Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I
14 de Enero de 2022. Convocatoria ordinaria.

NOMBRE:

1. Calcula la familia de trayectorias ortogonales a la familia de curvas

$$x = y - 1 + Ce^{-y}, \qquad C \in \mathbb{R}.$$

Esboza las gráficas de las curvas.

2. Encuentra la solución general de la ecuación

$$2y + x + (x^2 - 1)\frac{dy}{dx} = 0$$

mediante el método del factor integrante.

3. Dado $x_0 \in \mathbb{R}$, se considera la recurrencia

$$x_{n+1}(t) = e^t \int_0^t e^{-s} x_n(s) ds + x_0.$$

Demuestra que la sucesión converge uniformemente en intervalos compactos. Encuentra la ecuación diferencial que verifica la función límite.

4. Dadas dos funciones continuas $a, b : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, se considera el sistema lineal

$$x' = A(t)x$$

donde

$$A(t) = \begin{pmatrix} a(t) + b(t) & b(t) - a(t) \\ b(t) - a(t) & a(t) + b(t) \end{pmatrix}.$$

1. Demuestra que para cada t, la matriz $A(t)$ es diagonalizable con una matriz de paso P constante, de forma que $A(t) = PD(t)P^{-1}$, con $D(t)$ matriz diagonal (indicación: comprobar que $2a(t), 2b(t)$ son valores propios).

2. Comprueba que el cambio $x = Py$ convierte el sistema en diagonal

3. Usa el método anterior para resolver el sistema con $a(t) = t, b(t) = \operatorname{sen}(t)$.