UNIVERSIDAD DE GRANADA

Ejercicios Propuestos SCD

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Autor:

Quintín Mesa Romero

Ejercicio Propuesto 1

Demostrar que el siguiente programa calcula la suma los factoriales de los N primeros naturales.

```
i=1; suma=0; f=1;

while i <> N+1 do

    begin

        suma= suma+f;

        i= i+1;

        f=f*i;

    end
enddo
```

Para llavar a cabo la demostración de este programa, dado que cada una de las líneas que lo conforman son o bien un axioma o se deriva de la anterior mediante una regla de inferencia, haremos uso de los axiomas y las reglas de inferencia vistas en clase. Procedamos a ello pues:

Precondición: $\{i = 1; \text{suma} = 0; f = 1\}$;

while $i \neq N + 1$ do

begin

Iteramos mientras que $i \neq N + 1 \iff i - 1 \neq N$ y por consiguiente que la suma $suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!$ y $f = i!$. Es decir, establecemos la condición de iteración:

$$\{i - 1 \neq N; \ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!; \ f = i!\}$$

suma $=$ **suma** $+$ **f**;

Aplicamos aquí el **Axioma de asignación** sobre la variable suma:

$$\{i - 1 \neq N; \ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!; \ f = i!\}^{suma}_{suma-f} \equiv$$

$$\{i - 1 \neq N; \ ; suma - f = \sum_{k=1}^{i-1} k!; \ f = i!\} \overset{*}{\equiv}$$

$$\{i - 1 \neq N; \ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k! \ + f; \ f = i!\} \equiv$$

$$\{i - 1 \neq N; \ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k! \ + \ i!; \ f = i!\} \equiv$$

$$\{i-1 \neq N;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i} k!;\ f = i!\}$$

*****: Cambiamos el valor de la variable objetivo por el de suma-f.

Se actualiza el índice iterador: $i = i + 1$

Volvemos a aplicar de nuevo el axioma de asignación cambiando el valor de la variable i por el de $i - 1$:

$$\{i-1 \neq N;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i} k!;\ f = i!\}^{i}_{i-1} \equiv$$

$$\{i \neq N+2;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ f = (i-1)!\} \equiv$$

$f = f * i;$

Aplicamos por tercera vez el axioma de asignación. Esta vez sobre la variable f, cambiando su valor por el de f/i:

$$\{i \neq N+2;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ f = (i-1)!\}^{f}_{f/i(*)} \equiv$$

$$\{i \neq N+2;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ \frac{f}{i} = (i-1)!\} \equiv$$

$$\{i \neq N+2;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ f = (i-1)! \cdot i\} \equiv$$

$$\{i \neq N+2;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ f = i!\} \equiv$$

(*): No hay problemas en f/i porque se está suponiendo que i comienza en 1.

end

enddo

La postcondición a la que llegamos es que:

$$\{i = N+1;\ ; suma = \sum_{k=1}^{i-1} k!;\ f = i!\} \equiv_{i-1=n}$$

$$\{i = N+1;\ ; suma = \sum_{k=1}^{n} k!;\ f = (n+1)!\}$$

Luego, efectivamente, se llega a que $suma = \sum_{i=1}^{n} i!$. Esto es, el programa calcula correctamente la suma de los factoriales de los N primeros números naturales.