Análisis Matemático I

10 de enero de 2022

(1) Teorema de la función implícita y demostración.

(1) ~~Enunciar y demostrar la regla de la cadena, acerca de la diferenciabilidad de una composición de funciones.~~

(2) Enunciar los principales corolarios de la desigualdad del valor medio y explicar su utilidad

(3) Calcular la imagen de la función $f : A \to \mathbb{R}$, donde

$$A = \{\, (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4 , \quad y \geq -1 \,\} \qquad \text{y}$$
$$f(x, y) = (x-1)^4 + y^4 + 2\,y^2\,(x-1)^2 \quad \forall\,(x, y) \in A$$

(4) Probar que el sistema de ecuaciones

$$u + v + x^2 - y^2 + z^2 = 0$$
$$u^2 + v^2 + u - 2xyz = 0$$

define funciones implícitas $u = u(x, y, z)$ y $v = v(x, y, z)$, en un entorno del origen, con $u(0,0,0) = -1/2$ y $v(0,0,0) = 1/2$. Calcular los vectores gradiente de u y v en el origen.

Análisis Matemático I

20 de noviembre de 2021

1. Estudiar la continuidad y la diferenciabilidad del campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definido por:

$$f(x,y) = \frac{y^2 \operatorname{sen} x}{x^2 + y^2} \quad \forall\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}\,, \qquad f(0,0) = 0$$

2. Explicar la definición de espacio métrico conexo, ilustrándola con ejemplos

3. Enunciar y demostrar el teorema del punto fijo

4. Sea E un espacio métrico y $f : E \to \mathbb{R}$ una función acotada. Probar que f es continua si, y sólo si, su gráfica, $\operatorname{Gr} f = \big\{\big(x, f(x)\big) : x \in E\big\}$, es un subconjunto cerrado del espacio métrico producto $E \times \mathbb{R}$.