

Ejercicio 22 Grafos LMD

Quintín Mesa Romero

April 2022

Ejercicio 22. Un grafo bipartido completo tiene 1357 lados. ¿Cuántos vértices puede tener?

Un grafo bipartito es un grafo cuyos vértices se pueden separar en dos conjuntos disjuntos, de manera que las aristas no pueden relacionar vértices de un mismo conjunto.

Un grafo bipartito completo es un grafo bipartito en que todos los vértices de uno de los subconjuntos están relacionados con los del otro subconjunto.

Más formalmente, un grafo bipartito completo $G := (V_1 \cup V_2, E)$ es un grafo bipartito tal que $\forall v_1 \in V_1, \forall v_2 \in V_2 \Rightarrow e(v_1, v_2) \in E$. Es decir, un grafo bipartito completo está formado por dos conjuntos disjuntos de vértices y todas las posibles aristas que unen esos vértices.

El grafo completo bipartito con particiones de tamaño $|V_1| = m, |V_2| = n$ y es denotado como $K_{m,n}$

Por otra parte, sabemos que un grafo bipartido completo tiene por número de aristas el valor $n \cdot m$ y por número de vértices $n + m$.

Teniendo en cuenta que el grafo del enunciado tiene 1357 lados (aristas), para calcular el número de vértices que puede tener nos basaremos en estas últimas propiedades. Para ello, factoricemos el número 1357:

$$1357 = 23 \cdot 59 \cdot 1$$

Luego, pudieran darse dos posibilidades:

- Si $m = 1$ y $n = 1357$ ó $m = 1357$ y $n = 1$, como $nAristas = m \cdot n \Rightarrow 1357 = 1 \cdot 1357$ y como $nVertices = m + n \Rightarrow nVertices = 1357 + 1 = 1358$. Estaríamos entonces en un grafo estrella $K_{1357,1}$
- Si $m = 23$ y $n = 59$ ó $m = 59$ y $n = 23$ como $nAristas = 1357 = 23 \cdot 59 \Rightarrow nVertices = m + n = 23 + 59 = 82$ y estaríamos ante un grafo $K_{23,59}$ o bien $K_{59,23}$.