Universidad de Granada. Ecuaciones Diferenciales I
14 deDiciembre de 2019. Segunda prueba.

NOMBRE:

1. Se considera la ecuación diferencial

$$x'' + a(t)x = 0,$$

con $a(t)$ es una función continua.

1.1 Demuestra que si $x_1(t)$ es una solución positiva definida en I, entonces

$$x_2(t) = x_1(t)\int_{t_0}^{t} \frac{ds}{x_1(s)^2},$$

donde $t_0 \in I$, también es solución.

2.2 Demuestra que forman un sistema fundamental.

2. Consideramos el problema de valores iniciales

$$x' = f(x), \qquad x(t_0)x_0,$$

con f continua y globalmente Lipschitziana, i.e., existe $L > 0$ tal que

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

para todo x, y. Demuestra que la sucesión de iterantes

$$x_0(t) \equiv x_0, \quad x_{n+1}(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} f(x_n(s))ds$$

converge uniformemente en intervalos compactos a una solución del problema.

3. Resuelve el sistema $y' = Ay$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Sea A una matriz cuadrade de orden 3 con λ valor propio real triple.

4.1 Clasifica las posible matrices de Jordan asociadas.

4.2 Demuestra que si λ es negativo, todas las soluciones de $x' = Ax$ tienden a cero cuando $t \to +\infty$.