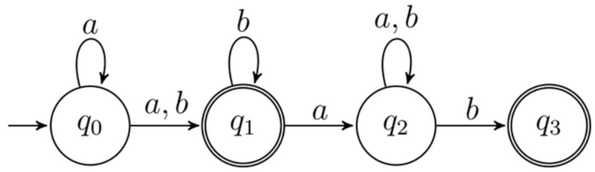
Autómatas y Lenguajes Formales
Tarea 2

Alumnos:
Torres Partida Karen Larissa
Altamirano Niño Luis Enrique

5 de marzo de 2020

1. De los AFNs que se muestran a continuación, encuentre sus equivalentes AFDs usando la construcción por subconjuntos.

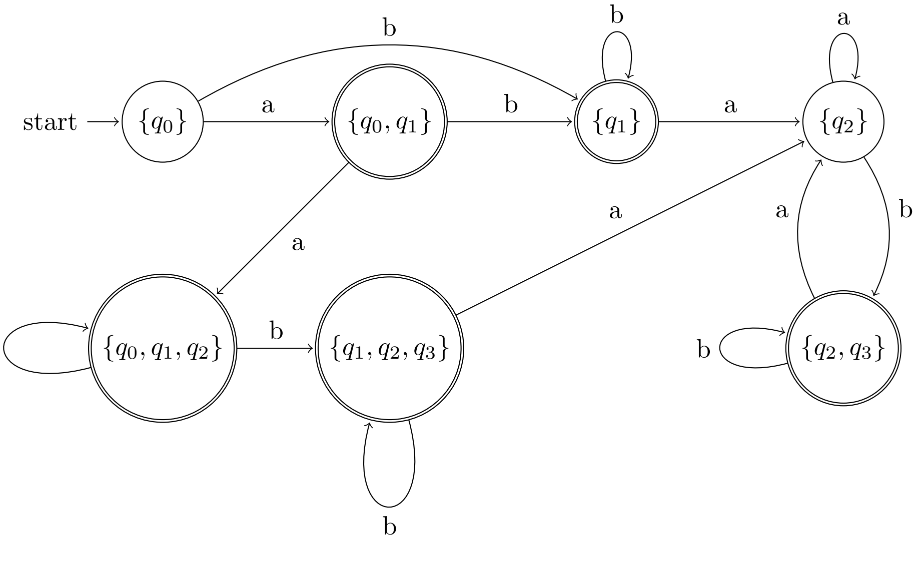
- a)



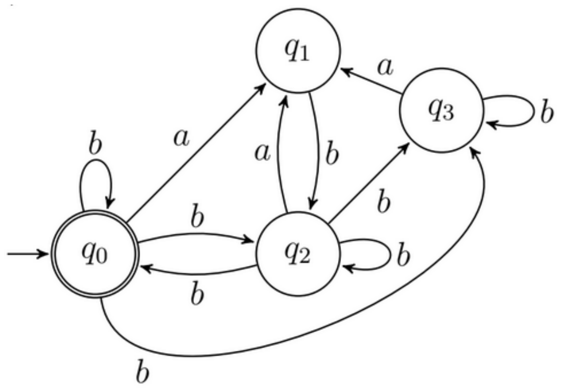
Tenemos la siguiente tabla:

	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1\}$
$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$

Y entonces el correspondiente AFD para el AFN dado está dado por:



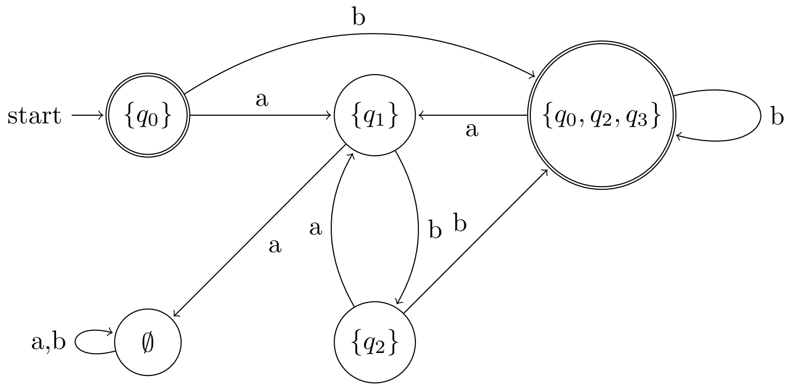
- b)



Tenemos la siguiente tabla:

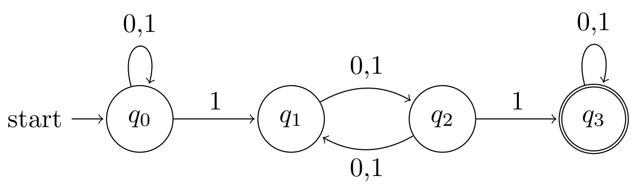
	a	b
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
$\{q_1\}$	ϕ	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$
ϕ	ϕ	ϕ
$\{q_2\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$

Y entonces el correspondiente AFD para el AFN dado está dado por:

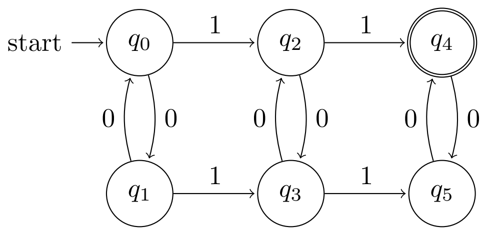


2. Construya autómatas finitos no-deterministas (AFNs) con el número especificado de estados que reconozcan los siguientes lenguajes. El alfabeto para ambos es $\{0, 1\}$.

- $\{w \mid w$ contiene un par de 1s separados por un número impar de símbolos$\}$. El AFN que diseñe debe tener cuatro estados.



- $\{w \mid w$ contiene un número par de 0s y exactamente dos 1s$\}$. El AFN que diseñe debe tener seis estados.



3. Sea $M = (Q, \Sigma, \delta_M, q_0, F)$ un AFD, y sea $N = (Q, \Sigma, \delta_N, q_0, F)$ el AFN para el cual $\delta_N(q,a) = \{\delta_M(q,a)\}$ para todo $q \in Q$ y $a \in \Sigma$. Muestre que para toda $q \in Q$ y $w \in \Sigma^*$,

$$\widehat{\delta}_N(q,w) = \{\widehat{\delta}_M(q,w)\}$$

.

Demostración:

Sean $q \in Q$ y $w \in \Sigma^*$. Procedemos por inducción sobre w.

<u>*Caso Base:*</u> Sea $w = \varepsilon$, hay que mostrar que:

$$\widehat{\delta}_N(q,\varepsilon) = \{\widehat{\delta}_M(q,\varepsilon)\}$$

Entonces:

$$\widehat{\delta}_N(q,\varepsilon) = \{q\} \qquad \text{por definición}$$

$$\{\widehat{\delta}_M(q,\varepsilon)\} = \{q\} \qquad \text{por definición}$$

Y por lo tanto $\widehat{\delta}_N(q,\varepsilon) = \{\widehat{\delta}_M(q,\varepsilon)\}$.

<u>*Hipótesis de Inducción:*</u> Sea $w = x$. Supongamos que $\widehat{\delta}_N(q,x) = \{\widehat{\delta}_M(q,x)\}$

<u>*Paso Inductivo:*</u> Sea $w = xa$. Tenemos que mostrar que:

$$\widehat{\delta}_N(q,xa) = \{\widehat{\delta}_M(q,xa)\}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
\widehat{\delta}_N(q,xa) &= \bigcup_{p_i \in \widehat{\delta}_N(q,x)} \delta_N(p_i,a) && \text{por definición de } \widehat{\delta}_N \\
&= \delta_M(\widehat{\delta}_N(q,x),a) && \text{por la construcción de un AFD dado un AFN (Nota 3 pág. 10)} \\
&= \delta_M(\{\widehat{\delta}_M(q,x)\},a) && \text{por la hipótesis de inducción} \\
&= \widehat{\delta}_M(\{\widehat{\delta}_M(q,x)\},a) && \text{Propiedad } (\widehat{\delta}_M(q,a) = \delta_M(q,a)) \\
&= \widehat{\delta}_N(\widehat{\delta}_M(q,x),a) && \text{por el lema 4.2 (Nota 3)} \\
&= \delta_N(\widehat{\delta}_M(q,x),a) && \text{Propiedad } (\widehat{\delta}_N(q,a) = \delta_N(q,a)) \\
&= \{\delta_M(\widehat{\delta}_M(q,x),a)\} && \text{por la propiedad inicial dada } (\delta_N(q,a) = \{\delta_M(q,a)\}) \\
&= \{\widehat{\delta}_M(q,xa)\} && \text{por definición de } \widehat{\delta}_M
\end{aligned}$$

Y por lo tanto $\widehat{\delta}_N(q,w) = \{\widehat{\delta}_M(q,w)\}$. ■

4. En la Definición 5.7 de la Nota 3, $\widehat{\delta}$ se definió recursivamente para un AFN-ε primero definiendo $\widehat{\delta}(q,\varepsilon)$ y luego definiendo $\widehat{\delta}(q,xa)$, donde $q \in Q$, $x \in \Sigma^*$ y $a \in \Sigma$. Proporcione una definición recursiva aceptable

en la cual la parte recursiva defina a $\widehat{\delta}(q, ax)$ en vez de $\widehat{\delta}(q, xa)$. Justifique su respuesta.

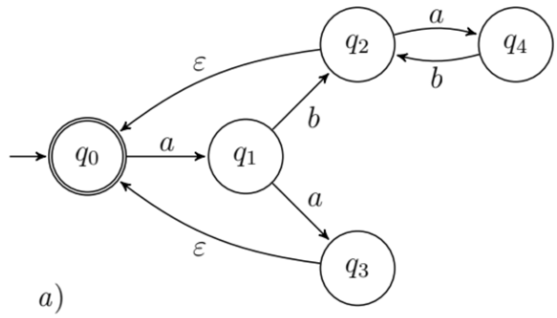
La definición recursiva es:

$$\widehat{\delta}(q, \varepsilon) = ECLOSURE(q)$$
$$\widehat{\delta}(q, ax) = \bigcup_{p_i \in \text{ ECLOSURE}(q)} \widehat{\delta}(\delta(p_i, a), x)$$

Justificación:
Funciona pues primero tomamos la ECLOSURE del primer estado, esto podrían verse como posibles primeros estados pues sin procesar nada puedes llegar a ellos, por lo que también tienes que procesar la cadena con estos estados.

5. Sea $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un AFN-ε. Sea $S \subseteq Q$, por lo que su complemento se denota $\overline{S}$. Dibuje un diagrama de transiciones mostrando el hecho que $ECLOSURE(\overline{S})$ y $\overline{ECLOSURE(S)}$ no son siempre lo mismo. ¿Cuál es siempre un subconjunto del otro? ¿Bajo qué circunstancias son iguales? Justifique sus respuestas.

6. En cada uno de los siguientes AFN-ε aplique el algoritmo visto en clase para encontrar su correspondiente AFN que acepte el mismo lenguaje.



- Primero calculalos la ECLOSURE de cada uno de los estados:

$$ECLOSURE(q_0) = \{q_0\}$$
$$ECLOSURE(q_1) = \{q_1\}$$
$$ECLOSURE(q_2) = \{q_2, q_0\}$$
$$ECLOSURE(q_3) = \{q_3, q_0\}$$
$$ECLOSURE(q_4) = \{q_4\}$$

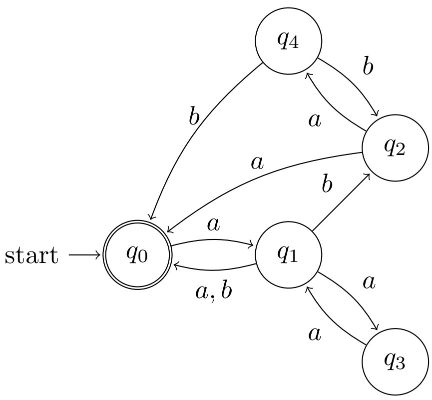
Y ahora calculamos la función de transición extendida

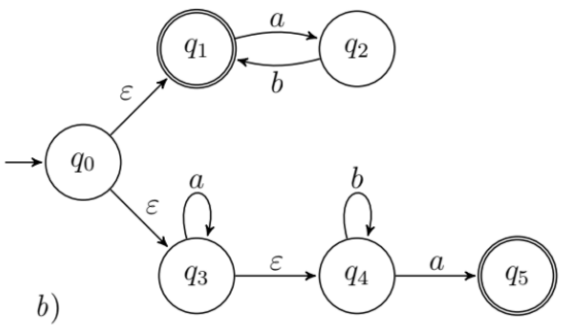
$$\delta_M(q, a) = \widehat{\delta}_N(q, a) = \bigcup_{p_i \in \text{ ECLOSURE}(q)} \text{ECLOSURE}(\delta_N(p_i, a))$$

donde M es el AFN resultante y N es el AFN-ε original. Así tenemos:

$$\begin{aligned}
\delta_M(q_0, a) &= \{q_1\} \\
\delta_M(q_0, b) &= \emptyset \\
\delta_M(q_1, a) &= \{q_3, q_0\} \\
\delta_M(q_1, b) &= \{q_2, q_0\} \\
\delta_M(q_2, a) &= \{q_4, q_1\} \\
\delta_M(q_2, b) &= \emptyset \\
\delta_M(q_3, a) &= \{q_1\} \\
\delta_M(q_3, b) &= \emptyset \\
\delta_M(q_4, a) &= \emptyset \\
\delta_M(q_4, b) &= \{q_2, q_0\}
\end{aligned}$$

Y obtenemos:





- $b)$

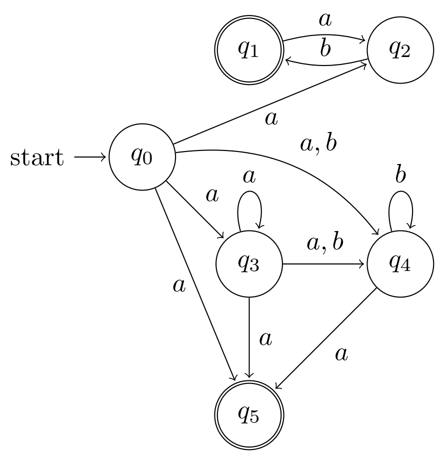
Primero calculalos la ECLOSURE de cada uno de los estados:

$$\begin{aligned}
ECLOSURE(q_0) &= \{q_0, q_1, q_3, q_4\} \\
ECLOSURE(q_1) &= \{q_1\} \\
ECLOSURE(q_2) &= \{q_2\} \\
ECLOSURE(q_3) &= \{q_3, q_4\} \\
ECLOSURE(q_4) &= \{q_4\} \\
ECLOSURE(q_5) &= \{q_5\}
\end{aligned}$$

Y ahora calculamos la función de transición extendida. Así tenemos:

$$\begin{aligned}
\delta_M(q_0, a) &= \{q_1, q_3, q_4, q_5\} \\
\delta_M(q_0, b) &= \{q_4\} \\
\delta_M(q_1, a) &= \{q_2\} \\
\delta_M(q_1, b) &= \emptyset \\
\delta_M(q_2, a) &= \emptyset \\
\delta_M(q_2, b) &= \{q_1\} \\
\delta_M(q_3, a) &= \{q_3, q_4, q_5\} \\
\delta_M(q_3, b) &= \{q_4\} \\
\delta_M(q_4, a) &= \{q_5\} \\
\delta_M(q_4, b) &= \{q_4\} \\
\delta_M(q_5, a) &= \emptyset \\
\delta_M(q_5, b) &= \emptyset
\end{aligned}$$

Y obtenemos:



7. Encuentre una expresión regular para $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w$ no termina en aa ni $bb\}$.

   Respuesta:

   La expresión regular para el lenguaje L sería $\Sigma^*(ab + ba)$ o lo que es lo mismo $(a + b)^*(ab + ba)^*$