**Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I**
**4 de Febrero de 2020. Final.**

**NOMBRE:**

**1.** Consideremos $h, g$ dos gunciones continuas y positivas verificando que para todo $A > 0$

$$\lim_{B\to+\infty} \int_A^B \frac{ds}{g(s)} = +\infty.$$

Se considera el problema $x' = h(t)g(x)$ con condición inicial $x(t_0) = x_0$, siendo $t_0, x_0 > 0$.

1.1 Demuestra que toda solución es estrictamente creciente.

1.2 Demuestra que si $\int_{t_0}^{+\infty} h(t)dt < +\infty$, entonces toda solución tiene límite finito cuando $t \to +\infty$.

**2.** Resuelve la ecuación

$$y' = \frac{2xy - y^2}{x^2}.$$

**3.** Se pretende encontrar la solución general de

$$(1-x)y'' + xy' - y = (1-x)^2$$

3.1 Para la ecuación homogénea, calcula un sistema fundamental, sabiendo que $e^x$ es una solución particular.

3.2 Encuentra la solución general de la ecuación de partida.

3.3 Discute el intervalo maximal de definición de las soluciones.

**4.** Resuelve el sistema $y' = Ay$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$