ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INTRODUCCIÓN A LA PROBABILIDAD

1º DGIIM 2020-2021

RELACIÓN 5

José Luis Mera Cardoso
Francisco Nicolás Medina Rosas
Quintín Mesa Romero
Cristóbal Merino Saez
Mario Megías Mateo

Relación 5

① a) $\sum_{i=1}^{20} P(X=i) = 1 \iff \sum_{i=1}^{20} ki = 1 \iff k\sum_{i=1}^{20} i = 1 \iff 210k = 1 \quad k = \frac{1}{210}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & i<1 \\ \frac{1}{210} & 1\leq i<2 \\ \frac{3}{210} & 2\leq i<3 \\ \frac{6}{210} & 3\leq i<4 \\ \vdots & \\ \frac{190}{210} & 19\leq i<20 \\ 1 & i\geq 20 \end{cases}$$

$P(X=4) = \frac{4}{210}$

$P(X<4) = P(X\leq 4) - P(X=4) = \frac{10}{210} - \frac{4}{210} = \frac{6}{210}$

$P(3\leq X\leq 10) = P(X\leq 10) - P(X<3) = \frac{55}{210} - \frac{3}{210} = \frac{52}{210}$

$P(3<X\leq 10) = P(X\leq 10) - P(X\leq 3) = \frac{55}{210} - \frac{6}{210} = \frac{49}{210}$

$P(3<X\leq 10) = P(3<X\leq 10) - P(X=10) = \frac{49}{210} - \frac{10}{210} = \frac{39}{210}$

b) 20 monedas si $X<4$, 24 monedas si $X=4$ y -1 monedas si $X>4$

$P(X<4) = \frac{6}{210}$

$P(X=4) = \frac{4}{210}$

$P(X>4) = 1 - P(X<4) - P(X=4) = \frac{200}{210}$

$EX = \sum_i x_i P[X=x_i] = \frac{8}{105} \approx 0.076$. El juego es favorable pero al serlo tan poco favorable no se obtendría mucha ganancia.

2) 10 bolas y 8 son blancas

X ::= "Sacar dos bolas blancas"

a) $P(X=0)=\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{9}=\frac{1}{45}$

$P(X=1)=\frac{8}{10}\cdot\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{9}=\frac{16}{45}$

$P(X=2)=\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}=\frac{28}{45}$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ \frac{1}{45} & 0\leq x<1 \\ \frac{17}{45} & 1\leq x<2 \\ 1 & x\geq 2 \end{cases}$$

b) $E[X]=\sum_{i=0}^{2} x_i P[X=x_i]=0\cdot\frac{1}{45}+1\cdot\frac{16}{45}+2\cdot\frac{28}{45}=1.6\simeq 2$ bolas blancas es el valor esperado

$\frac{n}{2}=\frac{45}{2}=22.5$ $Me=2$ Hay 50% de opciones de que salga menos de 2.

La moda es 2 ya que tiene la probabilidad más alta y por lo tanto es en principio el valor que más se repetirá

c) $0.75\cdot 45=33.75$ $Q_3=2$

$0.25\cdot 45=11.25$ $Q_1=1$

$R_I=Q_3-Q_1=2-1=1$ El intervalo en el que se encuentra el 50% de los sucesos ocurridos en el estudio de la variable aleatoria realizado tiene una amplitud de 1

③ $P(X=x)=2^{-x}$

a) $¿\sum_{i=1}^{\infty} P[X=x_i]=1?$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{2^x}=\frac{1/2}{1-1/2}=1$$ Se cumple que la función masa sume uno

$¿0 \leq P[X=x_i] \leq 1?$

Claramente la función masa es siempre positiva por lo que es trivial que $0 \leq P[X=x_i]$.

Como $P[X=x_i]=\frac{1}{2^x} \leq \frac{1}{2} < 1$ por lo que se cumple que $P[X=x_i] \leq 1$.

Por lo tanto $P[X=x_i]$ es una función masa correcta

b) $P[4 \leq X \leq 10]=P[X \leq 10]-P[X<4]=\sum_{i=1}^{10} 2^{-x}-\sum_{i=1}^{3} 2^{-x}=\frac{127}{1024} \simeq 0.124$

c) A medida que aumentamos el número de lanzamientos va disminuyendo la probabilidad por lo que la moda es el 1 ya que tiene el mayor valor en la función masa

El $Q_1=1$ ya que $0.25 \cdot 1=0.25$ y $0.25<0.5=P[X \leq 1]$.

El $Q_2=1.5$ ya que $0.5 \cdot 1=0.5=P[X \leq 1]$ por lo tanto tomamos la media entre 1 y el siguiente dato que es el 2.

El $Q_3=2.5$ por el mismo motivo de antes ya que $P[X \leq 2]=0.75$

El $Q_4=\infty$

d) $M_X(t)=E[e^{tX}]=\sum_{i=1}^{\infty} e^{ti} \cdot 2^{-i}=\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{e^t}{2}\right)^i \overset{t \leq 0}{=} \frac{\frac{e^t}{2}}{1-\frac{e^t}{2}}=\frac{e^t}{2-e^t}$

$EX=M'_X(t)\Big|_{t=0}=\frac{e^t(2-e^t)+e^{2t}}{(2-e^t)^2}\Big|_{t=0}=2$

$EX^2=M''_X(t)\Big|_{t=0}=\frac{(e^t(2-e^t)-e^{2t}+2e^{2t})(2-e^t)^2-(-2e^t(2-e^t))(e^t(2-e^t)+e^{2t})}{(2-e^t)^4}\Big|_{t=0}=$

$=\frac{(e^t(2-e^t)+e^{2t})(2-e^t)+2e^t(e^t(2-e^t)+e^{2t})}{(2-e^t)^4}\Big|_{t=0}=6$

$VAR(X)=E[X^2]-(EX)^2=6-4=2 \qquad \sigma=\sqrt{2}$

(4)

$$f(x)=\begin{cases} k_1(x+1) & 0\le x\le 4 \\ k_2 x^2 & 4<x\le 6 \end{cases}$$

$$P(0\le X\le 4)=\int_0^4 k_1(x+1)\,dx = k_1\int_0^4 x+1\,dx = k_1\left(\frac{x^2}{2}+x\right]_0^4 = 12k_1 = \frac{2}{3}$$

$$k_1=\frac{1}{18}$$

$$P(4<X\le 6)=\int_4^6 k_2x^2 = k_2\int_4^6 x^2 = k_2\left[\frac{x^3}{3}\right]_4^6 = k_2\left(72-\frac{64}{3}\right) = k_2\frac{152}{3}=\frac{1}{3}$$

$$k_2=\frac{1}{152}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \int_0^x \frac{(x+1)}{18}dx & \text{si } 0\le x\le 4 \quad \int_0^x\frac{(x+1)}{18}dx=\frac{1}{8}\left(\frac{x^2}{2}+x\right)_0^x=\frac{x^2}{16}+\frac{x}{8} \\ \int_0^4\frac{(x+1)}{18}dx+\int_4^x\frac{x^2}{152}dx & \text{si } 4<x\le 6 \quad =\frac{2}{3}+\int_4^x\frac{x^2}{152}=\frac{2}{3}+\frac{1}{152}\left(\frac{x^3}{3}\right]_4^x=\frac{2}{3}+\frac{x^3}{456}+\frac{8}{57} \\ 1 & \text{si } x>6 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<0 \\ \frac{x^2}{16}+\frac{x}{8} & \text{si } 0\le x\le 4 \\ \frac{x^3}{456}+\frac{10}{19} & \text{si } 4<x\le 6 \\ 1 & \text{si } x>6 \end{cases}$$

(5) a) $f(x)=\frac{k}{x^2} \quad 1\leq x\leq 10$

Para que esté bien definida la función de densidad

$$\int_1^{10}\frac{k}{x^2}dx = k\int_1^{10}\frac{1}{x^2}dx = k\left(-\frac{1}{x}\right]_1^{10} = k\frac{9}{10} \overset{\uparrow}{=} 1 \quad k=\frac{10}{9}$$

$$F_X = \begin{cases} 0 & x<1 \\ \int_1^x \frac{10}{9x^2}dx = \frac{10}{9}\int_1^x\frac{1}{x^2}dx = \frac{10}{9}\left(-\frac{1}{x}\right]_1^x = \frac{10}{9}\left(1-\frac{1}{x}\right) = \frac{10}{9}-\frac{10}{9x} & 1\leq x\leq 10 \\ 1 & x>10 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0 & \text{si } x<1 \\ \frac{10}{9}-\frac{10}{9x} & \text{si } 1\leq x\leq 10 \\ 1 & \text{si } x>10 \end{cases}$$

b) $P[2\leq X\leq 5] = \int_2^5 \frac{10}{9x^2} = \frac{10}{9}\left(-\frac{1}{x}\right]_2^5 = \frac{10}{9}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{3} = F(5)-F(2)$

c) $Me = F(x) = 0.5 \iff \frac{10}{9}-\frac{10}{9x} = 0.5 \iff \frac{11}{18} = \frac{10}{9x} \iff \frac{99x}{18} = 10 \iff x = \frac{180}{99} = \frac{20}{11} \simeq 1.81$

$P_{95} = F(x) = 0.95 \iff \frac{10}{9}-\frac{10}{9x} = 0.95 \iff \frac{10}{9x} = \frac{29}{180} \iff x = \frac{200}{29}$

d) $EX = \int_1^{10} x f(x)\,dx = \int_1^{10} x\frac{10}{9x^2}dx = \int_1^{10}\frac{10}{9x}dx = \frac{10}{9}\int_1^{10}\frac{1}{x}dx = \frac{10}{9}\left(\ln(x)\right]_1^{10} =$

$= \frac{10}{9}\left(\ln(10-\ln(1)\right) = \frac{10}{9}\ln(10)$

$EX^2 = \int_1^{10} x^2 f(x) = \int_1^{10} x^2\frac{10}{9x^2}dx = \int_1^{10}\frac{10}{9}dx = 10$

$VAR(X) = 10-\left(\frac{10}{9}\ln(10)\right)^2$

6. X v.aleatoria función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{10} & 1 < x \leq 2 \\ 0.4 & 4 < x \leq 6 \end{cases}$$

a) $P(1.5 < X \leq 2) = \int_{1.5}^{2} \frac{2x-1}{10} dx = \frac{1}{10}(x^2 - x) \Big/_{1.5}^{2}$

$= \frac{1}{10}(4-2) - \frac{1}{10}(1.5^2 - 1.5) = 0.125$

b) $P(2.5 \leq X \leq 3.5) = \emptyset$

c) $P(4.5 \leq x \leq 5.5) = \int_{4.5}^{5.5} 0.4\, dx = 0.4(5.5) - 0.4(4.5)$

$= 0.4$

d) $P(1.2 < X \leq 5.2) = \int_{1.2}^{5.2} f(x) dx = \int_{1.2}^{2} \frac{2x-1}{10} dx + \int_{4}^{5.2} 0.4\, dx$

$= \frac{1}{10}(x^2 - x) \Big/_{1.2}^{2} + 0.4x \Big/_{4}^{5.2}$

$= \frac{1}{10}(2) - \frac{1}{10}(1.2^2 - 1.2) + 0.4(5.2) - 0.4(4)$

$= 0.656$

Escaneado con CamScanner

b) Expresión general de los momentos no centrados y $E[x]$

Momentos no centrados

↳

$$m_k = E[x^k] \quad \forall k = 1, 2, \dots, 6$$

$$m_k = E[x^k] = \int_1^6 x^k f(x)\, dx$$

$$E[x] = m_1 = \int_1^6 x f(x) dx = \int_1^2 \frac{2x^2 - x}{10} dx + \int_4^6 0.4x\, dx$$

$$= \frac{1}{10}\left(\frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big/_1^2 + \frac{0.4x^2}{2}\Big/_4^6$$

$$= \frac{1}{10}\left(\left(\frac{2 \cdot 8}{3} - \frac{4}{2}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)\right) + \left(\frac{0.4 \cdot 36}{2} - \frac{0.4 \cdot 16}{2}\right)$$

$$= 4.31\overline{6}$$

c) Función generatriz de momentos

$$M_x[t] = E[e^{tx}] = \int_1^6 e^{tx} f(x) dx =$$

$$= \int_1^2 e^{tx}\left(\frac{2x-1}{10}\right) dx + \int_4^6 e^{tx}\, 0.4\, dx$$

$$= \frac{2xe^{tx} - e^{tx}}{10t} - \frac{e^{tx}}{5t^2}\Big/_1^2 + \frac{0.4\, e^{tx}}{t}\Big/_4^6 = \frac{3e^{2t} - e^{t}}{10t} - \frac{e^t}{10} + \frac{e^1}{5} + \frac{0.4\, e^{4t}(e^{2t}-1)}{t}$$

7. "$X \equiv$" Demanda de los clientes en miles de uno del producto "

X v.a continua $\quad f(x) = \frac{3}{4}(2x - x^2) \quad 0 \leq x \leq 2$

a) $P(0 \leq X \leq t) = \frac{1}{2} = F(t) - F(0) = \int_0^t \frac{3}{4}(2x - x^2)\,dx$

$= \frac{3}{4}\left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^t = \frac{3}{4}\left(t^2 - \frac{t^3}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$t^2 - \frac{t^3}{3} = \frac{4}{6} \iff 2t^3 - 6t^2 + 4 = 0 \iff t^3 - 3t^2 + 2 = 0 \iff \begin{matrix} t = 1 \\ t_2 = 1 + \sqrt{3} \\ t_3 = 1 - \sqrt{3} \end{matrix}$

$t_2, t_3 \notin [0,2] \Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow 1000$ € deberá tener disponible a levante al comienzo de semana.

b). $f(y) = \frac{3}{4}(4y - y^2 - 3), \quad 1 \leq y \leq 3$

$$C.V(Y) = \frac{\sqrt{\text{Var}\,Y}}{E[Y]} \qquad C.V[X] = \frac{\sqrt{\text{Var}\,X}}{E[X]}$$

$$E[X] = \int_0^2 x f(x)\,dx = \int_0^2 x \frac{3}{4}(2x - x^2)\,dx = \frac{3}{4}\int_0^2 2x^2 - x^3\,dx$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\Big/_0^2 = \frac{\cancel{3}}{4}\cdot\frac{16}{\cancel{3}} - \frac{3\cdot 16}{4\cdot 4} = 1$$

$$\text{Var}\,X = E[X^2] - E[X]^2 = \frac{3}{4}\int_0^2 x^2(2x - x^2)\,dx - 1$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{2x^4}{4} - \frac{x^5}{5}\right)\Big/_0^2 - 1 = \frac{3\cdot 32}{4\cdot 4} - \frac{3\cdot 32}{4\cdot 5} - 1 = 0.2$$

$$E[Y] = \int_0^2 y\left(\frac{3}{4}(4y - y^2 - 3)\right)dy = \frac{3}{4}\int_0^2 (4y^2 - y^3 - 3y)\,dy$$

$$= \frac{3}{4}\left(\frac{4y^3}{3} - \frac{y^4}{4} - \frac{3y^2}{2}\right)\Big/_0^2 = \frac{3}{4}\left(\frac{4\cdot 8}{3} - \frac{16}{4} - \frac{3\cdot 4}{2}\right) = 2$$

$$\text{Var}\,y = E[y^2] - E[y]^2 = \frac{3}{4}\int_0^2 y^2(4y - y^2 - 3)\,dy - 2 = \frac{1}{5}$$

$$C.V(X) = \frac{\sqrt{0.2}}{1} = \sqrt{0.2} \qquad C.V(Y) = \frac{\sqrt{0.2}}{2}$$

En cierta la sospecha, pues $C.V(Y) < C.V(X)$.

8 $Y = X+2$

$Z = X^2$

$0, 1, 4$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ 1/5 & -2 \leq x < -1 \\ 3/10 & -1 \leq x < 0 \\ 1/2 & 0 \leq x < 1 \\ 9/10 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

$P(Z=0) = P(X=0) = \frac{1}{5}$

$P(Z=1) = P(X=-1 \cup X=1) = \frac{1}{2}$

$P(Z=4) = P(X=-2 \cup X=2) = \frac{3}{10}$

$$F(Y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ 1/5 & 0 \leq y < 1 \\ 3/10 & 1 \leq y < 2 \\ 1/2 & 2 \leq y < 3 \\ 9/10 & 3 \leq y < 4 \\ 1 & y \geq 4 \end{cases}$$

$$F(Z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ 1/5 & 0 \leq z < 1 \\ 7/10 & 1 \leq z < 4 \\ 1 & z \geq 4 \end{cases}$$

(9) $Y = 2X + 3 \quad h(x) = 2x+3 \quad X = \frac{Y-3}{2} \quad h^{-1}(y) = \frac{y-3}{2}$

$Z = |X| \qquad X = -Z \quad x \in]-2,0] \; , \; h_1^{-1}(z) = -z$

$f_X(x) = \frac{1}{4} \quad -2 < x < 2 \quad X = Z \quad x \in [0,2[\quad h_2^{-1}(z) = z$

Usamos el teorema de cambios de variable aleatoria de continua a continua

$$g(y) = \begin{cases} f(h^{-1}(y))\,|(h^{-1})'(y)| & -2 < x < 2 \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

$(h^{-1})'(y) = \frac{1}{2}$

$f(h^{-1}(y)) = \frac{1}{4}$

$$g(y) = \begin{cases} \frac{1}{8} & -1 < y < 7 \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

$Y = 2(-2) + 3 = -1$

$Y = 2 \cdot 2 + 3 = 7$

$z \in [0,2[\qquad h_1^{-1}(y) = -1 \quad h_2(y) = 1$

$g_1(y) = f(h_1^{-1}(y))\,|(h_1^{-1})(y)| = \frac{1}{4}$

$g_2(y) = f(h_2^{-1}(y))\,|h_2^{-1}(y)| = \frac{1}{4}$

$$g(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \le z < 2 \\ 0 & \text{fuera} \end{cases}$$

10. X variable aleatoria con $f(x) = \frac{e^{-|x|}}{2}$ $\quad -\infty < x < \infty$

•) Función de distribución

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x}}{2} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{e^{x}}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{0} \frac{e^{-x}}{2}\, dx + \int_{0}^{x} \frac{e^{-x}}{2} & \text{si } x \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{x}}{2}\, dx & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{x} \frac{e^{t}}{2}\,dt = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{x} e^{t}\,dt = \frac{1}{2}\, e^{t}\Big]_{-\infty}^{x} = \frac{1}{2}e^{x}$$

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{t}}{2}\,dt + \int_{0}^{x} \frac{e^{-t}}{2}\,dt = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-x} + \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}e^{-x}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{x} & \text{si } x < 0 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) $P(|x| \leq 2) = P(-2 \leq x \leq 2) =$

$= F(2) - F(-2) = 1 - \frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{2}e^{-2} = 1 - e^{-2}$

b) $P(|x| \leq 2 \text{ o } x \geq 0) = P((-2 \leq x \leq 2) \cup (x \geq 0)) =$

$= P(x \geq -2) = 1 - P(x \leq -2) = 1 - F(-2) = 1 - \frac{1}{2}e^{-2}$

c) $P(|x| \leq 2 ; x \leq -1) = P((-2 \leq x \leq 2) \cap (x \leq -1))$

$= P((-2 \leq x \leq -1)) = F(-1) - F(-2) =$

$= \frac{1}{2}e^{-1} - \frac{1}{2}e^{-2}$

d) $P(x^3 - x^2 - x - 2 \leq 0)$

Escaneado con CamScanner

$x^3 - x^2 - x - 2 = 0$

$$P(x^3 - x^2 - x - 2 \leq 0) = P(X \leq 2)$$

$$= F(2) = 1 - \frac{1}{2}e^{-2}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & & 2 & 2 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^2 + x + 1 \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

e) $P(X$ irracional$)$.

$$\overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{I}$$

$P(X$ racional$) = 0 \quad \Rightarrow \quad P(X$ irracional$) = 1 - P(\mathbb{Q}) = 1 - 0 = 1$

11. X v.a cont. $\Rightarrow f(x) = 1$ con $0 \leq x \leq 1$

a) $Y = \dfrac{X}{1+X}$ $\qquad y + xy = x \Leftrightarrow y = x - xy = (1-y)x \Leftrightarrow x = \dfrac{y}{1-y}$

Teorema de cambio de variable de continua a continua

$Y = h(x)$

$$g(y) = \begin{cases} f(h^{-1}(y))\,|h^{-1\prime}(y)| & \text{si } y \in h[0,1] \\ 0 & \text{si } y \notin h[0,1] \end{cases}$$

$h^{-1}(y) = \dfrac{y}{1-y} \qquad f(h^{-1}(y)) = 1$

$h^{-1\prime}(y) = \dfrac{1}{(1-y)^2}$

Luego, $g(y) = \begin{cases} \ldots \\ 0 & \text{si } y \notin [0, 1/2] \end{cases}$

b) $Z = \begin{cases} -1 & x < 3/4 \\ 0 & x = 3/4 \\ 1 & x > 3/4 \end{cases}$ $\quad z$ es v.a discreta

Teorema de cambio de variable de continua a discreta

$$P[Z=z] = \int_{h^{-1}(z)} f(x)\,dx$$

$z = h(x)$

$$P[Z=-1] = P[X < 3/4] = \int_0^{3/4} 1\,dx = \frac{3}{4}$$

$$P[Z=0] = P[X = \tfrac{3}{4}] = 0$$

$$P[Z=1] = P[X > 3/4] = \int_{3/4}^{1} 1\,dx = \frac{1}{4}$$

12. X v. aleatoria simétrica respecto de punto 2 y C.V(X) = 1.
¿Qué puede decirse acerca de las probabilidades?

$C.V(X) = 1$

$E[X] = 2$ (simétrica respecto al punto 2

$$C.V(X) = \frac{\sqrt{Var X}}{E[X]} = 1 \iff E[X] = \sqrt{Var X}$$

<u>Desigualdad de Chebyshev</u> : $P\left(|X - EX| < K\sqrt{Var X}\right) \geq 1 - \frac{1}{K^2} \quad \forall K > 0$

$$P\left(-K\sqrt{Var} < X - EX < K\sqrt{Var X}\right) \geq 1 - \frac{1}{K^2} \quad \forall K > 0$$

$$P(-2K < X - 2 < 2K) \geq 1 - \frac{1}{K^2} \quad \forall K > 0$$

$$P(-2K + 2 < X < 2K + 2) \geq 1 - \frac{1}{K^2} \quad \forall K > 0$$

$$\shortparallel$$

$$P(-8 < X < 12) \iff K = 5$$

$$P(-8 < X < 12) \geq 1 - \frac{1}{25} \approx 0.96$$

$$P(-6 < X < 10) \geq 1 - \frac{1}{16} \approx 0.9375$$