Autómatas y Lenguajes Formales
Tarea 6

Alumnos:
Torres Partida Karen Larissa
Altamirano Niño Luis Enrique

17 de mayo de 2020

1. Describa el lenguaje que es aceptado por el PDA dado por la tabla de transición siguiente, donde q_0 es el estado inicial y q_2 es el único estado de aceptación.

Estado	**Símbolo de entrada**	**Símbolo de la pila**	**Movimientos**
q_0	a	Z_0	(q_1, aZ_0)
q_0	b	Z_0	(q_1, bZ_0)
q_1	a	a	$(q_1, a), (q_2, a)$
q_1	b	a	(q_1, a)
q_1	a	b	(q_1, b)
q_1	b	b	$(q_1, b), (q_2, b)$
	cualquier otra combinación		ninguno

Respuesta:

El PDA reconoce a $L = \{w \in \{a, b\}^* | w$ empieza y termina con el mismo símbolo$\}$.

2. Obtenga el PDA determinista, DPDA, para el lenguaje $L = \{w \in \{a, b\}^* | n_a(w) = n_b = w\}$. Muestre la secuencia de configuraciones, relacionadas por $\vdash$, para la ejecución de aceptación de dicho PDA sobre la cadena $abbbaa$.

Respuesta:

A continución se defina la tabla de transiciones para el DPDA requerido, en donde q_0 es el estado inicial y q_1 el estado final:

Estado	Símbolo de entrada	Símbolo de la pila	Movimiento
q_0	a	Z_0	(q_0, AZ_0)
q_0	b	Z_0	(q_0, BZ_0)
q_0	a	A	(q_0, AA)
q_0	b	B	(q_0, BB)
q_0	a	B	(q_1, ε)
q_0	b	A	(q_1, ε)
q_1	a	A	(q_0, AA)
q_1	b	B	(q_0, BB)
q_1	a	B	(q_1, ε)
q_1	b	A	(q_1, ε)
q_1	a	Z_0	(q_0, AZ_0)
q_1	b	Z_0	(q_0, BZ_0)

Ahora tenemos la siguiente configuración de aceptación:

$$\begin{aligned}
\langle q_0, abbbaa, Z_0\rangle &\vdash \langle q_0, bbbaa, AZ_0\rangle \\
&\vdash \langle q_1, bbaa, Z_0\rangle \\
&\vdash \langle q_0, baa, BZ_0\rangle \\
&\vdash \langle q_0, aa, BBZ_0\rangle \\
&\vdash \langle q_1, a, BZ_0\rangle \\
&\vdash \langle q_1, \varepsilon, Z_0\rangle
\end{aligned}$$

3. Suponga que M_1 es un PDA que reconoce el lenguaje L_1. Describa un método para construir un pda que acepte a L_1^*. Asegúrese de precisar cómo que es que la pila funciona en el nuevo PDA.

   Respuesta:

   El método consiste básicamente en agregar una nueva transición para cada estado final, es decir, para nuestro nuevo PDA M_2 que acepta L_1^* agregamos todas las transiciones que hay en M_1 y además $\forall q_f \in F(M_1)$ tenemos que $\delta_{M_2}(q_f, \varepsilon, Z_0) = \{(q_i, Z_0)\}$, donde q_i es el estado inicial, de este modo, si procesamos cadenas que aceptaba M_1, estás seguirán siendo aceptadas en M_2, por otro lado, si procesamos una concatenación de cadenas de L_1 entonces cada que lleguemos a un estado final de M_2 vaciaremos la pila y regresaremos al estado inicial para seguir procesando la cadena hasta que ya no haya más símbolos que procesar.

4. Suponga que $L \subseteq \Sigma^*$ es aceptado por un PDA M. Suponga también que existe una k (fija), tal que para toda $x \in L$ se tiene una ejecución de aceptación en M, de modo que la pila jamás contenga más de k elementos. Demuestre que L es regular, para lo cual describa cómo construir un autómata finito que reconozca a L, y explique porqué su autómata funciona.

   Respuesta:

   Se puede construir un AFN-ε que acepte a L, que tenga como estados a pares (q, α) tal que q es un estado en M y α es una cadena de k o menos símbolos de la pila, representando el contenido actual de la pila de M. Tal par nos da una descripción completa del estado actual de M y para cualquier par y para cualquier entrada posible (ya sea ε o un símbolo de entrada) es posible usando la definición de M especificar las parejas que pueden resultar. Es más, hay un número finito de parejas dado que no puede haber más de k símbolos en la pila. El estado inicial de el AFN-ε es (q_0, Z_0), donde q_0 es el estado inicial de M, y se designarán como finales a las parejas (q, α) donde q es un estado final de M.

5. A partir de la gramática que aparece abajo, obtenga el respectivo PDA que reconoce el mismo lenguaje, y muestre una ejecución de aceptación de tal PDA para la cadena $aabb$.

$$\begin{aligned}
S &\to aB|bA|\varepsilon \\
A &\to aS|bAA \\
B &\to bS|aBB
\end{aligned}$$

   Respuesta:

   Primero definimos las transiciones (el PDA acepta por pila vacía) donde $Q = \{q\}$ y $\Sigma = T = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, B, S, a, b\}$, $q_0 = q$ y $Z_0 = S$:

$$\delta(q,\varepsilon,S) = \{(q,aB),(q,bA),(q,\varepsilon)\}$$
$$\delta(q,\varepsilon,A) = \{(q,aS),(q,bAA)\}$$
$$\delta(q,\varepsilon,B) = \{(q,bS),(q,aBB)\}$$
$$\delta(q,a,a) = \{(q,\varepsilon)\}$$
$$\delta(q,b,b) = \{(q,\varepsilon)\}$$

Ahora tenemos la siguiente configuración de aceptación:

$$\begin{aligned}
\langle q, aabb, S\rangle &\vdash \langle q, aabb, aB\rangle \\
&\vdash \langle q, abb, B\rangle \\
&\vdash \langle q, abb, aBB\rangle \\
&\vdash \langle q, bb, BB\rangle \\
&\vdash \langle q, bb, bSB\rangle \\
&\vdash \langle q, b, SB\rangle \\
&\vdash \langle q, b, B\rangle \\
&\vdash \langle q, b, bS\rangle \\
&\vdash \langle q, \varepsilon, S\rangle \\
&\vdash \langle q, \varepsilon, \varepsilon\rangle
\end{aligned}$$

6. Transforme la siguiente gramática en Forma Normal de Greibach

$$\begin{aligned}
S &\to AB|AC|SS \\
C &\to SB \\
A &\to a \\
B &\to b
\end{aligned}$$

Respuesta:

- **Fase 1.** La gramática ya está en Forma Normal de Chomsky.

- **Fase 2.** Renombramos las variables:

$$\begin{aligned}
S &\text{ como } A_1 \\
C &\text{ como } A_2 \\
A &\text{ como } A_3 \\
B &\text{ como } A_4
\end{aligned}$$

Entonces tenemos:

$$\begin{aligned}
A_1 &\to A_3A_4|A_3A_2|A_1A_1 \\
A_2 &\to A_1A_4 \\
A_3 &\to a \\
A_4 &\to b
\end{aligned}$$

Ahora eliminando la recursión izquierda directa de A_1 y solucionando el error de que en A_2 la variable de la primer producción inicia con un índice mayor tenemos la gramática intermedia:

$$
\begin{aligned}
A_1 &\rightarrow A_3A_4|A_3A_2|A_3A_4Z|A_3A_2Z \\
Z &\rightarrow A_1|A_1Z \\
A_2 &\rightarrow A_3A_4A_4|A_3A_2A_4|A_3A_4ZA_4|A_3A_2ZA_4 \\
A_3 &\rightarrow a \\
A_4 &\rightarrow b
\end{aligned}
$$

- **Fase 3.** Cambiando las producciones para que inicien con símbolo terminal tenemos:

$$
\begin{aligned}
A_1 &\rightarrow aA_4|aA_2|aA_4Z|aA_2Z \\
Z &\rightarrow aA_4|aA_2|aA_4Z|aA_2Z|aA_4Z|aA_2Z|aA_4ZZ|aA_2ZZ \\
A_2 &\rightarrow aA_4A_4|aA_2A_4|aA_4ZA_4|aA_2ZA_4 \\
A_3 &\rightarrow a \\
A_4 &\rightarrow b
\end{aligned}
$$

Y la gramática ya está en Forma Normal de Greibach.