea a mejorar para trabajos posteriores.

Para trabajo futuro se pueden implementar más controladores e incluso otras herramientas electrónicas que permitan mejorar la adquisición y

procesamiento de imágenes como una Myrio de National Instrument o una tarjeta FPGA.

#### 5. Conclusiones

Los sistemas de control en tiempo real son un reto por el tiempo de captura de la información y el procesamiento de la máquina, el tiempo de muestreo que se logró para la adquisición de la imagen fue de 50ms y un total de 15 fotogramas.

Los servomotores de engranaje metálicos implementados con su conexión y ensamble tipo palanca, con los acoples de la placa restringe el grado de inclinación a un máximo de 30°, permitiendo desplazamientos armónicos de la bola por la placa.

Con la plataforma mecatrónica se pueden implementar software y tarjetas de control que permitan a los estudiantes no tener límites para la programación. Software como Matlab, Labview y tarjetas de adquisición de imágenes como FPGA, pueden ser implementadas en el mecanismo ball on plate diseñado, logrando el objetivo de un sistema didáctico para el aprendizaje de control.

## **Bibliografía**

Matlab® & SIMULINK. "Control tutorials: Ball on Beam" Disponible en: http://ctms.engin. umich.edu/ CTMS/index.

Pérez Olvera, C.A. Control visual difuso de un sistema no-lineal. Tesis final de grado, Centro de investigación en computación, Instituto Politécnico Nacional, México D.F, México. 2009. Disponible en: http:// www.saber.cic.ipn.mx/cake/ SABERsvn/trunk /Repositorios/ webVerArchivo/310/1. Consulta [03/09/2004]

Full Motion Dynamic. (17/12/2012). Ball and Plate PID control whit 6DOF Stewart pltform. Disponible

en: https://www.youtube.com/watch?v=j4OmVLc\_oDwblogger45. (5/08/2012).

Ball on Plate using Webcam, Arduino and Simulik (Step Response). Disponible en: https://www.youtube.com/ watch?v=JwS0zQOs\_oA

Maxisokol S. (16/08/2013).
Ball & Plate: MATLAB/Simulink
+ WiiRemote hack, PID automatic
control Project. Disponible
en: https://www.youtube.com/
watch?v=vIrVM1Ifvpo

OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de Control Moderna, Tercera edición. Prentice Hall, 1998, pág. 995.

Awtar, Shorya, Bernard C y otros. "Mechatronic design of a ball-on- plate balancing system", 2002, n° 12, pág. 217-118. Disponible en: http://psdl.engin.umich.edu/pdf/ballonplate\_mechatronics.pdf [Consulta: 14-10-2014].

Bruce, Jonathan, Keeling Cris y Rodriguez Ronals. "Four Degree of fredom control sistema using a ball on plate". Degree in Mechatronic Engineering. Southern Polytechnic State University. 2011. [Consulta: 20-10-2014].

Pérez Olverda, César Aarón. ''Control visual difuso de un sistema no-lineal''. Tesis de grado en Maestro en Ciencias de la Computación. 2009, pág. 57.

Fernández, Adriana. 'Diseño e implementación de sistemas de control de tiempo real mediante herramientas de generación automática de código". Tesis de grado en Ingeniería Automática y Electrónica Industrial. Universidad Politécnica de Cataluya (UPC).

García, Ángel Francisco. 'Cálculo del momento de inercia'.

Disponible en:http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/din\_rotacion/inercia/inercia.htm

[Consulta: 10/10/2014]