

Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I
18 de Febrero de 2021. Convocatoria extraordinaria.

NOMBRE:

1. Se pide:

1.1 Probar que el cambio de variable $u = g(x)$ transforma la ecuación

$$g'(x) \frac{dx}{dt} + p(t)g(x) = q(t)$$

en una ecuación lineal de primer orden.

1.2. Calcular de forma implícita la solución general de

$$e^{x^2} \left(2x \frac{dx}{dt} + \frac{2}{t} \right) = \frac{1}{t^2}.$$

1.3 Encontrar la solución particular con condición inicial $x(2) = -\sqrt{\ln 2}$ y calcular su intervalo maximal de definición.

2. Se considera la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy + x^2}.$$

Se pide

2.1 Discutir los posibles dominios de la ecuación.

2.2. Hacer un esbozo del campo de direcciones.

2.3 Escrita de la forma

$$-y^2 + (xy + x^2) \frac{dy}{dx} = 0,$$

comprobar que admite un factor integrante de la forma $\mu\left(\frac{y}{x}\right)$ y usarlo para calcular la solución general.

3. Encuentre la solución general de la ecuación

$$x'' + 2x' + 10x = e^t.$$

4.

4.1 Demuestre que toda matriz cuadrada A con 0 como único valor propio es nilpotente.

4.2 Se considera la matriz

$$A = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} -ab & -b^2 \\ a^2 & ab \end{pmatrix},$$

donde a, b, d son números reales con $d \neq 0$. Calcule la matriz fundamental principal en cero del sistema lineal $x' = Ax$.